

# 备战 2023 年中考考前冲刺全真模拟卷（徐州）

## 数学试卷

本卷满分 140 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1. 下列各数中，绝对值最大的数是（ ）

- A. 4                      B. -5                      C. 0                      D. -1

2. 要使分式  $\frac{1}{x+3}$  有意义，则  $x$  的取值范围为（ ）.

- A.  $x > 0$                       B.  $x > -3$                       C.  $x \geq -3$                       D.  $x \neq -3$

3. 下列无理数中，与 3 最接近的是（ ）

- A.  $\sqrt{5}$                       B.  $\sqrt{7}$                       C.  $\sqrt{10}$                       D.  $\sqrt{13}$

4. 下列运算一定正确的是（ ）

- A.  $a^2 + a^3 = a^5$                       B.  $(-a^2)^3 = -a^6$   
C.  $a^2 \cdot a^4 = a^8$                       D.  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

5. 如图所示的几何体的俯视图是（ ）



- A.                       B.                       C.                       D. 

6. 某校组织了一分钟跳绳比赛活动，体育组随机抽取了 10 名参赛学生的成绩，将这组数据整理后制成统计表：

|            |     |     |     |     |
|------------|-----|-----|-----|-----|
| 一分钟跳绳个数（个） | 165 | 170 | 145 | 150 |
| 学生人数（名）    | 5   | 2   | 1   | 2   |

则关于这组数据的结论正确的是

- （ ） A. 平均数是 160      B. 众数是 165      C. 中位数是 167.5      D. 方差是 2

7. 如图，将平行四边形  $ABCD$  沿对角线  $AC$  折叠，使点  $B$  落在点  $B'$  处，若  $\angle 1 = \angle 2 = 44^\circ$ ， $\angle B$  为（ ）

- A.  $136^\circ$                       B.  $144^\circ$                       C.  $108^\circ$                       D.  $114^\circ$

8.如图，点  $A, B$  的坐标分别为  $A(3, 0)$ 、 $B(0, 3)$ ，点  $C$  为坐标平面内的一点，且  $BC=2$ ，点  $M$  为线段  $AC$  的中点，连接  $BM$ ，则  $\angle BMC$  的最大值为（ ）

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.）

9.5 的平方根是\_\_\_\_\_.

10.分解因式： $a^3 - 4a =$ \_\_\_\_\_.

11.若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x + a = 0$  无实数根，则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12.长江的流域面积大约是 1800000 平方千米，1800000 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

13.一个小球在如图所示的方格地砖上任意滚动，并随机停留在某块地砖上. 每块地砖的大小、质地完全相同，那么该小球停留在白色区域的概率是\_\_\_\_\_.

14.一个圆锥的底面半径是 2cm，它的侧面展开图是半圆，则这圆锥的高为\_\_\_\_\_cm.

15.在平面直角坐标系中， $O$  为坐标原点，若直线  $y=x+3$  分别与  $x$  轴，直线  $y=-2x$  交于点  $A, B$ ，则  $\triangle AOB$  的面积为\_\_\_\_\_.

16.如图，两张完全相同的矩形纸片  $ABCD$  和  $EFGH$ ， $AB=4$ ， $BC=3$ ，把纸片  $ABCD$  交叉叠放在纸片  $EFGH$  上，使重叠部分为平行四边形，且点  $D$  与点  $G$  重合. 当两张纸片交叉所成的角  $\alpha$  最小时， $\alpha =$ \_\_\_\_\_.

17.如图,点  $A$ 、 $B$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上,  $AC \perp x$  轴于点  $C$ ,  $BD \perp x$  轴于点  $D$ ,  $BE \perp y$  轴于点  $E$ . 若  $AC = AE$ , 则  $AC$  的长为\_\_\_\_\_.

18.如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ ,  $P$  为  $AB$  边上的一动点, 以  $AP$ 、 $BP$  为边作  $\triangle APQ$ , 则线段  $PQ$  的最小值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题（本大题共 10 小题，共 86 分．）

19.（10 分）计算

(1)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$  ; (2)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$  .

20.（10 分）（1）解方程：  $x^2 - 3x + 2 = 0$  ； （2）解不等式组：  $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 2 < 0 \end{cases}$  .

21.（7 分）为了更好防控疫情，某医院准备从甲、乙、丙三位医生和  $A$ 、 $B$  两名护士中选取一位医生和一名护士指导某社区预防疫情工作．用树状图（或列表法）求恰好选中医生甲和护士  $A$  的概率．

22. (7分) 某校将学生体质健康测试成绩分为  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四个等级，对应分数分别为 4 分、3 分、2 分、1 分. 为了解学生整体体质健康状况，拟抽样 120 人进行统计分析.

(1) 以下是三种抽样方案:

甲方案: 随机抽取七年级男、女生各 60 人的体质健康测试成绩.

乙方案: 随机抽取七、八、九年级男生各 40 人的体质健康测试成绩.

丙方案: 随机抽取七、八、九年级男生、女生各 20 人的体质健康测试成绩.

你认为较为合理的是\_\_\_\_\_方案 (选填甲、乙、丙);

(2) 按照合理的方案, 将随机抽取的测试成绩整理并绘制成如图统计图

① 这组数据的中位数是\_\_\_\_\_分;

② 请求出这组数据的平均数;

③ 小明的体质健康测试成绩是  $C$  等级, 请你结合以上数据, 对小明的体质健康状况作出评价, 并给出一条合理的建议.

23. (8分) 如图, 四边形\_\_\_\_\_是平行四边形, \_\_\_\_\_, 且分别交对角线\_\_\_\_\_于点\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, 连接\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_.

(1) 求证: \_\_\_\_\_;

(2) 若\_\_\_\_\_, 求证: 四边形\_\_\_\_\_为菱形.

24. (8分) 如图,  $\odot O$  是\_\_\_\_\_的外接圆,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $P$  为  $\odot O$  外一点, 且\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_.

(1)求证： $PA$ 为 $\odot O$ 的切线；

(2)若  $\angle BAC = 30^\circ$ ， $AB = 2$ ，求  $AC$  的长．

25. (7分) 为加快城市群的建设与发展，在徐州与连云港两城市间新建一条城际铁路，建成后，铁路运行里程由现在的  $210\text{ km}$  缩短至  $180\text{ km}$ ，城际铁路的设计平均时速要比现行的平均时速快  $200\text{ km}$ ，运行时间仅是现行时间的  $\frac{3}{4}$ ，求建成后的城际铁路在徐州到连云港两地的运行时间．

26. (8分) 如图，某渔船在完成捕捞作业后准备返回港口  $A$ ，途经某海域  $B$  处时，港口  $A$  的工作人员监测到点  $B$  在南偏东  $30^\circ$  方向上，另一港口  $C$  的工作人员监测到点  $B$  在正西方向上．已知港口  $A$  在港口  $C$  的北偏西  $45^\circ$  方向，且  $A$ 、 $C$  两地相距  $120$  海里．

(1) 求出此时点  $B$  到港口  $A$  的距离 (计算结果保留根号)；

(2) 若该渔船从  $B$  处沿  $BC$  方向向港口  $C$  驶去，当到达点  $C$  时，测得港口  $A$  在  $C$  的南偏东  $45^\circ$  的方向上，求此时渔船的航行距离 (计算结果保留根号)．

27. (9分) 某蔬菜生产基地的气温较低时，用装有恒温系统的大棚栽培一种新品种蔬菜．如图是试验阶段的某天恒温系统从开启到关闭后，大棚内的温度  $y$  ( $^\circ\text{C}$ ) 与时间  $x$  ( $h$ ) 之间的函数关系，其中线

段  $AB$ 、 $BC$  表示恒温系统开启阶段，双曲线的一部分  $CD$  表示恒温系统关闭阶段．

请根据图中信息解答下列问题：

(1) 求这天的温度  $y$  与时间  $x$  的函数关系式；

(2) 解释线段  $BC$  的实际意义；

(3) 若大棚内的温度低于  $10^{\circ}\text{C}$  时，蔬菜会受到伤害．问这天内，恒温系统最多可以关闭多少小时，才能使蔬菜避免受到伤害？

28. (12 分) 如图 1，在等腰三角形  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 90^{\circ}$ ，点  $D$ 、 $E$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上，连接  $DE$ ，点  $F$  分别为  $BC$  的中点．

(1) 观察猜想

图 1 中，线段  $DE$  与  $BC$  的数量关系是  $DE = \frac{1}{2}BC$ ， $\angle ADE$  的大小为  $45^{\circ}$ ；

(2) 探究证明

把  $\triangle ADE$  绕点  $A$  顺时针方向旋转到如图 2 所示的位置，连接  $DF$ ，判断  $\triangle DEF$  的形状，并说明理由；

(3) 拓展延伸

把  $\triangle ADE$  绕点  $A$  在平面内自由旋转，若  $AD = AE = 1$ ，请求出  $\triangle DEF$  面积的最大值．

## 参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、B

【解析】解：、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ ，

绝对值最大的数是  $\frac{1}{2}$ ．

故选：B．

2、D

【解析】解：当分母  $x-1$ ，即  $x \neq 1$  时，分式  $\frac{1}{x-1}$  有意义，

故选：D．

3、C

【解析】解： $\because 5 < 7 < 9 < 10 < 13 < 16$ ，

$\therefore \sqrt{10}$  与 3 最接近的是  $\sqrt{9}$ ，

故选：C．

4、B

【解析】解：A、 $a^2$  与  $a^3$  不是同类项，不能合并，原计算错误，故此选项不符合题意；

B、 $(-a^2)^3 = -a^6$ ，原计算正确，故此选项符合题意；

C、 $a^2 \cdot a^4 = a^6$ ，原计算错误，故此选项不符合题意；

D、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，原计算错误，故此选项不符合题意．

故选：B．

5、D

【解析】解：从上面看，是一个大矩形，在大矩形里，其左下角是一个小矩形．

故选：D

6、B

【解析】解：根据题目给出的数据，可得：

平均数为： $\frac{100+120+140+160+180+165+165+165+165+165}{10} = 148.5$ ，故 A 选项错误；

165 个出现的次数最多，故众数是 165，故 B 选项正确；

中位数是：把这组数据从小到大排列后，第 5 个和第 6 个数都是 165 个，故这组数据的中位数 165，故

C 选项错误；

方差是： $\frac{1}{10}[(100-148.5)^2 + (120-148.5)^2 + (140-148.5)^2 + (160-148.5)^2 + (180-148.5)^2 + 4 \times (165-148.5)^2]$ ，

故 D 选项错误；

故选：B.

7、D

【解析】解：∵四边形  $ABCD$  是平行四边形，

∴  $AB \parallel CD$ ，

∴  $\angle ACD = \angle BAC$ ，

由折叠的性质得：  $\angle BAC = \angle$  ，

∴  $\angle BAC = \angle ACD = \angle$  ，

∴  $\angle B = 180^\circ - \angle 2 - \angle BAC = 180^\circ - 44^\circ - 22^\circ = 114^\circ$ .

故选 D.

8、A

【解析】解：如图，∵点  $C$  为坐标平面内一点，  $BC=2$ ，

∴  $C$  在  $\odot B$  上，且半径为 2，

取  $OD=OA=3$ ，连接  $CD$ ，

∵  $AM=CM$ ，  $OD=OA$ ，∴  $OM$  是  $\triangle ACD$  的中位线，∴  $OM = \frac{1}{2}CD$ ，

当  $OM$  最大时，即  $CD$  最大，而  $D$ ， $B$ ， $C$  三点共线时，当  $C$  在  $DB$  的延长线上时， $OM$  最大，

∵  $OB=3$ ，  $OD=3$ ，  $\angle BOD=90^\circ$ ，∴  $BD = 3\sqrt{2}$ ，∴  $CD = 3\sqrt{2} + 2$ ，

∴  $OM = \frac{1}{2}CD = \frac{3\sqrt{2} + 2}{2}$ ，即  $OM$  的最大值为  $\frac{3\sqrt{2} + 2}{2}$ ；

故选 A

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.）

9、

【解析】解：5 的平方根是  $\pm \sqrt{5}$  .

故答案是： $\pm \sqrt{5}$  .

10、

【解析】解：原式=\_\_\_\_\_；

故答案为：.

11.

**【解析】** ∵  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$

由题意知， $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ ，

解得：  $x = \frac{1}{2}$ ，

故答案为：.

12、  $1.8 \times 10^6$

**【解析】**解：将 1800000 用科学记数法表示为  $1.8 \times 10^6$ ，

故答案为： $1.8 \times 10^6$ .

13、

**【解析】**解：根据题目中所示地砖可知，每一块方格地砖被对角线平均分成两块，一块为黑色区域，

另一块为白色区域，所以白色区域占整体的  $\frac{1}{4}$ ，所以小球停留在白色区域的概率是  $\frac{1}{4}$ 。

故答案为：.

14.

**【解析】**解：设圆锥的母线长为  $1\text{cm}$ ，

根据题意得  $2\pi \times 2 =$  , 解得  $l=4$ ,

所以圆锥的高= $\frac{1}{3} \times 12 \times 3 = 12$  (cm).

故答案为 2 .

15、3

【解析】解：在  $y=x+3$  中，令  $y=0$ ，得  $x=-3$ ，

解得,  $\lambda = \frac{1}{2}$ ,
$$\therefore A(-3, 0), B(-1, 2),$$
$$\therefore \triangle AOB \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3,$$

故答案为：3.

16、

【解析】解：如图，取  $BC$  与  $EH$  的交点为  $K$ ， $AD$  与  $EH$  的交点为  $N$ ， $BC$  与  $FG$  的交点为  $M$ ，

$$\because \angle ADC = \angle HDF = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle ADF + \angle CDM = \angle ADF + \angle NDH, \therefore \angle CDM = \angle NDH,$$

$$\text{又 } \because CD = DH, \angle H = \angle C = 90^\circ, \therefore \triangle CDM \cong \triangle HDN \text{ (ASA)}, \therefore MD = ND,$$

又  $\because$  四边形  $DNKM$  是平行四边形，

$$\therefore \text{四边形 } DNKM \text{ 是菱形}, \therefore KM = DM,$$

$$\therefore \sin \alpha = \sin \angle DMC = \frac{1}{2},$$

$\therefore$  如图，当点  $B$  与点  $E$  重合时，两张纸片交叉所成的  $\alpha$  角最小，

设  $MD = a = BM$ ，则  $CM = 4 - a$ ，

$$\because MD^2 = CD^2 + MC^2, \therefore a^2 = 1 + (4 - a)^2, \text{ 解得 } a = \frac{5}{4}, \text{ 即 } MD = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \sin \alpha = \sin \angle DMC = \frac{1}{2}.$$

故答案为：  $\frac{1}{2}$  .

17、

【解析】解：如图，

$\because BD \perp x$  轴于点  $D$ ,  $BE \perp y$  轴于点  $E$ ,  $\therefore$  四边形  $BDOE$  是矩形,  $\therefore BD = OE = 1$ ,

把  $y = 1$  代入  $y = -\frac{1}{2}x + 2$ , 求得  $x = k$ ,  $\therefore B(k, 1)$ ,  $\therefore OD = k$ ,

$\because OC = 2CD$ ,  $\therefore OC = \frac{2}{3}$ ,

$\because AC \perp x$  轴于点  $C$ , 把  $x = \frac{2}{3}$  代入  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  得,  $y = \frac{5}{3}$ ,  $\therefore AE = AC = \frac{4}{3}$ ,

故答案为:  $\frac{4}{3}$ .

18、

【解析】解: 四边形  $ABCD$  是平行四边形,  
点  $P$  在  $AB$  上, 则  $P$  点在平行四边形的线段  $AB$  上运动,  
当  $AP = PB$  时,  $CP$  最小,  
在  $\triangle ABC$  中,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  
由勾股定理得:  $AB = 5$ ,

即  $CP$  最小值为  $\frac{12}{5}$ .

故答案为:  $\frac{12}{5}$ .

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 86 分.)

19、(1)3; (2)

【解析】(1) 解: 原式  $3 - 2 + 2 = 3$ ;

(2) 解: 原式  $3 - 2 + 2 = 3$ .

20、(1)  $2x^2 - 3x + 1$ ; (2)  $2x^2 - 3x + 1$ .

【解析】解: (1)

$2x^2 - 3x + 1$ ,

解得:  $x = \frac{1}{2}$  或  $x = 1$ ;

(2)

由①得：  $x \geq 1$  ；

由②得：  $x \leq 2$  ；

$\therefore$  不等式组的解集是：  $1 \leq x \leq 2$  .

21、恰好选中医生甲和护士 乙 的概率为

【解析】解：由题意，画树状图如下：

由图可知，共有 6 种等可能的结果，其中，恰好选中医生甲和护士 乙 的结果只有 1 种，

则恰好选中医生甲和护士 乙 的概率为  $\frac{1}{6}$  ，

答：恰好选中医生甲和护士 乙 的概率为  $\frac{1}{6}$  .

22、(1)丙

(2)①3；②2.75 分；③小明的体质健康状况处在中偏下，平时要加强体质健康锻炼.

【解析】(1) 甲乙两方案选择样本比较片面，不能代表真实情况，加方案考虑到性别的差异，但没有考虑年级学段的差异，乙方案考虑到了年级特点，但没有考虑到性别的差异，他们抽样调查不具有广泛性和代表性；

丙方案随机抽取七、八、九年级男生、女生各 20 名的体质健康测试成绩，选取的样本有广泛性和代表性.

所以，比较合理的方案是丙方案，

故答案为：丙；

(2) ①把 120 个数据按大小顺序排列，处在最中间的两个数据是第 60 个和 61 个，

A 等级有 30 人，B 等级有 45 人，

$\therefore 30+45=75$

$\therefore$  中位数为 3 分，

故答案为 3；

② \_\_\_\_\_ (分)；

③C等级对应的分数是2分，低于平均数和中位数，  
所以，小明的体质健康状况处在中下偏下，平时要加强体质健康锻炼。

23、(1)见解析；(2)见解析

【解析】(1)证明： 四边形 是平行四边形，

， ， ，  
， ， ，  
在 和 中，

，  
，  
；

(2)证明：由(1)知 ，则 ，  
又 ，  
四边形 是平行四边形，  
， 四边形 为菱形。

24、(1)证明过程见详解；(2)

【解析】(1)证明： 是 的直径， ，  
又 ， ，  
， ，  
，  $PA$ 为 $\odot O$ 的切线；

(2)由(1)知， ，  
， ，  
又 ，在 中， ， ，  
，  
又由(1)中， ，且 ，  
， ，即 ，

解得 ，  $AC$ 的长为8。

25、建成后的城际铁路在徐州到连云港两地的运行时间为  $t$  h.

【解析】解：设建成后的城际铁路在徐州到连云港两地的运行时间为  $xh$ ，则建成前在徐州到连云港两地的运行时间为  $xh$ ，

依题意，得：

解得：

经检验，是原方程的解，且符合题意.

答：建成后的城际铁路在徐州到连云港两地的运行时间为  $t$  h.

26、(1) 此时点  $A$  到港口  $C$  的距离为 海里；(2) 此时该渔船的航行距离为 海里.

【解析】(1) 如图所示：延长  $BA$ ，过点  $C$  作  $CD \perp BA$  延长线与点  $D$ ，

由题意可得：

由 (1) 得：点  $A$  到港口  $C$  的距离为 海里，

由 (2) 得：

由 (1) 得：点  $A$  到港口  $C$  的距离为 海里，

由 (1) 得：点  $A$  到港口  $C$  的距离为 海里，

由 (1) 得：点  $A$  到港口  $C$  的距离为 海里，

由 (1) 得：点  $A$  到港口  $C$  的距离为 海里，

由 (1) 得：点  $A$  到港口  $C$  的距离为 海里；

(2) 过点  $A$  作  $AN \perp BC$  于点  $N$ ，如图：

由 (1) 得：  $CD=60$  海里，  $AC=40$  海里，

$\because AE \parallel CD$ ，  $\therefore \angle AAE = \angle ACD = 30^\circ$ ，  $\therefore \angle BA'A = 45^\circ$ ，

$\because \angle BAE = 75^\circ$ ，  $\therefore \angle ABA' = 15^\circ$ ，  $\therefore \angle 2 = 15^\circ = \angle ABA'$ ，即  $AB$  平分  $\angle CBA$ ，  $\therefore AE = AN$ ，

设  $AA' = x$ ，则  $AE = AA'$ ，  $AN = AE = x$ ，

$\because \angle 1 = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ ，  $AN \perp BC$ ，  $\therefore AC = 2AN = x$ ，

$\because AC + AA' = AC$ ，  $\therefore x + x = 40$ ，解得：  $x = 60 - 20$ ，

$\therefore AA' = (60-20)$  海里，

答：此时渔船的航行距离为  $(60-20)$  海里．

27、(1) $y =$  ；

(2) 线段  $BC$  表示恒温系统设定恒温为  $20^{\circ}\text{C}$ ；

(3) 恒温系统最多可以关闭 10 小时，才能使蔬菜避免受到伤害．

【解析】(1) 解：设线段  $AB$  解析式为  $y = k_1x + b$  ( $k_1 \neq 0$ )，

$\because$  线段  $AB$  过点  $(0, 10)$ ， $(3, 15)$ ，

代入得 ，解得： ，

$\therefore$  线段  $AB$  的解析式为： $y = x + 10$  ( $0 \leq x < 6$ )，

$\because B$  在线段  $AB$  上，当  $x = 6$  时， $y = 20$ ，

$\therefore$  点  $B$  坐标为  $(6, 20)$ ，

$\therefore$  线段  $BC$  的解析式为： $y = 20$  ( $6 \leq x < 10$ )，

设双曲线  $CD$  解析式为： $y =$  ( $k_2 \neq 0$ )，

$\because C(10, 20)$ ， $\therefore k_2 = 200$ ，

$\therefore$  双曲线  $CD$  的解析式为： $y =$  ( $10 \leq x \leq 24$ )；

$\therefore y$  关于  $x$  的函数解析式为： $y =$  ；

(2) 线段  $BC$  表示恒温系统设定恒温为  $20^{\circ}\text{C}$ ；

(3) 把  $y = 10$  代入  $y =$  中，解得： $x = 20$ ， $\therefore 20 - 10 = 10$ ，

答：恒温系统最多可以关闭 10 小时，才能使蔬菜避免受到伤害．

28、(1) 相等， ；(2) 是等边三角形，理由见解析；(3) 面积的最大值为 ．

【解析】由题意知： $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，且点 分别为 的中点，

$\therefore BD = CE$ ， $MN \perp BD$ ， $NP \perp CE$ ， $MN = \frac{1}{2}BD$ ， $NP = \frac{1}{2}EC$ ， $\therefore MN = NP$

又 $\because MN \perp BD$ ， $NP \perp CE$ ， $\angle A =$  ， $AB = AC$ ，

$$\therefore \angle MNE = \angle DBE, \angle NPB = \angle C, \angle ABC = \angle C =$$

根据三角形外角和定理，

$$\text{得 } \angle ENP = \angle NBP + \angle NPB$$

$$\therefore \angle MNP = \angle MNE + \angle ENP, \angle ENP = \angle NBP + \angle NPB,$$

$$\angle NPB = \angle C, \angle MNE = \angle DBE,$$

$$\therefore \angle MNP = \angle DBE + \angle NBP + \angle C$$

$$= \angle ABC + \angle C = 120^\circ.$$

$\triangle MNP$  是等边三角形.

理由如下：

如图，由旋转可得

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACE$  中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \quad (\text{SAS})$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE, BD = CE$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BAC = 60^\circ$$

$$\therefore \triangle BDC \text{ 是等边三角形.}$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ, BD = DC = BC$$

即  $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ，从而

$\triangle ABC$  的面积  $S = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ 。

$\therefore \triangle ABC$  面积的最大值为  $2$ 。