

备战 2023 年中考考前冲刺全真模拟卷（南通）

数学试卷

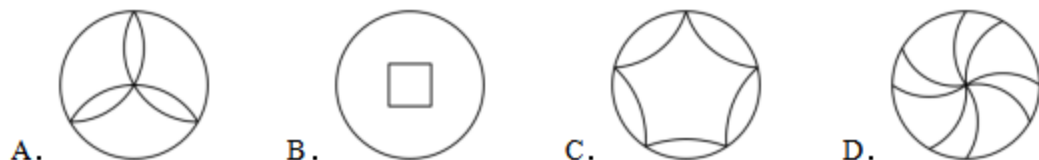
本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1. 如果 $|x|=2$ ，那么 $x=$ （ ）

- A. 2 B. -2 C. 2 或 -2 D. 2 或 $-\frac{1}{2}$

2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



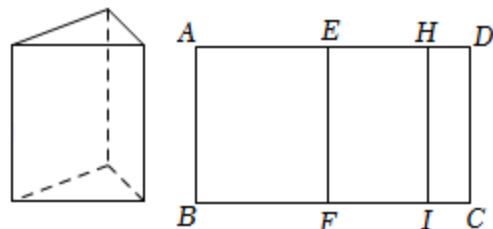
3. 已知某种新型感冒病毒的直径为 0.000 000 785 米，将 0.000 000 785 用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.785×10^{-6} B. 0.785×10^{-7} C. 7.85×10^{-6} D. 7.85×10^{-7}

4. 一次函数 $y=(m-2)x+m-3$ 的图象不经过第二象限，则 m 的值可以是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 如图是一个三棱柱和它的侧面展开图，其中线段 AB 、 EF 、 HI 、 DC 分别表示这个三棱柱的侧棱，若 $AD=16$ ， $HD=4$ ，则 AE 的长度可能是（ ）



- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

6. 《九章算术》是我国古代重要的数学专著之一，其中记录的一道题译为白话文是：把一份文件用慢马送到 900 里外的城市，需要的时间比规定时间多一天；如果用快马送，所需的时间比规定时间少 3 天．已知快马的速度是慢马的 2 倍，求规定时间．设规定时间为 x 天，则可列方程为（ ）

- A. $\frac{900}{x+1} = \frac{900}{x-3} \times 2$ B. $\frac{900}{x+1} \times 2 = \frac{900}{x-3}$
C. $\frac{900}{x-1} = \frac{900}{x+3} \times 2$ D. $\frac{900}{x-1} \times 2 = \frac{900}{x+3}$

7. 已知直线 $a \parallel b$ ，将一块含 45° 角的直角三角板（ $\angle C=90^\circ$ ）按如图所示的位置摆放，若 $\angle 1=55^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）

- A. 80° B. 70° C. 85° D. 75°

8. 若关于 x 的不等式组 的最大整数解是 2，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. B. C. D.

9. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $BC=2$ ，若 D, E 是边 AB 上的两个动点， F 是边 AC 上的一个动点， $DE=$ ，则 $CD+EF$ 的最小值为 ()

- A. - B. $3-$ C. $1+$ D. 3

10. 如图，正方形 的边长为 ，点 P ，点 Q 同时从点 A 出发，速度均为 ，点 P 沿 $A \rightarrow D \rightarrow C$ 向点 C 运动，点 Q 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 向点 C 运动，则 的面积 与运动时间 之间函数关系的大致图象是 ()

- A. B. C. D.

二、填空题 (本人题共 8 小题，第 11~12 题每小题 3 分，第 13~18 题每小题 4 分，共 30 分.)

11. 若式子 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

12. 分解因式： $2x^2-8=$ _____

13. 若抛物线 与 x 轴只有一个公共点，则 m 的值是_____.

14. 如图， ， ，则当 时， $^\circ$.

15. 为了解某校“双减”政策落实情况，一调查机构从该校随机抽取 100 名学生，了解他们每天完成作业的时间，得到的数据如图（ A ：不超过 30 分钟； B ：大于 30 不超过 60 分钟； C ：大于 60 不超过 90 分钟； D ：大于 90 分钟），则该校 2000 名学生中每天完成作业时间不超过 60 分钟的学生约有_____人.

16. 气球的探测器显示，从热气球 看一栋楼顶部 B 的仰角 为 . 看这栋楼底部 的俯角 为 , 若这栋楼的楼高 , 则热气球 与该楼的水平距离为_____ m (结果保留根号).

17. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AC=BD=6$, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 的中点, 则 $EG^2+FH^2=$ _____.

18. 如图, “爱心”图案是由函数 的部分图像与其关于直线 的对称图形组成. 点 A 是直线 上方“爱心”图案上的任意一点, 点 B 是其对称点. 若 , 则点 A 的坐标是_____.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 90 分.）

19.（12 分）计算

(1)计算：_____； (2)解方程：

20.（10 分）在一次体操比赛中，6 个裁判员对某一运动员的打分数据（动作完成分）如下：

9.6 8.8 8.8 8.9 8.6 8.7

对打分数据有以下两种处理方式：

方式一：不去掉任何数据，用 6 个原始数据进行统计：

平均分	中位数	方差
8.9	a	0.107

方式二：去掉一个最高分和一个最低分，用剩余的 4 个数据进行统计：

平均分	中位数	方差
b	8.8	c

(1) a =_____, b =_____, c =_____；

(2)你认为把哪种方式统计出的平均分作为该运动员的最终得分更合理？写出你的判定并说明理由.

21.（10 分）已知菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC=120^\circ$ ， $AB=12$ ，点 E ， F 分别在边 AD ， AB 上，将 $\triangle AEF$ 沿着直线 EF 折叠，使得点 A 落在 G 点.

(1)如图 1, 若点 G 恰好落在 AC 上, 且 $CG=3$, 求 DE 的长;

(2)如图 2, 若点 G 恰好落在 BD 上, 且 $BG=3$, 求 DE 的长.

22. (10 分) 一个质地均匀的正四面体 (其四个面是四个全等的正三角形), 四个面上分别写有 1, 2, 3, 4 这四个整数.

(1)抛掷这个正四面体一次, 向下一面的数字是 2 的概率为_____;

(2)抛掷这个正四面体两次, 求向下一面的数字两次相同的概率.

23. (10 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CD , 过点 B 作 $BD \perp CD$ 于点 D , 交 $\odot O$ 于点 F , 连接 CF .

(1)求证: $CF \parallel BD$;

(2)若 $BD=4$, $CF=3$, 求 AB 的长.

24. (12 分) 已知抛物线 $y=x^2+2mx+m^2-1$ (m 是常数).

- (1)求该抛物线与 x 轴交点坐标及顶点坐标 (可用含 m 的代数式表示);
- (2)将该抛物线先向右平移 2 个单位长度,再向上平移 $(2m-1)$ 个单位长度,若平移后的抛物线与 x 轴没有公共点,且当 $x \leq 0$ 时, y 随 x 的增大而减小,求 m 的取值范围;
- (3)已知 $A(1, 1)$, $B(3, 1)$, 若该抛物线与线段 AB 只有一个公共点,直接写出 m 的取值范围.

25. (12 分) 已知在矩形 $ABCD$ 中, , .

- (1)如图 1, 点 E 为 BC 的中点, 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 点 B 落在点 F 处, 连接 CF , 设 , 求 $\angle BCF$ 的大小 (用含 的式子表示);
- (2)在 (1) 的条件下, 延长 CF 交 AD 于点 G , 求 $\triangle AFG$ 的面积;
- (3)如图 2, 点 E 是边 AB 上的一个动点, 将 $\triangle BEC$ 沿 CE 折叠, 点 B 落在点 F 处, 连接 AF , DF , 当 $\triangle ADF$ 是等腰三角形时, 求 $\tan \angle BCE$ 的值.

26. (14 分) 定义: 在平面直角坐标系中, 点 , , 若 , 则称点 M, N 互为正等距点, 叫做点 M, N 的正等距. 特别地, 一个点与它本身互为正等距点, 且正等距为 0. 例如, 点 , 互为正等距点, 两点的正等距为 3. 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 .

- (1)判断反比例函数 的图象上是否存在点 A 的正等距点? 若存在, 求出该点的坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (2)若与点 A 的正等距等于 4 的点恰好落在直线 上, 求 k 的值;
- (3)若抛物线 上存在点 A 的正等距点 B , 且点 A, B 的正等距不超过 1, 请直接写出 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、C

【解析】 $\because |\pm 2| = 2$, $\therefore x = \pm 2$.

故选：C.

2、B

【解析】解：A. 是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B. 是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项符合题意；

C. 是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D. 不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项不符合题意.

故选：B.

3、D

【解析】解： $0.000\ 000\ 785 = 7.85 \times 10^{-7}$.

故选：D.

4、C

【解析】解： $\because$ $y = \frac{1}{x}$ 的图象不经过第二象限，

$\therefore$ $a > 0$ ， $\therefore$ $a = 1$.

故选：C.

5、C

【解析】解：由图可知， $AD = AE + EH + HD$ ，

$\because AD = 16$ ， $HD = 4$ ， $\therefore AE + EH = 12$ ，

设 $AE = x$ ，则 $EH = 12 - x$ ，

所以 $\begin{cases} x > 4 \\ 12 - x > 4 \end{cases}$ ，

解不等式①得 $x > 4$ ，

解不等式②得， $x < 8$ ，

所以，不等式组的解集是 $4 < x < 8$ ，

$\therefore AE$ 长度的取值范围是 $4 < x < 8$ ， $\therefore AE$ 的长度可能是 6.

故选：C.

6、B

【解析】设规定时间为 x 天，

则可列方程为 $\frac{1}{20}x + \frac{1}{30}x = 1$ ，

故选：B.

7、A

【解析】解：如图，

$\because \angle 1 = \angle 3 = 55^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\therefore \angle 4 = \angle 3 + \angle B = 100^\circ$ ，

$\because a \parallel b$ ， $\therefore \angle 5 = \angle 4 = 100^\circ$ ， $\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 5 = 80^\circ$ ，

故选 A.

8、B

【解析】解： $\begin{cases} x + 2y \leq 4 \\ x - y \leq 2 \end{cases}$ ，

由①得： $x \leq 4 - 2y$ ，

由②得： $x \leq 2 + y$ ，

$\therefore$ 该不等式组的最大整数解是 2，

$\therefore$ 该不等式组解集为： $x \leq 2$ ，其中 x 为偶数，

$\therefore x = 2$ ，

故选：B.

9、B

【解析】解：如图，过 C 作 AB 的对称点 C_1 ，连接 CC_1 ，交 AB 于 N ；过 C_1 作 $C_1C_2 \parallel AB$ ，且 $C_1C_2 = \frac{1}{2}AC$ ，
过 C_2 作 $C_2F \perp AC$ 于 F ，交 AB 于 E ， C_2F 的长度即为所求最小值，

$\because C_1C_2 \parallel DE, C_1C_2 = DE,$
 $\therefore$ 四边形 C_1DEC_2 是平行四边形, $\therefore C_1D = C_2E,$
 又 $\because CC_1$ 关于 AB 对称, $\therefore CD = C_1D, \therefore CD + EF = C_2F,$
 $\because \angle A = 30^\circ, \angle ACB = 90^\circ, \therefore AC = BC = 2, \therefore CN = 1, AN = 3,$
 过 C_2 作 $C_2M \perp AB$, 则 $C_2M = C_1N = CN = 1,$
 $\therefore C_2M \parallel C_1N, C_1C_2 \parallel MN, \therefore MN = C_1C_2 = 1,$
 $\because \angle MEC_2 = \angle AEF, \angle AFE = \angle C_2ME = 90^\circ, \therefore \angle MC_2E = \angle A = 30^\circ,$
 在 $Rt\triangle C_2ME$ 中, $ME = 1, C_2M = 1, C_2E = 2,$
 $\therefore AE = AN - MN - ME = 3 - 1 - 1 = 1, \therefore EF = 1,$
 $\therefore C_2F = 2.$

故选: B.

10、C

【解析】解: 当 $Q、P$ 两点分别在 $AB、AC$ 上时, 即
 可知 $AP = 1, AQ = 1,$
 $\triangle APQ$ 的面积为: $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2};$
 当 $Q、P$ 两点分别在 $AB、BC$ 上时, 连接 PQ , 如图所示:

根据题意有: $AP = 1, BQ = 1,$ 则 $PQ = 1,$
 $\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 $2,$
 $\therefore \triangle APQ$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2},$
 $\therefore \triangle BQP$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2},$
 同理可得 $\triangle CPQ$ 的面积为 $\frac{1}{2},$
 $\therefore \triangle APQ$ 的面积为四边形 $APBQ$ 的面积减去 $\triangle APQ$ 面积,
 又 $\because$ 四边形 $APBQ$ 的面积等于 $\triangle APQ$ 与 $\triangle BQP$ 的面积之和,
 $\therefore \triangle APQ$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2},$

$\therefore$ 当 $x=0$ 时， $y=1$ ， $\therefore$ 点 A 的坐标为 $(0, 1)$ ，
 $\therefore$ 点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

整理得： $k=0$ ，

$\therefore$ 点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

则有 $k=0$ ，故 C 正确.

故选：C.

二、填空题（本人题共 8 小题，第 11~12 题每小题 3 分，第 13~18 题每小题 4 分，共 30 分）

11、

【解析】根据二次根式被开方数必须是非负数的条件，

要使 $\sqrt{x+2}$ 在实数范围内有意义，必须 $x+2 \geq 0$ ， $\therefore x \geq -2$.

故答案为：

12、 $2(x+2)(x-2)$

【解析】 $2x^2 - 8 = 2(x^2 - 4) = 2(x+2)(x-2)$.

13、 -1

【解析】解： $\because$ 抛物线 $y=x^2-2x+m+2$ 与 x 轴只有一个公共点，

$\therefore$ 当 $y=0$ 时，一元二次方程 $x^2-2x+m+2=0$ 有两个相等的实数根

$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (m+2) = 0$,

解得， $m = -1$ ，

故答案为：-1.

14、 126

【解析】 $\because$ 点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，
 $\therefore k=1 \times 1 = 1$ ，
 $\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{1}{x}$ ，

故答案为：126.

15、 1500

【解析】解： A 所占百分比为：

不超过 60 分钟的学生对应统计图中 A ， B 两部分

则 A ， B 所占总比例为：

该校 2000 名学生中每天完成作业时间不超过 60 分钟的学生约有： (人).

16、

【解析】解：过 作 于点 ，设 ，则 ，
在 中， ， ， $\therefore$ $\therefore$ ，
在 中， ， ，
 $\therefore$ ， $\therefore$ ，
 $\therefore$ ，解得： ， $\therefore$ (m)，
则热气球 与该楼的水平距离为 m.
故答案为： .

17、 36

【解析】如图，连接 EF ， FG ， GH ， EH ，

$\because E$ 、 H 分别是 AB 、 DA 的中点，

$\therefore EH$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线，

$\therefore EH = \frac{1}{2}BD = 3$ ，

同理可得 EF ， FG ， GH 分别是 $\triangle ABC$ ， $\triangle BCD$ ， $\triangle ACD$ 的中位线，

$\therefore EF = GH = \frac{1}{2}AC = 3$ ， $FG = \frac{1}{2}BD = 3$ ，

$\therefore EH = EF = GH = FG = 3$ ，

∴ 四边形 $EFGH$ 为菱形，

∴ $EG \perp HF$ ，且垂足为 O ，

∴ $EG = 2OE$ ， $FH = 2OH$ ，

在 $Rt\triangle OEH$ 中，根据勾股定理得： $OE^2 + OH^2 = EH^2 = 9$ ，

等式两边同时乘以 4 得： $4OE^2 + 4OH^2 = 9 \times 4 = 36$ ，

∴ $(2OE)^2 + (2OH)^2 = 36$ ，

即 $EG^2 + FH^2 = 36$ ．

故答案为 36

18、 或

【解析】∵ A, B 关于直线 对称，

∴ 设 ，则 ，

如图所示，

∴ ， ， ∴ ，

∴ ， ∴ ，

∴ ， ∴ ， ∴ 或 (舍)， ∴ ，

∵ 在 上， ∴ ，即 ，

整理得： ，解得 ， ，

当 时， ，

当 时， ， ∴ 点 A 的坐标为 或 ；

故答案是 或 ．

三．解答题（本大题共 8 小题，共 90 分．）

19. (12 分) 计算

(1)计算：_____；

(2)解方程：

【答案】(1)_____；(2)

【解析】(1)解：原式

_____；

(2)解：方程两边同时乘以_____得：_____；

解得_____；

检验：当_____时，_____，

所以原分式方程的解为_____。

20、(1)8.8，8.8，0.005；(2)答案不唯一，理由见解析

【解析】(1)解：将数据排序得：8.6 8.7 8.8 8.8 8.9 9.6

则位于中间的数为：8.8，8.8，

中位数

平均数

方差

故答案为：8.8，8.8；0.005；

(2)解：答案不唯一，

参考答案一：方式二更合理。

理由：方式二去掉了最高分和最低分，减少了极端分值对平均分的影响，比方式一更合理。

参考答案二：方式一更合理。

理由：方式一没有去掉任何数据，用6个原始数据计算平均分，能全面反映所有评委的打分结果，比方式二更合理。

21、(1)_____；(2)

【解析】(1)连接BD，交AC于点O，

∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $\angle ABD = 30^\circ$, $\angle AOB = 90^\circ$, $AC = 2AO$,

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中易得到 $AO = 6$, $AC = 12$,

∵ 菱形 $ABCD$ 中, $AD = DC$, ∴ $\angle DAC = \angle DCA$,

∵ 点 A 与点 G 关于 EF 轴对称, ∴ $AE = EG$,

∴ $\angle DAC = \angle EGA$, ∴ $\angle DCA = \angle EGA$, ∴ $EG \parallel DC$,

∴ $\angle GED = \angle EDC$, ∴ $DE = EG$, ∴ $DE = 6$.

(2) ∵ 菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 120^\circ$, ∴ $AD = AB$, $\angle A = 60^\circ$,

∴ $\triangle ABD$ 是等边三角形, $\angle EDG = \angle FBG = 60^\circ$,

又由翻折可得 $\angle EGF = \angle A = 60^\circ$,

又 $\angle EGB = \angle EGF + \angle FGB = \angle DEG + \angle EDG$,

∴ $\angle FGB = \angle DEG$. ∴ $\triangle DEG \sim \triangle BGF$, ∴ $\frac{DE}{BG} = \frac{EG}{BF}$,

设 $DE = x$, 则 $EG = AE = 12 - x$,

∴ $\frac{x}{6} = \frac{12-x}{BF}$, ∴ $BF = 12 - x$, $FG = x$,

又 $AB = AF + BF = FG + BF = 12$, ∴ $x + 12 - x = 12$, 解得: $x = 6$, 即 $DE = 6$.

22、(1) ；(2)

【解析】(1) 抛掷这个正四面体一次, 一共有 4 种等可能的情况, 故向下一面的数字是 2 的概率为 $\frac{1}{4}$,
故答案为: $\frac{1}{4}$;

(2) 树状图如下:

由树状图可知, 抛掷这个正四面体两次, 共有 16 种等可能的结果.

其中向下一面的数字两次相同的结果共有 4 种.

$\therefore P$ (向下一面的数字两次相同) $=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

23、(1)见解析；(2) ；

【解析】(1) 证明：连接 AC 交 BD 于点 G .

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的切线， $\therefore \angle ACD = 90^\circ$ ，

$\because \angle ACD = \angle ADB = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ACD = \angle ADB$ ， $\therefore \angle ACD = \angle ADB$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle ADB$ ， $\therefore \angle ACD = \angle ADB$ ；

(2) 解：由 (1) 得 $\angle ACD = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ACD = 90^\circ$ ，

$\because$ 在 $\triangle ACD$ 中， $\angle ACD = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ACD = 90^\circ$ ，

$\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径， $\therefore \angle ACD = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ACD = 90^\circ$ ，

又 $\because \angle ACD = 90^\circ$ ， $\therefore$ 四边形 $ACDB$ 是矩形，

$\therefore \angle ACD = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ACD = 90^\circ$ 。

24、(1) 抛物线与 x 轴的交点坐标是 $(1-m, 0)$ 与 $(-1-m, 0)$ ，抛物线的顶点坐标是 $(-m, -1)$ ；

(2) m 的取值范围： $1 < m \leq 2$

(3) $-3 \leq m \leq -1$ 或 $-3 - \frac{1}{2} \leq m \leq -1 - \frac{1}{2}$ 。

【解析】(1) 解： $y = x^2 + 2mx + m^2 - 1 = (x+m)^2 - 1$ ，

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标是 $(-m, -1)$ ；

当 $y=0$ 时， $x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 0$ ，

即 $(x+m)^2 - 1 = 0$ ，

解得 $x_1 = 1-m$ ， $x_2 = -1-m$ ，

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点坐标是 $(1-m, 0)$ 与 $(-1-m, 0)$ ，

(2) 解： $\because y = (x+m)^2 - 1$ ，

将该抛物线先向右平移 2 个单位长度，再向上平移 $(2m-1)$ 个单位长度可得：

$y = (x+m-2)^2 - 1 + 2m - 1 = (x+m-2)^2 + 2m - 2 = x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 2m + 2$ ，

$\therefore$ 平移后的抛物线与 x 轴没有公共点，

$$\therefore \Delta = [2(m-2)]^2 - 4(m^2 - 2m + 2) < 0,$$

解得: $m > 1$,

$\therefore$ 当 $x \leq 0$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore \text{对称轴 } x = -(m-2) \geq 0,$$

解得: $m \leq 2$,

$\therefore m$ 的取值范围: $1 < m \leq 2$;

$$(3) \text{ 解: 令 } y = x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 1,$$

$$\text{解得: } x_1 = -m + \sqrt{2}, x_2 = -m - \sqrt{2},$$

$$\therefore M_1(-m + \sqrt{2}, 1), M_2(-m - \sqrt{2}, 1),$$

若该抛物线与线段 AB 只有一个公共点,

则 M_1 在线段 AB 间或 M_2 在线段 AB 间,

$$\therefore 1 \leq -m + \sqrt{2} \leq 3 \text{ 或 } 1 \leq -m - \sqrt{2} \leq 3,$$

$$\text{解得: } -3 \leq m \leq -1 \text{ 或 } -3 - \sqrt{2} \leq m \leq -1 - \sqrt{2},$$

$$\therefore m \text{ 的取值范围: } -3 \leq m \leq -1 \text{ 或 } -3 - \sqrt{2} \leq m \leq -1 - \sqrt{2}.$$

25、(1) $\angle A = 90^\circ$; (2) $\angle A = 90^\circ$; (3) $\angle A = 90^\circ$ 或

【解析】(1) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle A = 90^\circ, \therefore \angle A = 90^\circ,$$

由折叠的性质可知, $\angle A = 90^\circ$, $\angle A = 90^\circ$, $\therefore \angle A = 90^\circ$,

$$\therefore \text{点 } E \text{ 为 } BC \text{ 的中点, } \therefore BE = EC, \therefore BE = EC,$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A \text{ 的度数为 } 90^\circ.$$

(2) 解: 如图 1, 过点 F 作 $FM \perp AD$ 于 M , MF 的延长线交 BC 于点 N , 则 $FM = MN$,

$$\therefore \angle A = 90^\circ, \therefore \angle A = 90^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle A = 90^\circ$, $\therefore$ 四边形 $AECG$ 是平行四边形, $\therefore \angle A = 90^\circ$,

$\therefore \angle AEF = 90^\circ$ ， $\therefore \angle AEF = \angle AED = 90^\circ$ ， $\therefore$ 在 $\triangle AEF$ 中， $\angle AEF = 90^\circ$ ，
 设 $AE = x$ ， $EF = y$ ，则 $AF = \sqrt{x^2 + y^2}$ ，
 在 $\triangle AEF$ 中，由勾股定理得 $AE^2 + EF^2 = AF^2$ 即 $x^2 + y^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2$ ，
 解得 $x = 1$ （舍去）， $y = 1$ ， $\therefore EF = 1$ ，
 $\therefore \triangle AEF$ 的面积为 $\frac{1}{2}$ 。

（3）解：由题意知，分三种情况求解：①若 $\angle AEF = 90^\circ$ ，如图 2，过点 F 作 $FH \perp AB$ 于 H ， HF 的延长线交 AB 于点 G ，

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\therefore \angle AEF = \angle BCF$ ，
 又 $\angle AEF = 90^\circ$ ， $\therefore \angle BCF = 90^\circ$ ，
 在 $\triangle AEF$ 中，由勾股定理得 $AE^2 + EF^2 = AF^2$ ，
 $\therefore 1^2 + 1^2 = AF^2$ ，
 $\therefore AF = \sqrt{2}$ ，
 $\therefore \angle AEF = 90^\circ$ ， $\therefore \angle BCF = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle AEF = \angle BCF$ ，
 $\therefore \angle AEF = \angle BCF$ ；

②若 $\angle AEF = 90^\circ$ ，如图 3，过点 F 作 $FH \perp AB$ 于 H ，过点 F 作 $FN \perp CD$ 于 N ，

$\therefore$ 四边形 $AEFH$ 是矩形，
 $\therefore \angle AEF = 90^\circ$ ， $\therefore \angle BCF = 90^\circ$ ，
 $\therefore$ 在 $\triangle AEF$ 中， $\angle AEF = 90^\circ$ ，

$\therefore$ $\frac{1}{2} < \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$, $\therefore$

③若 $\frac{1}{2} < \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$,

$\because$ 点 E 是边 AB 上的一个动点, $\therefore$ $\frac{1}{2} < \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$, $\therefore$ 不合题意, 舍去;

综上所述, $\frac{1}{2}$ 的值为 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$.

26、(1)存在, $\frac{1}{2}$; (2) $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$; (3) $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$

【解析】(1) 解: 存在

$\because$ 设点 A 的正等距点坐标为

代入 $\frac{1}{2}$ 得: $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$,

解得 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$.

$\therefore$ $\frac{1}{2}$, $\therefore$ $\frac{1}{2}$.

$\therefore$ 符合题意的点 A 的正等距点为 $\frac{1}{2}$;

(2) 由题意得, 与点 A 的正等距等于 4 的点为 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$

若 $\frac{1}{2}$ 恰好落在直线 $\frac{1}{2}$ 上, 代入得出 $5=6k+2$, 解得: $\frac{1}{2}$;

若 $\frac{1}{2}$ 恰好落在直线 $\frac{1}{2}$ 上, 代入解得: $\frac{1}{2}$;

综上, $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$.

(3) $\because$ 点 A 的正等距点 B $\therefore$ 设 B 点坐标为

$\because$ 点 A, B 的正等距不超过 1, $\therefore$ $\frac{1}{2} < \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$.

把 $\frac{1}{2}$ 代入 $\frac{1}{2}$ 得,

整理得:

$\therefore$ 这个关于 n 的方程 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 至少有一个解的范围是

$\therefore$ $\frac{1}{2} < \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$, $\therefore$

设二次函数

$\therefore$ 顶点在 x 轴下方, 对称轴

当 $\frac{1}{2}$ 时,

当 $m < 0$ 时，

$\therefore$ 关于 n 的方程 $x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 0$ 至少有一个解的范围是

$\therefore$ $\Delta = 4m^2 - 4(m^2 - 1) \geq 0$ 与 x 轴交点横坐标至少有一个在

当两个交点都在 $x < -1$ 时，

，解得：

当只有一个交点在 $x < -1$ 时，如图左边交点在 $x < -1$ 时

此时 $\Delta = 4m^2 - 4(m^2 - 1) \geq 0$ ，解得 $m \geq 1$ 或 $m \leq -1$ ；

如图右边交点在 $x < -1$ 时

此时 $\frac{1}{2} < \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$ ，不等式组无解；

综上所述， $\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$ 。