

备战 2023 年中考考前冲刺全真模拟卷（扬州）

数学试卷

本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题（本大题共 18 小题，每小题 3 分，共 24 分。每小题只有一个选项是符合题意的）

1. 8 的立方根为（ ）

- A. 2 B. ± 2 C. -2 D. 4

2. 新冠病毒肆虐全球，截止至 2021 年 1 月，全球约有 85500000 人感染新冠病毒，将 85500000 用科学记数法可表示为（ ）

- A. 8.55×10^6 B. 8.55×10^7 C. 855×10^5 D. 0.855×10^8

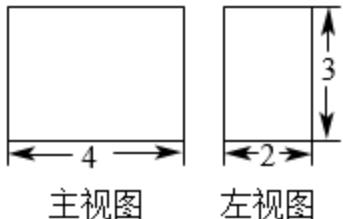
3. 由《九章算术》卷第七《盈不足》改编这样一个问题：“今有共买羊，人出十二，不足五十一；人出十六，不足一十一。问人数、羊价各几何？”题意是若干人共同出资买羊，每人出 12 钱，则差 51 钱；每人出 16 钱，则差 11 钱。求人数和羊价各是多少？设买羊人数为 x 人，则根据题意可列方程为（ ）

- A. $12x - 51 = 16x - 11$ B. $12x + 51 = 16x - 11$
C. $12x + 51 = 16x + 11$ D. $12x - 51 = 16x + 11$

4. 某班级采用小组学习制，在一次数学单元测试中，第一组成员的测试成绩分别为： 95 、 90 、 100 、 85 、 95 ，其中得分 85 的同学有一道题目被老师误判，其实际得分应该为 90 分，那么该小组的实际成绩与之前成绩相比，下列说法正确的是（ ）

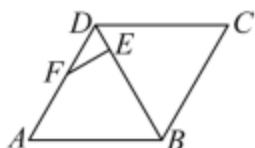
- A. 数据的中位数不变 B. 数据的平均数不变
C. 数据的众数不变 D. 数据的方差不变

5. 某长方体的主视图、左视图如图所示，则该长方体的体积是（ ）



- A. 18 B. 24 C. 36 D. 48

6. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = BD = 10$ ，点 F 为 AD 的中点， $FE \perp BD$ 于 E ，则 EF 的长为（ ）



- A. $2\sqrt{3}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ D. $5\sqrt{3}$

7. 已知 A , B , C , D 是实数，若对于所有的实数 x , A 的值始终比 B 的值大，则 a 的值可能（ ）

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

8. 运用你学习函数的经验，判断以下哪个函数的图像如图所示（ ）

- A. B. C. D.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。）

9. 写出一个比 0 大，且比 2 小的无理数：_____。

10. 在函数 $y = \frac{1}{x}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____。

11. 已知 $a = 2^{\frac{1}{3}}$, $b = 3^{\frac{1}{2}}$, 则代数式 $a^2 + b^2$ 的值为_____。

12. 方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的解为_____。

13. 已知点 $A(1, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，则当 $x > 0$ 时， y 的取值范围是_____。

14. 某单位有 10000 名职工，想通过验血的方式筛查出某种病毒的携带者。如果对每个人的血样逐一化验，需要化验 10000 次。统计专家提出了一种化验方法：随机地按 5 人一组分组，然后将各组 5 个人的血样混合再化验。如果混合血样呈阴性，说明这 5 个人全部阴性；如果混合血样呈阳性，说明其中至少有一个人呈阳性，就需要对这组的每个人再分别化验一次。假设携带该病毒的人数占 0.05%。按照这种化验方法至多需要_____次化验，就能筛查出这 10000 名职工中该种病毒的携带者。

15. 如图，已知 AB , CD , EF 互相平行，且 $\angle ABE = 70^\circ$, $\angle ECD = 150^\circ$, 则 $\angle BEC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

16. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在 AD 上，以 AE 为折痕，把 $\triangle AED$ 向上翻折，点 A 正好落在边的点 F 处，若 $\triangle FDE$ 的周长为 6， $\triangle BEC$ 的周长为 8，那么 EC 的长为_____。

17. 如图, 在扇形 AOB 中, D 为 AB 上的点, 连接 AD 并延长与 OB 的延长线交于点 C , 若 $\angle AOB=60^\circ$, $\angle ADC=90^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数为_____.

18. 如图, M, N 是 $\angle AOB$ 的边 OA 上的两个点 ($OM < ON$), $\angle AOB=30^\circ$, $OM=a$, $MN=4$. 若边 OB 上有且只有 1 个点 P , 满足 $\triangle PMN$ 是等腰三角形, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分.)

19. (8 分) (1) 计算: $\sqrt{12} + \sqrt{27}$; ;

(2) 用配方法解方程: $x^2 - 4x - 5 = 0$.

20. (8 分) 先化简再求值: $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x + 1} \div \frac{x+2}{x-1}$, 其中 x 是不等式组 $\begin{cases} x > 1 \\ x < 3 \end{cases}$ 的一个整数解.

21. (8 分) 今年的 4 月 15 日是第七个全民国家安全教育日, 某校为了解学生的安全意识, 在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查. 根据调查结果, 把学生的安全意识分成“淡薄”、“一般”、“较强”、“很强”四个层次类别, 并绘制如下两幅尚不完整的统计图.

根据以上信息，解答下列问题：

- (1)这次调查一共抽取了_____名学生，请将条形统计图补充完整；
- (2)扇形统计图中，“较强”层次类别所占圆心角的大小为_____；
- (3)若该校有 2000 名学生，现要对安全意识为“淡薄”、“一般”的学生强化安全教育，请根据以上调查结果估算，全校需要强化安全教育的学生共有多少名？

22. (8分) 小晗家客厅里装有一种三位单极开关，分别控制着 A (楼梯)、 B (客厅)、 C (走廊) 三盏电灯，在正常情况下，小晗按下任意一个开关均可打开对应的一盏电灯，既可三盏、两盏齐开，也可分别单盏开。因刚搬进新房不久，不熟悉情况。

- (1)若小晗任意按下一个开关，正好楼梯灯亮的概率是多少？
- (2)若任意按下其中的两个开关，则正好客厅灯和走廊灯同时亮的概率是多少？请用树状图或列表加以说明。

23. (10分) 某学校准备组织部分学生到当地社会实践基地参加活动，陈老师从社会实践基地带回来了两条信息：

信息一：按原来报名参加的人数，共需要交费用 320 元。现在报名参加的人数增加到原来人数的 2 倍，可以享受优惠，此时只需交费用 480 元；

信息二：享受优惠后，参加活动的每位同学平均分摊的费用比原来少 4 元。根据以上信息，现在报名参加的学生有多少人？

24. (10分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 O 为对角线 AC 的中点, 点 E 是 AD 上一点, 连接 EC 并延长交于点 F , 连接 EF .

(1) 求证: $EF \perp AD$;

(2) 当 $\angle AED=30^\circ$ 时, 试判断四边形 $EFCD$ 的形状, 并说明理由.

25. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AC 边为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 过点 D 作 AB 于点 E , 交 AC 的延长线于点 F .

(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $EB=1$, 且 $EF=2$, 求 DF 的长.

26. (10分) 按要求作图, 不要求写做法, 但要保留作图痕迹.

(1) 如图1, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, E 为 BC 上任意一点, 请只用直尺(不带刻度)在边 AD 上找点 F , 使 $DF=BE$.

(2) 如图2, 点 E 是菱形 $ABCD$ 的对角线 BD 上一点, 请只用直尺(不带刻度)作菱形 $AECF$.

27. (12分) 在平面直角坐标系中, 已知函数 和函数 不论 x 取何值, 都取 与 二者之中的较小值.

- (1)求函数 和 图象的交点坐标, 并直接写出 关于 的函数关系式;
- (2)现有二次函数 , 若函数 和 y 都随着 x 的增大而减小, 求自变量 x 的取值范围;
- (3)在 (2) 的结论下, 若函数 和 y 的图象有且只有一个公共点, 求 c 的取值范围.

28. (12分) 类似于平面直角坐标系, 如图 1, 在平面内, 如果原点重合的两条数轴不垂直, 那么我们称这样的坐标系为斜坐标系. 若 P 是斜坐标系 xOy 中的任意一点, 过点 P 分别作两坐标轴的平行线, 与 x 轴、 y 轴交于点 M, N , 如果 M, N 在 x 轴、 y 轴上分别对应的实数是 a, b , 这时点 P 的坐标为 .

- (1)如图 2, 在斜坐标系 xOy 中, 画出点 ;
- (2)如图 3, 在斜坐标系 xOy 中, 已知点 、 , 且 是线段 CB 上的任意一点, 则 y 与 x 之间的等量关系式为 ;
- (3)若 (2) 中的点 P 在线段 CB 的延长线上, 其它条件都不变, 试判断 (2) 中的结论是否仍然成立, 并说明理由.

参考答案

一、选择题（本大题共 18 小题，每小题 3 分，共 24 分。每小题只有一个选项是符合题意的）

1、A

【解析】解：因为 $\sqrt[3]{8} = 2$ ，则 8 的立方根为 2.

2、B

【解析】解：

故选：B.

3、C

【解析】解：设买羊人数为 x 人，

则根据题意可列方程为 \dots .

故选：C.

4、A

【解析】
A：数据从小到大排得：85、90、95、95、100，因为 85 的同学实际得分 90，重新排列为：
90、90、95、95、100，所以中位数前后相同，都是 95，选项正确；
B：根据平均数定义，数据前后总数变多，项数不变，所以平均数增大，选项错误；
C：数据众数，改变前为：95，改变后为：90 和 95，所以发生改变，选项错误；
D：根据方差的定义，改变前方差为：26，改变之后的方差为：14，方差发生改变，选项错误。

故选：

5、B

【解析】解：由主视图可得长方体的长为 4，

由左视图可得长方体的高为 3，宽为 2，

则这个长方体的体积是

故这个长方体的体积是 24.

故选 B.

6、C

【解析】解：如图，连接 AC ，

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形， $\therefore AB=BC=CD=DA$ ，

$\therefore \angle B=\angle D=60^\circ$ ， $\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 是等边三角形， $\therefore AB=AC=BC=CD=DA$ ，

\because 点 F 为 AD 的中点， $\therefore AF=DF=\frac{1}{2}AD$ ，

∴ $\frac{1}{x+1} > \frac{1}{x}$, 即 $x+1 < x$, 显然不成立.

∴ $x^2+a > 2x$, 即 $x^2-2x+a > 0$.

故选: C.

7、D

【解析】解: 由题可得: A 的值始终比 B 的值大,

∴ 有 $x^2+a > 2x$, 即 $x^2-2x+a > 0$

即 $y=x^2-2x+a$ 的函数图像与 x 轴无交点, ∴ $\Delta=4-4a<0$, ∴ $a>1$.

故选: D.

8、C

【解析】A. 当 $x=0$ 时, $y=0$, 故与题干中图象不符, 该选项不合题意;

B. 当 $x=1$ 时, $y=\sqrt{2}$ 无意义, 故与题干中图象不符, 该选项不合题意;

C. 当自变量 x 取其相反数时, y 值不变, 且当 $x=0$ 时, y 为最大值, 与题干中图象相符, 该选项符合题意;

D. 当 $x=2$ 时, $y=\sqrt{2}$ 无意义, 故与题干中图象不符, 该选项不合题意.

故选 C.

二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分.)

9、 $\sqrt{2}$ (答案不唯一)

【解析】解: $\sqrt{0} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$,

$$\sqrt{0} < \sqrt{2}$$

所以比 0 大, 且比 2 小的无理数可以是 $\sqrt{2}$ (答案不唯一)

故答案为: $\sqrt{2}$ (答案不唯一).

10、 $x \neq -2$.

【解析】解: 由题意得, $x+2 \neq 0$,

解得 $x \neq -2$.

故答案为: $x \neq -2$.

11、-1

【解析】解： \dots ， \dots ， \dots

，

故答案为： \dots .

12、

【解析】解： \dots ， \dots

移项，得 \dots ， \dots

即 \dots ， \dots

则 \dots ， \dots

\therefore 或 \dots 或 \dots ， \dots

\therefore \dots ， \dots

故答案为： \dots .

13、 $0 < y < 2$

【解析】解：点 $A(1, 2)$ 在反比例函数 \dots 的图象上，

\therefore 反比例函数 \dots 的图象在第一象限， $k=2$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小；

\therefore 当 $x > 1$ 时， y 的取值范围是 $0 < y < 2$ ；

故答案为： $0 < y < 2$.

14、2025

【解析】解：按照这种方法需要两轮化验，

第一轮化验 \dots 次，

携带该病毒的人数为 \dots 人，

有5组需要进行第二轮化验，

需要 \dots 次，

一共进行了 \dots 次化验，

按照这种化验方法至多需要2025次化验，就能筛查出这10000名职工中该种病毒的携带者，

故答案为：2025.

15、40

【解析】解： $\because AB \parallel EF$ ，

$$\therefore \angle BEF = \angle ABE = 70^\circ;$$

又 $EF \parallel CD$,

$$\therefore \angle CEF = 180^\circ - \angle ECD = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle BEF - \angle CEF = 40^\circ;$$

故答案为：40.

16、7

【解析】 \because 向上翻折，点A正好落在 边上，

\therefore ，

$\because \triangle FDE$ 的周长为 6， 的周长为 20， \therefore ，

\therefore ， \therefore ，

\therefore ， \therefore ， \therefore ，

\because 四边形 是平行四边形， \therefore ，即 ，

\therefore .

故答案为：7.

17、70

【解析】解：如图，连接 ，

在 中，

设 $AB = x$ ，

在 中，

设 $AC = y$ ，

在 中，

设 $BC = z$ ，

在 中，

设 $AD = w$ ，

在 中，

设 $CD = v$ ，

在 中，

设 $BD = u$ ，

18、 $a > 8$ 或 $a = 4$

【解析】如图，作线段 MN 的垂直平分线交 OB 于点 OP ，连接 PM , PN ，则 $PM=PN$, $\triangle PMN$ 是等腰三角形，

过点 M 作 $MH \perp OB$ 于 H ，当 $MH > MN$ ，即 $MH > 4$ 时，满足构成等腰三角形的点 P 恰好只有一个，当 $MH = 4$ 时，

$$\therefore \angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore OM = 2MH = 8,$$

\therefore 当 $a > 8$ 时，满足构成等腰三角形的点 P 恰好只有一个，

另外当 $\triangle PMN$ 是等边三角形时，满足构成等腰三角形的点 P 恰好只有一个，

此时 $a = 4$ ，

故答案为： $a > 8$ 或 $a = 4$

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分。）

19、(1) 3 (2)

【解析】(1) 原式

(2) 配方，得 \quad ，

20. (8 分) 先化简再求值： \quad ，其中 x 是不等式组 \quad 的一个整数解。

【答案】

【解析】原式

解不等式组得 \quad ，符合不等式解集的整数是 2, 3, 4. 但是 x 的值不能为 2, 3,

所以，当 时，原式=1.

21、(1)200，补全条形统计图见解析；(2) 72°

(3)估计全校需要强化安全教育的学生人数为 500 名

【解析】(1) ，

\therefore 这次调查一共抽取了 200 名学生.

\therefore 较强层次的人数为 (人)，

\therefore 补全条形统计图如下，

故答案为：200；

(2) 扇形统计图中，“较强”层次所占圆心角为 .

故答案为： ；

(3) ，

\therefore 估计全校需要强化安全教育的学生人数为 500 名.

22、(1)小哈任意按下一个开关，正好楼梯灯亮的概率是

(2)正好客厅灯和走廊灯同时亮的概率是 ，用树状图说明见解析

【解析】(1) 解：小明任意按下一个开关，正好楼梯灯亮的概率是： ；

(2) 画树状图得：

共有 6 种等可能的结果，正好客厅灯和走廊灯同时亮的有 2 种情况，

正好客厅灯和走廊灯同时亮的概率是： .

23、现在报名参加的学生有 40 人

【解析】解：设原来报名参加的学生有 x 人，

依题意，得

解这个方程，得 $x=20$.

经检验， $x=20$ 是原方程的解且符合题意.

所以 $2x=40$,

答：现在报名参加的学生有 40 人.

24、(1)见解析；(2)见解析

【解析】(1) 四边形 $ABCD$ 是矩形， $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$ ，

，

点 O 是对角线 AC 的中点， $OA=OC$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中，

，

；

(2) 四边形 $ABCD$ 是菱形，理由如下：

由(1)已证： $AB=AD$ ， $BC=DC$ ，

又 $AB=AD$ ，即 $AB=BC$ ，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

，
，
，

，即 AO 是 $\angle BAD$ 的角平分线，

(等腰三角形的三线合一)，平行四边形 $ABCD$ 是菱形，

点 O 是 AC 上一点， $AO=CO$ ， $BO=DO$ ，即 $AB=AD$ ，

菱形 $ABCD$ 不是正方形，

综上，四边形 $ABCD$ 是菱形.

25、(1)见解析；(2)

【解析】(1)连接 OD ，

$\because AB=AC$ ， $\therefore \angle B=\angle ACD$ ，

$\because OD=OC$ ， $\therefore \angle ODC=\angle OCD$ ， $\therefore \angle B=\angle ODC$ ， $\therefore OD\parallel AB$ ，

$\therefore DE\perp AB$ ， $\therefore OD\perp EF$ ，

$\therefore EF$ 是 O 的切线；

(2) $\because \cdots \cdots \cdots$ ，
设 $OD=3x$, $OF=5x$, 则 $AB=AC=6x$, $AF=8x$,

$\therefore \cdots \cdots \cdots$, $\therefore \cdots \cdots \cdots$,
 $\therefore \cdots \cdots \cdots$, $\therefore \cdots \cdots \cdots$, $\therefore \cdots \cdots \cdots$.

26、(1) 见解析；(2) 见解析

【解析】(1) 如图 1, 点 F 就是所求的点

(2) 如图 2, 菱形 AECF 即为所求. (其它方法酌情给分)

27、(1) (1) 交点坐标为 $\cdots \cdots$ ；

(2)

(3)c 的取值范围是： $\cdots \cdots$ 或

【解析】(1) 解：解方程组 $\cdots \cdots \cdots$ 得 $\cdots \cdots$ ，

\therefore 交点坐标为 $\cdots \cdots$ ，

根据题意， $\cdots \cdots \cdots$ ；

(2) 解: ∵对于函数 $y = -x^2 + 2x + c$, 随 x 的增大而减小,

∴

又∵函数 $y = -x^2 + 2x + c$ 的对称轴为直线 $x = 1$, 且 $c > 0$,

∴当 $x \geq 1$ 时, y 随 x 的增大而减小,

∴ $c > 0$;

(3) 解: ①若函数 $y = -x^2 + 2x + c$ 与 $y = x$ 只有一个交点, 且交点在 x 范围内

则 $\begin{cases} y = -x^2 + 2x + c \\ y = x \end{cases}$, 即

∴ $x^2 - x + c = 0$, 得

此时 $\Delta = 1 - 4c \leq 0$, 符合 $c \geq \frac{1}{4}$,

∴ $c \geq \frac{1}{4}$;

②若函数 $y = -x^2 + 2x + c$ 与 $y = x$ 有两个交点, 其中一个在 x 范围内, 另一个在 x 范围外,

则 $\begin{cases} y = -x^2 + 2x + c \\ y = x \end{cases}$, 得 $x^2 - x + c = 0$,

∴对于函数 $y = -x^2 + 2x + c$, 当 $x < 1$ 时, $y > x$; 当 $x > 1$ 时, $y < x$,

又∵当 $x < 1$ 时, y 随 x 的增大而减小,

若 $y = -x^2 + 2x + c$ 与 $y = x$ 在 $x < 1$ 内有一个交点,

则当 $x < 1$ 时 $y > x$; 当 $x < 1$ 时 $y < x$, 即当 $x < 1$ 时 $y < x$; 当 $x < 1$ 时 $y > x$,

也即 $x^2 - x + c = 0$, 解得 $x_1 = \frac{1-\sqrt{1-4c}}{2}, x_2 = \frac{1+\sqrt{1-4c}}{2}$,

又 $x_1 < 1$, ∴ $\frac{1-\sqrt{1-4c}}{2} < 1$,

综上所述, c 的取值范围是: $c \geq \frac{1}{4}$ 或 $\frac{1-\sqrt{1-4c}}{2} < 1$.

28、(1)见解析; (2) ; (3)仍然成立, 理由见详解

【解析】(1) 在 x 轴的负半轴上取一点 M , 使 $AM \perp x$ 轴, 在 y 轴正半轴上取一点 N , 使 $AN \perp y$ 轴, 作 MN 交 x 轴于点 M' , 交 y 轴于点 N' , 如,

点A即为所求.

根据 轴, 轴, 可得四边形AMON为平行四边形,

且 , , ,

, , ,

; ;

(2) 过点P分别作两坐标轴的平行线, 与x轴、y轴交于点M、N, 如图,

则 , , ,

, , , , ,

由 , 得 即 ;

由 , 得 , 即 ; 且 , 即 ;

故答案为: ;

(3) (2) 中的结论仍然成立, 如图, 当点P在线段BC的延长线上时, 上述结论仍然成立.

理由如下: 这时 , , ,

与(2)同理可得: , .

又: , .

, , ,

即: .

