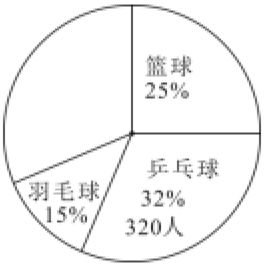
八年级下学期数学期末满分冲刺模拟试卷

姓名：________ 班级：________ 学号：________

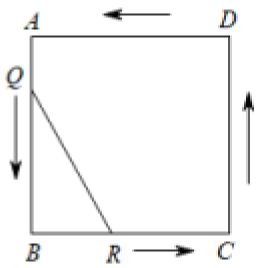
一、单选题

1．为了了解某校学生对篮球、足球、羽毛球、乒乓球、网球等五类的喜爱，小李采用了抽样调查，在绘制扇形图时，由于时间仓促，还有足球、网球等信息还没有绘制完成，如图所示，根据图中的信息，这批被抽样调查的学生喜欢网球的人数不可能是（　　）．



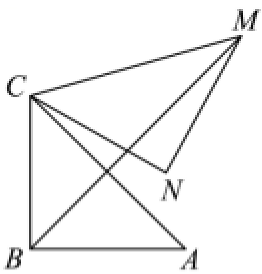
A．100 人　　B．200 人　　C．260 人　　D．400 人

2．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，将长为 2 的线段 QR 的两端放在正方形的相邻的两边上同时滑动．如果点 Q 从点 A 出发，沿图中所示方向按 $A\to B\to C\to D\to A$ 滑动到 A 止，同时点 R 从点 B 出发，沿图中所示方向按 $B\to C\to D\to A\to B$ 滑动到 B 止，在这个过程中，线段 QR 的中点 M 所经过的路线围成的图形的面积记为 S．点 N 是正方形 $ABCD$ 内任一点，把 N 点到四个顶点 A，B，C，D 的距离均不小于 1 的概率记为 P，则 $S=$（　　）



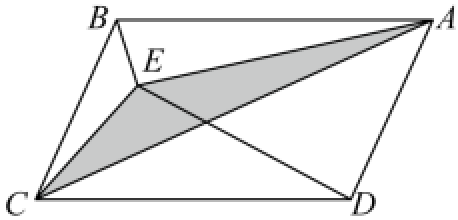
A．$(4-\pi)P$　　B．$4(1-P)$　　C．$4P$　　D．$(\pi-1)P$

3．如图，$\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$AB=BC=\sqrt{2}$，将□ABC 绕点 C 逆时针旋转 $60°$，得到□MNC，连结 BM，则 BM 的长是（　　）



A．$\sqrt{3}+1$　　　　B．4　　　　C．$\sqrt{2}+2$　　　　D．$\sqrt{7}$

4．如图所示，点 E 为▱$ABCD$内一点，连接 EA，EB，EC，ED，AC，已知△BCE 的面积为 2，△CED 的面积为 10，则阴影部分△ACE的面积为（　　）



A．6　　　　B．8　　　　C．10　　　　D．12

5．若分式$\dfrac{b^2-1}{b^2-2b+1}$的值为 0，则 b 的值（　　）

A．2　　　　B．1　　　　C．-1　　　　D．±1

6．已知 a_1、a_2、a_3、a_n，…（n 为正整数)满足 $a_{n+1}=\dfrac{1}{1-a_n}$，则下列说法：

①$a_1a_2a_3=1$；

②$a_5=a_{20}$；

③若 $a_1=-\dfrac{1}{2}$，则$a_1m+a_2m+\dots+a_{864}m+a_{865}n+a_{866}n+\dots+a_{1421}n=912m+586n$；

④若 $a_1=x$，$y=pa_1a_3-\dfrac{1}{a_3^2a_5^2}$（$p$ 为非零常数)，当 x 的值取 m^2 和 $2m-2$ 时，y 的值相同；

则 p 的最小值为 -3；其中正确的个数为（　　）

A．1 个　　　　B．2 个　　　　C．3 个　　　　D．4 个

7．已知反比例函数$y=\dfrac{1}{x}$的图象经过平移后可以得到函数$y=\dfrac{1}{x}+1$的图象，关于新函数$y=\dfrac{1}{x}+1$，下列结论正确的是（　　）

A．当 $x>0$时，y随 x 的增大而增大　　　　B．该函数的图象与 y 轴有交点

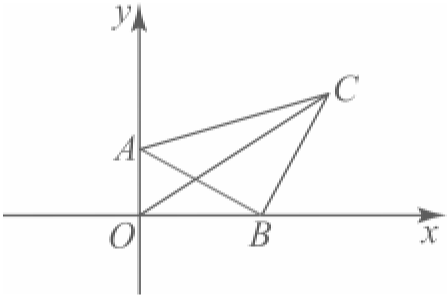
C．该函数图象与 x 轴的交点为$(-1,0)$　　　　D．当$-1<x<0$时，y的取值范围是$0<y<2$

8．已知 $x=\sqrt{2}-\sqrt{3}, y=\sqrt{2}+\sqrt{3}$，则代数式$\sqrt{x^2+2xy+y^2+x-y-4}$ 的值为（　　）

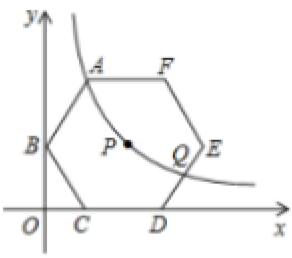
A．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　　B．$\dfrac{3}{4}$　　　　C．$\sqrt{3}-1$　　　　D．$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

二、填空题

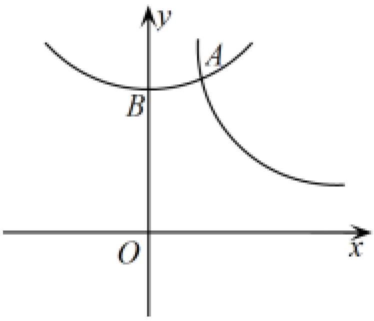
9．如图，在平面直角坐标系中，A 点坐标为$(0,2)$，B 是 x 轴上一点．以 AB 为腰，作等腰直角三角形 ABC，$\angle ABC=90°$，连接 OC，则 $AC+OC$ 的最小值为______________．



10．如图，在平面直角坐标系中，正六边形$ABCDEF$的对称中心P在反比例函数$y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$的图象上，边CD在x轴上，点B在y轴上，已知$CD=2$．若该反比例函数图象与DE交于点Q，则点的Q横坐标是________．

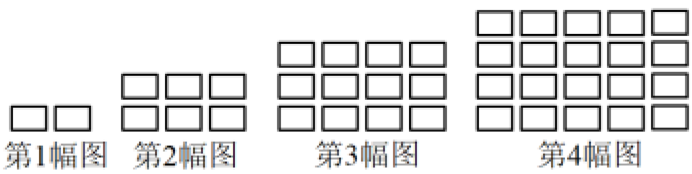


11．如图，把双曲线$y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$绕着原点逆时针旋转$45°$，与y轴交于点$B(0,4)$，则$k=$________．



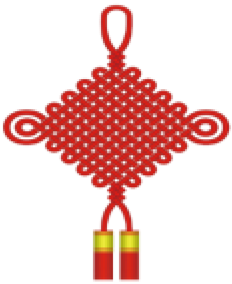
12．若整数a使关于x的分式方程$\frac{a}{x-3}+\frac{4}{3-x}=\frac{1}{2}$的解为非负数，且使关于$y$的不等式组$\begin{cases} y+7\le 2(y+4) \\ \frac{5y-a}{3}<1 \end{cases}$有3个整数解，则所有满足条件的整数$a$的值之和为________．

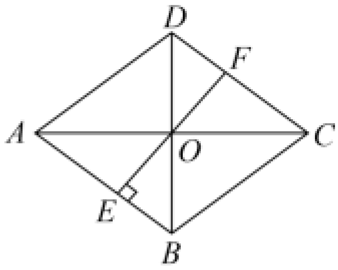
13．如图1所示，将形状大小完全相同的"□"按照一定规律摆成下列图形，第1幅图中"□"的个数为a_1，第2幅图中"□"的个数为a_2，第3幅图中"□"的个数为a_3，……，以此类推，若$\frac{2}{a_1}+\frac{2}{a_2}+\frac{2}{a_3}+\cdots+\frac{2}{a_n}=\frac{n}{21}$（$n$为正整数），则$n$的值为__________．



14．在平面直角坐标系中，点 $P(3m-1,2-m)$ 与点 P' 关于原点对称，且点 P' 在第三象限，则 m 的取值范围是______．

15．中国结，象征着中华民族的历史文化与精神．利用所学知识抽象出如图所示的菱形 $ABCD$，测得 $BD=12$cm，$AC=16$cm，直线 $EF\perp AB$ 交两对边于 E、F，则 EF 的长为______cm．





16．“a 是实数，$|a|\geq 0$”这一事件是______事件（选填以下内容：不可能事件、必然事件、随机事件）．

三、解答题

17．下面是某学校生物兴趣小组在相同的实验条件下，对某植物种子发芽率进行研究时所得到的数据：

试验的种子数 n	500	1000	1500	2000	3000	4000
发芽的粒数 m	471	946	1425	1898	2853	3812
发芽频率 $\frac{m}{n}$	0.942	0.946	x	0.949	y	0.953

(1)求表中 x，y 的值；

(2)任取一粒这种植物种子，估计它能发芽的概率约是多少？（精确到 0.01）

(3)若该学校劳动基地需要这种植物幼苗 7600 棵，试估算需要准备多少粒种子进行发芽培育。

18．如图①，四边形 $ABCD$ 是正方形，□ABE 是等边三角形，M 为对角线 BD（不含 B 点）上任意一点，将 BM 绕点 B 逆时针旋转 $60°$ 得到 BN，连接 EN、AM、CM．

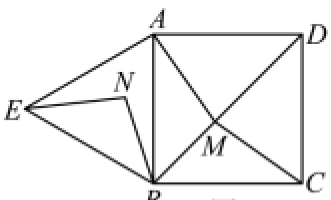


图 1

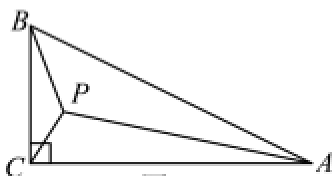


图 2

(1)求证：$\triangle AMB\cong\triangle ENB$；

(2)如图 1，当 M 点在何处时，$AM+BM+CM$ 的值最小．

(3)如图 2，在□ABC中，$\angle ACB=90°$，$\angle BAC=30°$，$AB=2$．若点 P 是□ABC 内一点，直接写出 $PA+PB+PC$ 的最小值．

19．如图 1，四边形 $ABCD$ 为正方形，E 为对角线 AC 上一点，连接 DE,BE．

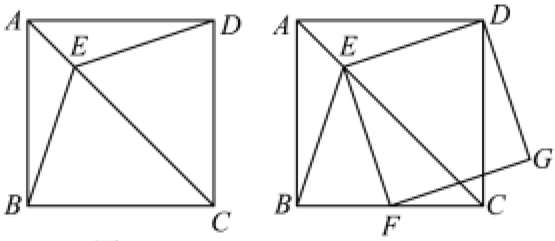


图1　　　　图2

(1)求证：$BE=DE$；

(2)如图 2，过点 E 作 $EF\perp DE$，交边 BC 于点 F，以 DE,EF 为邻边作矩形 $DEFG$，连接 CG．

①求证：矩形 $DEFG$ 是正方形；

②若正方形 $ABCD$ 的边长为 6，$CG=2\sqrt{2}$，求正方形 $DEFG$ 的面积．

20．（1）解不等式组 $\begin{cases} x-4<2(x-1) ① \\ \dfrac{1+2x}{3}\ge x ② \end{cases}$；

（2）解方程：$\dfrac{x-2}{x-3}=2-\dfrac{1}{3-x}$；

（3）先化简，再求值：$\left(1-\dfrac{1}{x+2}\right)\div\dfrac{x^2-1}{x+2}$，其中 $x=3$．

21．某商场在“六一”儿童节来临之际用 3000 元购进 A、B 两种玩具 1100 个，购买 A 玩具与购买 B 玩具的费用相同．已知 A 玩具的单价是 B 玩具单价的 1.2 倍．

(1)求 A、B 两种玩具的单价各是多少？

(2)若计划用不超过 7000 元的资金再次购进 A、B 两种玩具共 2600 个，已知 A、B 两种玩具的进价不变，求 A 种玩具最多能购进多少个？

参考答案

一、单选题

1、D

【分析】根据扇形统计图中乒乓球的人数除以占的百分比得到学生的总人数，进而求出喜欢羽毛球与喜欢篮球的人数，求出喜欢足球与网球的总人数，即可做出判断．

【详解】解：根据题意得：320÷32%=1000（人），

喜欢羽毛球的人数为 1000×15%=150（人），

喜欢篮球的人数为 1000×25%=250（人），

∴喜欢足球、网球的总人数为 1000-320-250-150=280（人）

这批被抽样调查的学生最喜欢足球的人数不可能是 400 人．

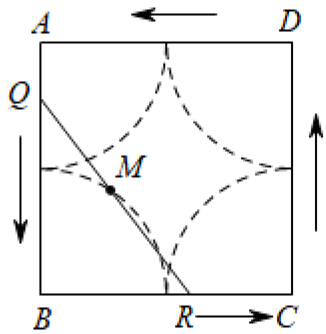
故选：D．

【点睛】此题考查了扇形统计图，熟练识别统计图中的数据是解本题的关键．

2、C

【分析】根据直角三角形的性质，斜边上的中线等于斜边的一半，可知：点 M 到正方形各顶点的距离都为 1，故点 M 所走的运动轨迹为以正方形各顶点为圆心，以 1 为半径的四个扇形，点 M 所经过的路线围成的图形的面积为正方形 ABCD 的面积减去 4 个扇形的面积，求得概率 P，用 P 表示所求的面积即可．

【详解】解：如图，



∵点 M 是 QR 的中点，QR=2，

∴点 M 到正方形各顶点的距离都为 $\frac{1}{2}QR=1$，

∴点 M 所走的运动轨迹为以正方形各顶点为圆心，以 1 为半径的四个扇形，

∴4 个扇形的面积为 $4\times\frac{90\pi\times1}{360}=\pi$，

∵正方形 $ABCD$ 的面积为 $2\times2=4$，

∴点 M 所经过的路线围成的图形的面积为 $4-\pi$.

∵N 点到四个顶点 A，B，C，D 的距离均不小于 1 的概率记为 P，

∴ $P=\dfrac{4-\pi}{4}$，

∴ $4-\pi=4P$，

∴点 M 所经过的路线围成的图形的面积为 $4P$.

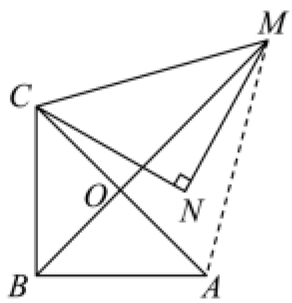
故选：C.

【点睛】综合考查概率，有关面积的计算；得到点 M 所经过的路线围成的图形的面积是解决本题的关键；用到的知识点为：概率等于相应的面积与总面积之比.

3、A

【分析】如图，连接 AM，由题意得：$CA=CM$，$\angle ACM=60°$，得到 $\triangle ACM$ 为等边三角形，根据 $AB=BC$，$CM=AM$，得出 BM 垂直平分 AC，于是求出 $BO=\frac{1}{2}AC=1$，$OM=\sqrt{3}$，最终得到答案 $BM=BO+OM=1+\sqrt{3}$.

【详解】解：如图，连接 AM，



由题意得：$CA=CM$，$\angle ACM=60°$，

∴ $\triangle ACM$ 为等边三角形，

∴ $AM=CM$，$\angle MAC=\angle MCA=\angle AMC=60°$；

∵ $\angle ABC=90°$，$AB=BC=\sqrt{2}$，

∴ $AC=2=CM$，

∵ $AB=BC$，$CM=AM$，

∴ BM 垂直平分 AC，

∴ $BO=\frac{1}{2}AC=1$，$\angle OMC=\angle OMA=\frac{1}{2}\angle AMC=30°$

∴ $OC=\frac{1}{2}CM=1$，$OM=\sqrt{CM^2-OC^2}=\sqrt{3}$，

∴ $BM=BO+OM=1+\sqrt{3}$，

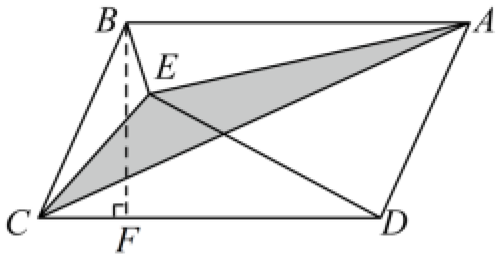
故选：A．

【点睛】本题考查了图形的变换－旋转，等腰直角三角形的性质，等边三角形的判定和性质，线段的垂直平分线的判定，准确把握旋转的性质是解题的关键．

4、B

【分析】过点 B 作 $BF\perp CD$ 于点 F，设□ABE 和□CDE 的 AB 和 CD 边上的高分别为 a 和 b，根据平行四边形的性质可得 $S_{\square ABE}+S_{\square CDE}=\frac{1}{2}S_{平行四边形ABCD}$，$S_{\square ABE}+S_{\square CBE}+S_{阴影}=\frac{1}{2}S_{平行四边形ABCD}$，进而可得 $S_{阴影}=S_{\square CDE}-S_{\square CBE}$．

【详解】解：如图，过点 B 作 $BF\perp CD$ 于点 F，



设□ABE 和□CDE 的 AB 和 CD 边上的高分别为 a 和 b，

$\therefore S_{\square ABE}=\frac{1}{2}\times AB\times a$，$S_{\square CDE}=\frac{1}{2}\times CD\times b$，

$\because a+b=BF$，$AB=CD$，

$\therefore S_{\square ABE}+S_{\square CDE}=\frac{1}{2}\times(AB\times a+CD\times b)=\frac{1}{2}AB\cdot BF$，

$\because S_{平行四边形ABCD}=CD\cdot BF$，

$\therefore S_{\square ABE}+S_{\square CDE}=\frac{1}{2}S_{平行四边形ABCD}$，

$\because S_{\square ABE}+S_{\square CBE}+S_{阴影}=\frac{1}{2}S_{平行四边形ABCD}$，

$\therefore S_{\square ABE}+S_{\square CDE}=S_{\square ABE}+S_{\square CBE}+S_{阴影}$，

$\therefore S_{阴影}=S_{\square CDE}-S_{\square CBE}=10-2=8$．

故选：B．

【点睛】本题考查了平行四边形的性质．三角形的面积，解决本题的关键是掌握平行四边形的性质．

5、C

【分析】根据题意，可得：$\begin{cases}b^2-1=0①\\b^2-2b+1\neq 0②\end{cases}$，据此求出 b 的值即可．

【详解】解：$\because$ 分式 $\frac{b^2-1}{b^2-2b+1}$ 的值为 0，

$\therefore \begin{cases}b^2-1=0①\\b^2-2b+1\neq 0②\end{cases}$，

由①，可得：$b=-1$或$b=1$，

由②，可得：$b\neq 1$，

$\therefore b=-1$．

故选：C．

【点睛】此题主要考查了分式值为零的条件，解答此题的关键是要明确：分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零，注意："分母不为零"这个条件不能少．

6、C

【分析】由所给的式子分别求出$a_2=\frac{1}{1-a_1}$，$a_3=\frac{1}{1-a_2}=\frac{a_1-1}{a_1}$，$a_4=a_1$，从而确定式子的循环规律，并得到 $a_1a_2a_3=-1$；再进行判断即可．

【详解】解：①$a_2=\frac{1}{1-a_1}$，$a_3=\frac{1}{1-a_2}=\frac{a_1-1}{a_1}$，

$\therefore a_1a_2a_3=-1$，故①不正确；

②$a_4=\frac{1}{1-a_3}=\frac{1}{1-\frac{a_1-1}{a_1}}=a_1$，

∴每 3 个结果循环一次，

$\because 20\div 3=6\ldots 2$，$5\div 3=1\ldots 2$，

$\therefore a_5=a_{20}$，故②正确；

③$\because a_1=-\frac{1}{2}$，

$\therefore a_2=\frac{2}{3}$，$a_3=3$，

$\therefore a_1+a_2+a_3=\frac{19}{6}$，

$\therefore a_1m+a_2m+\cdots+a_{864}m+a_{865}n+a_{866}n+\cdots+a_{1421}n$

$=m(a_1+a_2+\cdots+a_{864})+n(a_{865}+\cdots+a_{1421})$

$=m(\frac{19}{6}\times 288)+n(\frac{19}{6}\times 186-3)$

$=912m+586n$，故③正确；

④$y=pa_1a_3-\frac{1}{a_3^2a_5^2}=pa_1a_3-\frac{1}{(a_3a_2)^2}=p\times\frac{-1}{a_2}-\frac{1}{\left(-\frac{1}{a_1}\right)^2}$，

$\because a_1=x$，

$\therefore a_2=\frac{1}{1-x}$，

$\therefore y=p(x-1)-x^2$，

∵当 x 的值取 m^2 和 $2m-2$ 时，y 的值相同，

∴$p(m^2-1)-m^4=p(2m-2-1)-(2m-2)^2$，

解得 $p=(m+1)^2-3$，

∴当 $m=-1$ 时，p 有最小值为 -3，故④正确；

综上分析可知，②③④正确．

故选：C．

【点睛】本题考查数字的变化规律，通过所给的式子，探索出式子的循环规律，并得到 $a_1a_2a_3=-1$ 是解题的关键．

7、C

【分析】由反比例函数的性质可知，反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 当 $x>0$ 或 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小，且关于 $(0,0)$ 对称；经过平移后得到 $y=\frac{1}{x}+1$，关于 $(0,1)$ 对称，增减性不变．

【详解】解：A．当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小，本选项错误，不符合题意；

B．该函数的图象与 y 轴无限接近，但是没有交点，故本选项错误，不符合题意；

C．该函数图象与 x 轴的交点为 $(-1,0)$，故本选项正确，符合题意；

D．当 $-1<x<0$ 时，y 的取值范围是 $y<0$，故本选项错误，不符合题意；

故选：C．

【点睛】考查了反比例函数图象上点的坐标特征，函数图象的平移；解题的关键是掌握反比例函数图象与系数的关系．

8、C

【分析】根据已知，得到 $x+y=\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}=2\sqrt{2},x-y=\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$，整体思想带入求值即可．

【详解】解：∵ $x=\sqrt{2}-\sqrt{3},y=\sqrt{2}+\sqrt{3}$，

∴ $x+y=\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}=2\sqrt{2},x-y=\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$，

∴ $\sqrt{x^2+2xy+y^2+x-y-4}=\sqrt{(x+y)^2+(x-y)-4}$

$=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{3}-4}$

$=\sqrt{8-2\sqrt{3}-4}$

$=\sqrt{4-2\sqrt{3}}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}+1}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}$

$=\sqrt{3}-1$．

故选C．

【点睛】本题考查二次根式的化简求值．熟练掌握二次根式的运算法则，利用整体思想进行求解，是解题的关键．

二、填空题

9、$2\sqrt{5}$

【分析】如图所示，过点C作$CD\perp x$轴于D，设点B的坐标为$(m,0)(m\geq 0)$，证明$\triangle AOB\cong\triangle BDC$，得到$BD=OA=2$，$CD=OB=m$，进而求出点$C$的坐标为$(m+2,\ m)$，利用勾股定理得到$OC+AC=\sqrt{(m+2)^2+m^2}+\sqrt{(m+2)^2+(m-2)^2}$，则$AC+OC$的最小值即为点$(-1,1)$到点$(0,-2)$的距离的$\sqrt{2}$倍，由此求解即可．

【详解】解：如图所示，过点C作$CD\perp x$轴于D，设点B的坐标为$(m,0)(m\geq 0)$，

$\therefore\angle AOB=\angle BDC=90^\circ$，

$\because$点A的坐标为$(0,2)$，

$\therefore OA=2$，

$\because$□ABC是等腰直角三角形，$\angle ABC=90^\circ$，

$\therefore\angle OBA+\angle OAB=90^\circ=\angle DBC+\angle OBA$，$AB=BC$，

$\therefore\angle OAB=\angle DBC$，

$\therefore\triangle AOB\cong\triangle BDC(\text{AAS})$，

$\therefore BD=OA=2$，$CD=OB=m$，

$\therefore OD=OB+BD=m+2$，

$\therefore$点C的坐标为$(m+2,\ m)$，

$\therefore OC=\sqrt{(m+2)^2+m^2}$，$AC=\sqrt{(m+2)^2+(m-2)^2}$，

$\therefore OC+AC=\sqrt{(m+2)^2+m^2}+\sqrt{(m+2)^2+(m-2)^2}$

$=\sqrt{2m^2+4m+4}+\sqrt{2m^2+8}$

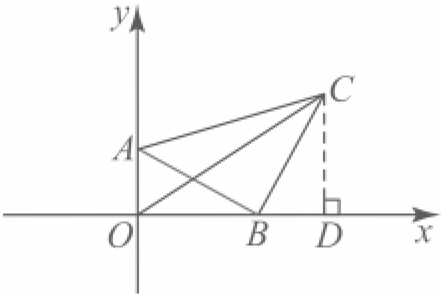
$=\sqrt{2}\left(\sqrt{(m+1)^2+1}+\sqrt{m^2+4}\right)$,

$\therefore AC+OC$ 的最小值可以看做在 x 轴上的一点到点 $(-1,1)$ 和到点 $(0,-2)$ 的距离之和的最小值的 $\sqrt{2}$ 倍，

$\therefore AC+OC$ 的最小值 $=\sqrt{2}\times\sqrt{(-1-0)^2+[1-(-2)]^2}=2\sqrt{5}$，

由对称性可知，当 $m<0$，同理可证 $AC+OC$ 的最小值 $=2\sqrt{5}$，

故答案为：$2\sqrt{5}$．



【点睛】本题主要考查了坐标与图形，全等三角形的性质与判定，勾股定理，正确作出辅助线构造全等三角形是解题的关键．

10、$\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}$

【分析】过点 P 作 x 轴垂线 PG，连接 BP，可得 BP＝2，G 是 CD 的中点，所以 P（2，$\sqrt{3}$），从而求出反比例函数的解析式，易求 D（3，0），$E(4,\sqrt{3})$，待定系数法求出 DE 的解析式为 $y=\sqrt{3}x-3\sqrt{3}$，联立反比例函数与一次函数即可求点 Q 的坐标．

【详解】过点 P 作 x 轴垂线 PG，连接 BP，

∵P 是正六边形 ABCDEF 的对称中心，CD＝2，

∴BP＝2，G 是 CD 的中点，

∴CG=1，CP=2，

∴PG＝$\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

∴P（2，$\sqrt{3}$），

∵P 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 上，

∴k＝$2\sqrt{3}$，

$\therefore y=\dfrac{2\sqrt{3}}{x}$，

∵OD=OC+CD=3,BE=2BP=4,

∴D（3，0），E（4，$\sqrt{3}$），

设 DE 的解析式为 y＝mx＋b，

∴$\begin{cases}3m+b=0\\4m+b=\sqrt{3}\end{cases}$，

∴$\begin{cases}m=\sqrt{3}\\b=-3\sqrt{3}\end{cases}$，

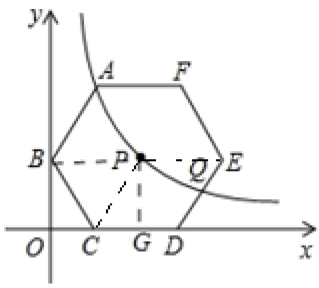
∴$y=\sqrt{3}x-3\sqrt{3}$，

联立方程$\begin{cases}y=\sqrt{3}x-3\sqrt{3}\\y=\dfrac{2\sqrt{3}}{x}\end{cases}$解得$x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

∵Q 点在第一象限，

∴Q点横坐标为$\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}$，

故答案为：$\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}$．



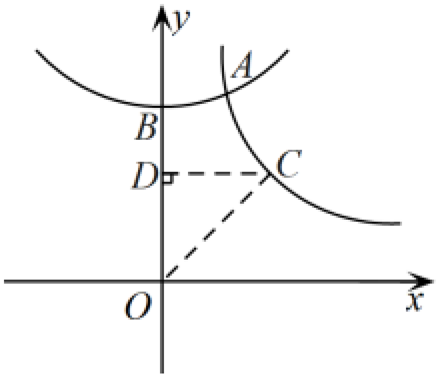
【点睛】本题考查反比例函数的图象及性质，正六边形的性质；将正六边形的边角关系与反比例函数上点的坐标将结合是解题的关系．

11、8

【分析】设点$B(0,4)$绕着原点顺时针旋转$45°$后的对应点为点C，则$OC=OB=4$，$\angle COB=45°$，过点C作$CD\perp y$轴，交y轴于点D，则□ODC为等腰直角三角形，利用勾股定理求出$OD=CD=2\sqrt{2}$，即可得到k的值．

【详解】设点$B(0,4)$绕着原点顺时针旋转$45°$后的对应点为点C，

则：$OC=OB=4$，$\angle COB=45°$，



过点C作$CD\perp y$轴，交y轴于点D，

则□ODC为等腰直角三角形，

$\therefore OD^2+CD^2=2OD^2=OC^2=16$，

$\therefore OD=CD=2\sqrt{2}$，

$\therefore C\left(2\sqrt{2},2\sqrt{2}\right)$，

$\therefore k=2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=8$；

故答案为：8

【点睛】此题考查了旋转的性质、反比例函数的图象和性质、等腰直角三角形的判定和性质、勾股定理等知识，数形结合和准确计算是解题的关键．

12、21

【分析】先解分式方程，根据分式方程的解为非负数，所以$2a-5\geq0$，得出$a\geq\frac{5}{2}$，根据分式有意义的条件得出$a\neq4$，然后解不等式组，根据不等式组有3个整数解，得出$7\geq a>2$，继而求得整数a，求其和即可求解．

【详解】解：分式方程可得：$x=2a-5$，因为分式方程的解为非负数，所以$2a-5\geq0$，

解得：$a\geq\frac{5}{2}$，

由于方式方程分母为$x-3$，

所以$x\neq3$，即$2a-5\neq3$，

所以$a\neq4$，

解关于y的不等式组$\begin{cases}y+7\leq2(y+4)\\ \frac{5y-a}{3}<1\end{cases}$得：

$\begin{cases}y\geq-1\\ y<\frac{a+3}{5}\end{cases}$，

因不等式组有3个整数解，即-1，0，1三个整数解，

故$2 \geq \frac{a+3}{5} > 1$，

解得：$7 \geq a > 2$，

综上所得：$7 \geq a > \frac{5}{2}$且$a \neq 4$，则a的整数值为：3，5，6，7，

因为$3+5+6+7=21$，

故答案为：21

【点睛】本题考查含参数的分式方程和含参数的不等式组，掌握由解集倒推参数范围是解本题关键．

13、41

【分析】根据图形得到图形的变化规律：$a_n = n(n+1)$，根据规律代入将方程变形为

$2\left(\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}\right)=\frac{n}{21}$，解方程即可．

【详解】解：由图可得$a_1 = 1\times 2$，$a_2 = 2\times 3$，$a_3 = 3\times 4$，……，

$\therefore a_n = n(n+1)$，

$\because \frac{2}{a_1}+\frac{2}{a_2}+\frac{2}{a_3}+\cdots+\frac{2}{a_n}=\frac{n}{21}$，

$\therefore 2\left(\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}\right)=\frac{n}{21}$

$2\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{n}{21}$

$2\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{n}{21}$

$\frac{2(n+1-1)}{n+1}=\frac{n}{21}$，

解得$n=0$（舍去）或$n=41$，

故答案为：41．

【点睛】此题考查了规律探究，解分式方程，正确理解图形的计算规律代入方程计算是解题的关键．

14、$\frac{1}{3} < m < 2$

【分析】根据平面内两点关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数，可得$\begin{cases}3m-1>0\\2-m>0\end{cases}$，解不等式组可得答案．

【详解】解：因为在平面直角坐标系中，点$P(3m-1,2-m)$与点P'关于原点对称，且点P'在第三象限，

所以$\begin{cases}3m-1>0\\2-m>0\end{cases}$，

解得$\frac{1}{3}<m<2$．

故答案为：$\frac{1}{3}<m<2$．

【点睛】本题考查平面内两点关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数．

15、9.6

【分析】根据菱形的性质得到$AC\perp BD$, $AO=\frac{1}{2}AC=8\text{cm}$, $BO=\frac{1}{2}BD=6\text{cm}$,根据勾股定理得到

$AB=\sqrt{AO^2+OB^2}=10(\text{cm})$，根据菱形的面积公式即可得到结论．

【详解】解：∵四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AC\perp BD, AO=\frac{1}{2}AC=8\text{cm}, BO=\frac{1}{2}BD=6\text{cm},$

$\therefore AB=\sqrt{AO^2+OB^2}=10(\text{cm}),$

$\because S_{\text{菱形}ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=AB\cdot EF,$

$\therefore \frac{1}{2}\times 16\times 12=10EF,$

$\therefore EF=9.6$，

故EF的长为9.6cm，

故答案为：9.6．

【点睛】本题考查了菱形的性质，勾股定理，熟练掌握菱形的性质是解题的关键．

16、必然事件

【分析】根据必然事件、不可能事件、随机事件的概念可判断它们分别属于哪一种类别．根据实际情况即可解答．

【详解】解：因为数轴上表示数a的点与原点的距离叫做数a的绝对值，

因为a是实数，

所以$|a|\geq 0$．

故答案为：必然事件．

【点睛】此题主要考查了必然事件概念以及绝对值的性质，用到的知识点为：必然事件指在一定条件下一定发生的事件．

三、解答题

17、(1)$x=0.950$；$y=0.951$；

(2)这种种子在此条件下发芽的概率约为 0.95.

(3)需要准备 8000 粒种子进行发芽培育.

【分析】(1) 根据发芽频率$=\frac{m}{n}$，代入对应的数值即可求解；

(2) 根据概率是大量重复试验的情况下，频率的稳定值可以作为概率的估计值，即次数越多的频率越接近于概率；

(3) 根据 (2) 中的概率，可以用发芽棵树＝幼苗棵树×概率可得出结论.

【详解】(1) 解：$x=\frac{1425}{1500}=0.950$；$y=\frac{2853}{3000}=0.951$；

(2) 解：概率是大量重复试验的情况下，频率的稳定值可以作为概率的估计值，即次数越多的频率越接近于概率；

∴这种种子在此条件下发芽的概率约为 0.95.

(3) 解：若该学校劳动基地需要这种植物幼苗 7600 棵，

需要准备$\frac{7600}{0.95}=8000$ (粒)种子进行发芽培育.

【点睛】本题考查了利用频率估计概率，大量反复试验下频率稳定值即概率，解题的关键是掌握：频率＝所求情况数与总情况数之比.

18、(1)见解析　(2)当E，N，M，C在同一直线上时　(3)$\sqrt{7}$

【分析】(1) 由□ABE是等边三角形得到$BA=BE,\angle ABE=60^\circ$,又由$\angle MBN=60^\circ$得$\angle MBA=\angle NBE$，由$MB=NB$，即可证明$\triangle AMB\cong\triangle ENB$；

(2) 连接CE,当M点位于BD与CE的交点处时，$AM+BM+CM$的值最小,连接MN，由 (1) 得□$MBA\cong$□$NBE(\mathrm{SAS})$则$AM=EN$，再证$\triangle MBN$是等边三角形，$MB=MN$，

$AM+BM+CM=EN+MN+CM$，根据两点之间线段最短，即可得到结论；

(3) 以点A为旋转中心，顺时针旋转$\triangle APB$到□$AP'B'$，旋转角是60°，连接BB'、PP'，证明□APP'是等边三角形，$AP=PP'$，证得当C，P，P'，B'四点共线时，$PP'+P'B'+PC$最小，最小值就是CB'的值，再求得CB'的值即可.

【详解】(1) 解：∵□ABE是等边三角形，

∴$BA=BE,\angle ABE=60^\circ$,

∵$\angle MBN=60^\circ$，

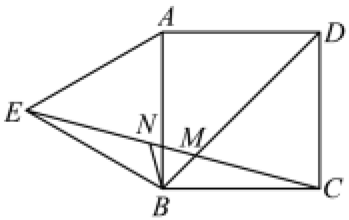
∴$\angle MBN-\angle ABN=\angle ABE-\angle ABN$，

∴$\angle MBA=\angle NBE$，

∵ $MB=NB$，

∴$\triangle MBA\cong\triangle NBE(\mathrm{SAS})$；

（2）连接 CE,当 M 点位于 BD 与 CE 的交点处时，$AM+BM+CM$ 的值最小,连接 MN，



由（1）得$\triangle MBA\cong\triangle NBE(\mathrm{SAS})$，

∴ $AM=EN$，

∴ $\angle MBN=60°, MB=NB$，

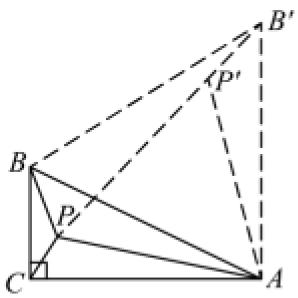
∴$\triangle MBN$ 是等边三角形，

∴ $MB=MN$，

∴ $AM+BM+CM=EN+MN+CM$，

根据两点之间线段最短，当点 E,N,M,C 在同一条直线上时，$EN+MN+CM$ 取最小值，最小值为 EC．

（3）以点 A 为旋转中心，顺时针旋转$\triangle APB$ 到$\triangle AP'B'$，旋转角是 60°，连接 BB'、PP'，如图所示，



则$\angle PAP'=60°$，$AP=AP'$，$PB=P'B'$，

∴$\triangle APP'$是等边三角形，

∴ $AP=PP'$，

∴ $PA+PB+PC=PP'+P'B'+PC$，

∵ $PP'+P'B'+PC\geq CB'$，

∴当 C，P，P'，B' 四点共线时，$PP'+PB'+PC$ 最小，最小值就是 CB' 的值，

∵ $\angle BAC=30°$，$\angle BAB'=60°$，$AB=2$，

∴ $\angle CAB'=90°$，$AB'=2$，$BC=1$，

∴ $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{3}$，

$CB'=\sqrt{AC^2+AB'^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{7}$．

【点睛】此题考查了等边三角形的判定和性质、旋转的性质、勾股定理、全等三角形的判定和性质、最短路径等知识，熟练掌握等边三角形的判定和旋转的性质是解题的关键．

19、(1)见解析　　(2)①见解析；②20

【分析】（1）证明$\triangle ABE\cong\triangle ADE(\text{SAS})$，即可得到结论；

（2）①作$EM\perp BC$于M，$EN\perp CD$于N，得矩形$EMCN$，再证$\triangle DEN\cong\triangle FEM(\text{ASA})$，得到$EF=DE$，即可得到结论；

②证明$\triangle ADE\cong\triangle CDG(\text{SAS})$，得到$AE=CG$，$\angle DAE=\angle DCG=45°$，由$\angle ACD=45°$，得到$CE\perp CG$，则$CE+CG=CE+AE=AC=\sqrt{2}AB=6\sqrt{2}$，由$CG=2\sqrt{2}$得到$CE=4\sqrt{2}$，连接$EG$，由勾股定理得到$EG=2\sqrt{10}$，则$EF=\frac{\sqrt{2}}{2}EG=2\sqrt{5}$，即可得到得到答案．

【详解】（1）证明：∵四边形$ABCD$为正方形，

∴$\angle BAE=\angle DAE=45°$，$AB=AD$，

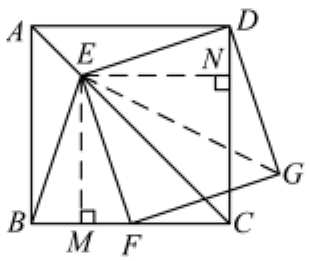
在ΔABE和ΔADE中，

$$\begin{cases}AB=AD\\ \angle BAE=\angle DAE\\ AE=AE\end{cases},$$

∴$\triangle ABE\cong\triangle ADE(\text{SAS})$，

∴$BE=DE$；

（2）①证明：如图，作$EM\perp BC$于M，$EN\perp CD$于N，得矩形$EMCN$，



∴$\angle MEN=90°$，

∵点E是正方形$ABCD$对角线上的点，

∴$EM=EN$，

∵$\angle DEF=90°$，

∴$\angle DEN=\angle MEF=90°-\angle FEN$，

∵ $\angle DNE=\angle FME=90°$，

在□DEN和△FEM中

$$\begin{cases}\angle DNE=\angle FME=90° \\ EN=EM \\ \angle DEN=\angle FEM\end{cases}$$

∴△DEN≌△FEM(ASA)，

∴ $EF=DE$，

∵四边形 $DEFG$ 是矩形，

∴矩形 $DEFG$ 是正方形；

②解：正方形 $DEFG$ 和正方形 $ABCD$ 中，$DE=DG$，$AD=DC$，

$\angle CDG+\angle CDE=\angle ADE+\angle CDE=90°$，

∴ $\angle CDG=\angle ADE$，

在 ΔADE 和 ΔCDG 中，

$$\begin{cases}AD=CD \\ \angle ADE=\angle CDG, \\ DE=DG\end{cases}$$

∴△ADE≌△CDG(SAS)，

∴ $AE=CG$，$\angle DAE=\angle DCG=45°$，

∵ $\angle ACD=45°$，

∴ $\angle ACG=\angle ACD+\angle DCG=90°$，

∴ $CE\perp CG$，

∴ $CE+CG=CE+AE=AC=\sqrt{2}AB=6\sqrt{2}$，

∵ $CG=2\sqrt{2}$，

∴ $CE=4\sqrt{2}$，

连接 EG，

∴ $EG=\sqrt{CE^2+CG^2}=\sqrt{32+8}=2\sqrt{10}$，

∴ $EF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}EG=2\sqrt{5}$，

∴ $S_{正方形DEFG}=EF^2=20$，

即正方形 $DEFG$ 的面积为 20．

【点睛】此题考查了正方形的判定和性质、勾股定理、全等三角形的判定和性质等知识，添加合适辅

助线是解题的关键．

20、（1）$-2<x\le 1$；（2）无解；（3）$\frac{1}{x-1}$，$\frac{1}{2}$．

【分析】（1）先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集即可；

（2）先把分式方程化为整式方程，进而解整式方程代入原分式方程的最简公分母检验即可得解；

（3）先算括号里的，再计算分式除法，最后代入数据计算即可．

【详解】解：（1）$\begin{cases} x-4<2(x-1)① \\ \frac{1+2x}{3}\ge x② \end{cases}$，

由①得，$x>-2$，

由②得，$x\le 1$，

故此不等式组的解集为：$-2<x\le 1$；

（2）$\frac{x-2}{x-3}=2-\frac{1}{3-x}$，

$x-2=2(x-3)+1$，

$x-2=2x-6+1$，

$x-2x=-6+1+2$，

$x=3$，

经检验，$x=3$是原方程的增根，

∴原方程无解；

（3）$\left(1-\frac{1}{x+2}\right)\div\frac{x^2-1}{x+2}$

$=\frac{x+1}{x+2}\div\frac{x^2-1}{x+2}$

$=\frac{x+1}{x+2}\times\frac{x+2}{(x-1)(x+1)}$

$=\frac{1}{x-1}$，

当$x=3$时，原式$=\frac{1}{3-1}=\frac{1}{2}$．

【点睛】本题主要考查了解一元一次不等式组，解分式方程以及分式的混合运算并求值，能求出不等式组的解集，以及进行分式的化简是解此题的关键．

21、(1)A种玩具的单价是3元，B种玩具的单价是2.5元

(2)1000个

【分析】（1）设B种玩具的单价为x元，则A种玩具的单价为$1.2x$元，根据两种玩具1100个列出方程即可；

（2）设购进 A 种玩具 m 个，则购进 B 种玩具 $(2600-m)$ 个，根据用不超过 7000 元的资金列出不等式并解出即可；

【详解】（1）解:设 B 种玩具的单价为 x 元，则 A 种玩具的单价为 $1.2x$ 元，

由题意得：$\frac{1500}{x}+\frac{1500}{1.2x}=1100$，

解得：$x=2.5$，

经检验，$x=2.5$ 是原方程的解，且符合题意，

$\therefore 1.2x=3$，

答：A 种玩具的单价是 3 元，B 种玩具的单价是 2.5 元；

（2）解：设购进 A 种玩具 m 个，则购进 B 种玩具 $(2600-m)$ 个，

由题意得：$3m+2.5(2600-m)\leq 7000$

解得：$m\leq 1000$

$\therefore A$ 种玩具最多能购进 1000 个，

答：A 种玩具最多能购进 1000 个．

【点睛】本题考查了分式方程的应用、一元一次不等式的应用等知识点，根据题意列出方程与不等式是解题关键。