

2022-2023 学年八年级上学期期末真题模拟

数学试题

(试卷满分 120 分, 考试时间 100 分钟)

姓名: _____ 班级: _____ 学号: _____

一、选择题: 本题共 10 个小题, 每小题 2 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 在平面直角坐标系中, 把点 $A(-1, -3)$ 先向右平移 2 个单位, 再向上平移 3 个单位, 所得点的坐标是 ()

- A. $(-3, 0)$ B. $(1, 0)$ C. $(-3, -6)$ D. $(1, -6)$

2. 下列各组数中, 不能构成直角三角形的一组是 ()

- A. 7, 24, 25 B. $\sqrt{41}$, 4, 5 C. 3, 4, 5 D. 4, 5, 6

3. (2020·天津·八年级期末) 若 $a^2=4$, $b^2=9$, 且 $ab<0$, 则 $a-b$ 的值为 ()

- A. -2 B. ± 5 C. -5 D. 5

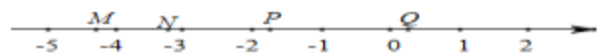
4. 已知 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 满足 $\sqrt{b-4} + |2c-6| + (3a-15)^2 = 0$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

- A. 12 B. 6 C. 15 D. 10

5. 在平面直角坐标系中, 若点 $A(-a, b)$ 在第三象限, 则点 $B(b, a)$ 所在的象限是 ()

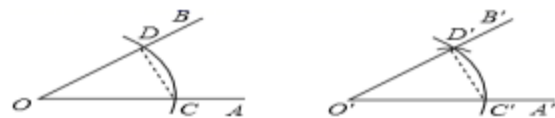
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

6. 如图, 数轴上有 M, N, P, Q 四点, 则这四点中所表示的数最接近 $-\sqrt{10}$ 的是 ()



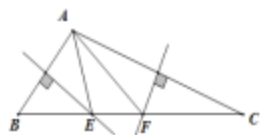
- A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

7. 如图是用直尺和圆规作一个角等于已知角的示意图, 请你根据所学的三角形全等有关的知识, 说明画出 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的依据是 ()



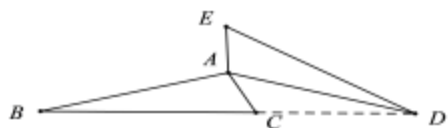
- A. 边角边 B. 角边角 C. 角角边 D. 边边边

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC > 90^\circ$. AB 的垂直平分线交 BC 于点 E , AC 的垂直平分线交 BC 于点 F , 连接 AE, AF , 若 $\triangle AEF$ 的周长为 2. 则 BC 的长是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 无法确定

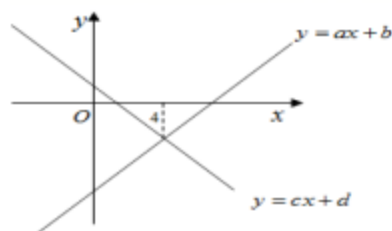
9. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 130° , 得到 $\triangle ADE$, 这时点 B, C, D 恰好在同一直线上, 则 $\angle B$ 的度数为 ()



- A. 65° B. 50° C. 25° D. 15°

10. 一次函数 $y_1 = ax + b$ 与 $y_2 = cx + d$ 的图象如图所示, 下列说法: ①对于函数 $y_1 = ax + b$ 来说, y 随 x 的增大而增大. ②函数 $y = ax + d$ 不经过第二象限. ③不等式 $ax - d \geq cx - b$ 的解集是 $x \geq 4$. ④

$a - c = \frac{1}{4}(d - b)$, 其中正确的是 ()



- A. ①②③ B. ①③④ C. ②③④ D. ①②④

二、填空题: 本题共 8 个小题, 每题 2 分, 共 16 分。

11. 一个三角形三边长 a, b, c 满足 $|a-12| + \sqrt{b-16} + (c-20)^2 = 0$, 则这个三角形最长边上的高为_____.

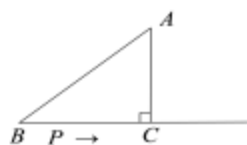
12. 若 $8x^m y$ 与 $6x^3 y^n$ 的和是单项式, 则 $(m+n)^3$ 的平方根为_____.

13. 若直线 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 与直线 $y = kx + 3k + 1$ 交于点 $P(m, n)$, 且函数 $y = kx + 3k + 1$ 的值随 x 值的增大而减小, 则 m 的取值范围是_____.

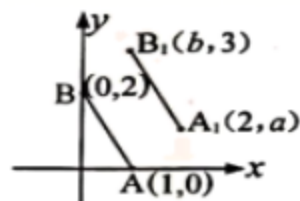
14. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, B, E, C, F 在同一条直线上. 已知 $AC = DF, BE = CF$, 请你添加一个适当的条件_____, 使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (只需添加一个即可)



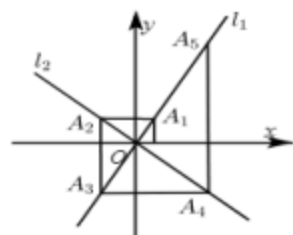
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知: $\angle ACB = 90^\circ, AB = 10\text{cm}, AC = 6\text{cm}$, 动点 P 从点 B 出发, 沿射线 BC 以 1cm/s 的速度运动, 设运动的时间为 t 秒, 连接 PA , 当 $\triangle ABP$ 为等腰三角形时, t 的值为_____.



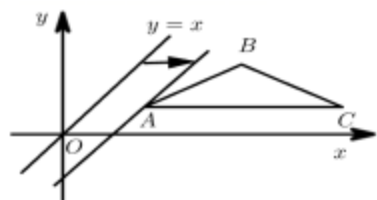
16. 如图: A 、 B 坐标分别为 $A(1,0)$, $B(0,2)$, 若将线段 AB 平移至 A_1B_1 , A_1 , B_1 的坐标分别为 $(2,a)$, $(b,3)$, 则 $a+b=$ _____.



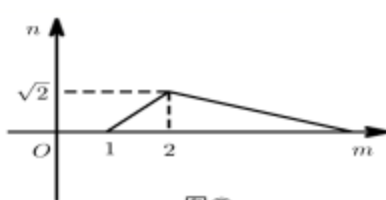
17. 如图, 在平面直角坐标系中, 函数 $y=2x$ 和 $y=-x$ 的图象分别为直线 l_1 , l_2 , 过点 $(1,0)$ 作 x 轴的垂线交 l_1 于点 A_1 , 过点 A_1 作 y 轴的垂线交 l_2 于点 A_2 , 过点 A_2 作 x 轴的垂线交 l_1 于点 A_3 , 过点 A_3 作 y 轴的垂线交 l_2 于点 A_4 , ... 依次进行下去. 则点 A_4 的坐标为 _____; 点 A_6 的坐标为 _____; 点 A_{2021} 的坐标为 _____.



18. 如图①, 在平面直角坐标系中, 等腰 $\triangle ABC$ 在第一象限, 且 $AC \parallel x$ 轴. 直线 $y=x$ 从原点 O 出发沿 x 轴正方向平移. 在平移过程中, 直线被 $\triangle ABC$ 截得的线段长度 n 与直线在 x 轴上平移的距离 m 的函数图象如图②所示, 那么 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.



图①



图②

三、解答题: 本题共 7 个小题, 19-23 每题 8 分, 24-25 每题 12 分, 共 64 分。

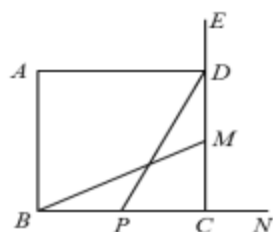
19. 已知函数 $y = \begin{cases} x+3m, & x \leq m, \\ -x+5m, & x > m. \end{cases}$ 其中 m 为常数, 该函数图象记为 G .

- (1) 当 $m=1$ 时,
 ①若点 $A(a, 6)$ 在图象 G 上, 求 a 的值;
 ②当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, 求函数值 y 的取值范围.
 (2) 点 B 在图象 G 上, 点 B 的横坐标为 $2m$, 直线 $y=6m$ 与图象 G 交于点 C 、 D , 当 $\triangle BCD$ 的面积为

4时，求 m 的值；

(3) 直线 $x=4m$ 与图象 G 交于点 M ，与直线 $y=2x-1$ 交于点 N ，当 $\frac{3}{5}MN \leq \frac{3}{4}$ 时，直接写出 m 的取值范围.

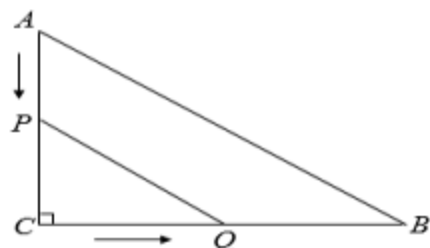
20. 如图，已知正方形 $ABCD$ 边长为 4cm ，动点 M 从点 C 出发，沿着射线 CD 的方向运动，动点 P 从点 B 出发，沿着射线 BC 的方向运动，连结 BM, DP ，



(1) 若动点 M 和 P 都以每秒 2cm 的速度运动，问 t 为何值时 $\triangle DPC$ 和 $\triangle BCM$ 全等？

(2) 若动点 P 的速度是每秒 3cm ，动点 M 的速度是每秒 1.5cm 问 t 为何值时 $\triangle DPC$ 和 $\triangle BCM$ 全等？

21. 如图所示，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=9\text{cm}$ ， $AB=15\text{cm}$ ，在顶点 A 处有一点 P ，在线段 AC 上以 1cm/s 的速度匀速运动至点 C 停止，在顶点 C 处有一点 Q ，以 3cm/s 的速度从点 C 出发沿 $C \rightarrow B \rightarrow C$ 的路线匀速运动，两点同时出发，当点 Q 停止运动时，点 P 也随之停止运动.



(1) 求 BC 的长；

(2) 若两点运动 4 秒时，求此时 PQ 的长；

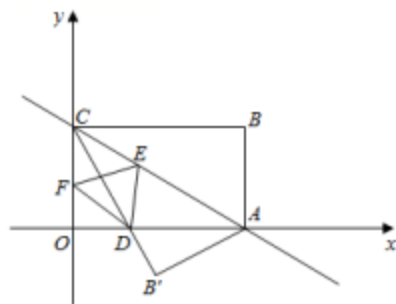
(3) 设两点运动时间为 t 秒, 当 $\triangle PCQ$ 是一个等腰直角三角形时, 求 t 的值.

22. 我们知道: 任意一个有理数与无理数的和为无理数, 任意一个不为零的有理数与一个无理数的积为无理数, 而零与无理数的积为零. 由此可知: 如果 $ax+b=0$, 其中 a, b 为有理数, x 为无理数, 那么 $a=0, b=0$. 运用上述知识, 解决下列问题:

(1) 若 $(a-2)\sqrt{2}+b+3=0$, 其中 a, b 为有理数, 求 a, b 的值;

(2) 若 $(2+\sqrt{2})a-(1-\sqrt{2})b=5$, 其中 a, b 为有理数, 求 $2a-3b$ 的值.

23. 如图, 已知点 $A(a, 0)$, 点 $C(0, b)$, 其中 a, b 满足 $|a-8|+b^2-8b+16=0$, 四边形 $OABC$ 为长方形, 将长方形 $OABC$ 沿直线 AC 对折, 点 B 与点 B' 对应, 连接点 CB' 交 x 轴于点 D .



(1) 求点 A, C 的坐标;

(2) 求 OD 的长;

(3) E 是直线 AC 上一个动点, F 是 y 轴上一个动点, 求 $\triangle DEF$ 周长的最小值.

24. 如图1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 与 x 轴交于点 $A(m, 0)$, 与 y 轴交于点 $B(0, mn)$ ($m < 0$, $n > 0$).

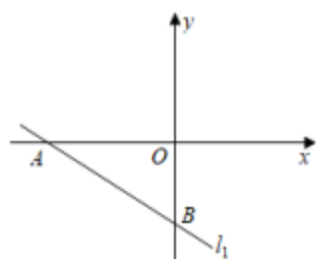


图1

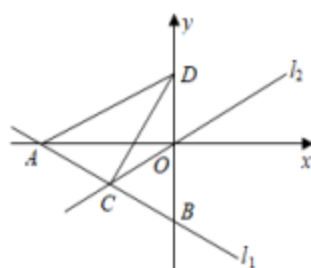


图2

- (1) 若 $m = -4$, $n = \frac{1}{2}$, 求直线 l_1 的表达式;
- (2) 如图2, 在(1)的条件下, 直线 $l_2: y = \frac{1}{2}x$ 与直线 l_1 交于点 C , 点 $D(0, 2)$. 直线 l_2 上是否存在一点 G , 使得 $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CDG}} = \frac{4}{3}$? 若存在, 请求出点 G 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 在直线 l_1 下方有一点 P , 其横坐标为 $m+n$, 连接 PB , 若 $\angle PBA = 2\angle BAO$, 求 $\frac{n}{OA}$ 的取值范围.

25. 已知: 如图四边形 $ABCD$ 是正方形, $\angle EAF = 45^\circ$.

- (1) 如图1, 若点 E, F 分别在边 BC, CD 上, 延长线段 CB 至 G , 使得 $BG = DF$, 若 $BE = 4$, $BG = 3$, 求 EF 的长;
- (2) 如图2, 若点 E, F 分别在边 CB, DC 延长线上时, 求证: $EF = DF - BE$;
- (3) 如图3, 如果四边形 $ABCD$ 不是正方形, 但满足 $AB = AD$, $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$, $\angle EAF = 45^\circ$, 且 $BC = 8$, $DC = 12$, $CF = 6$, 请你直接写出 BE 的长.

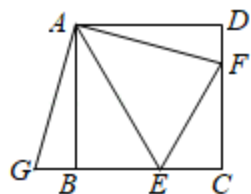


图1

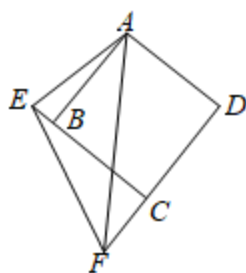


图2

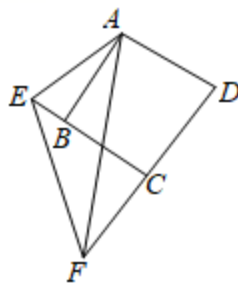


图3

参考答案

一、选择题：本题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【分析】根据平移规律：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减即可得。

【详解】解：平移后点 A 的坐标为 $(-1+2, -3+3)$ ，即 A $(1, 0)$ ，

故选：B。

【点睛】本题主要考查了坐标与图形变化-平移，平移中点的变化规律是：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减。掌握点的坐标的变化规律是解题的关键。

2、D

【分析】根据勾股定理的逆定理：如果三角形有两边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形是直角三角形。如果没有这种关系，这个三角形就不是直角三角形。

【详解】解：A、 $7^2+24^2=25^2$ ，能构成直角三角形，故此选项不符合题意；

B、 $4^2+5^2=(\sqrt{41})^2$ ，能构成直角三角形，故此选项不符合题意；

C、 $3^2+4^2=5^2$ ，能构成直角三角形，故此选项不符合题意；

D、 $5^2+4^2 \neq 6^2$ ，不能构成直角三角形，故此选项符合题意。

故选：D。

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理，在应用勾股定理的逆定理时，应先认真分析所给边的大小关系，确定最大边后，再验证两条较小边的平方和与最大边的平方之间的关系，进而作出判断。

3、B

【分析】根据开平方算出 a, b ，代入计算即可；

【详解】解： $\because a^2=4, b^2=9$,

$\therefore a=\pm 2, b=\pm 3$,

$\because ab < 0$,

$\therefore a, b$ 异号，

$\therefore a=2, b=-3$ 或 $a=-2, b=3$,

$\therefore a-b=5$ 或 $a-b=-5$;

故选 B。

【点睛】本题主要考查了平方根的计算和代数式求解，准确计算是解题的关键。

4、B

【分析】三个非负数的和为 0，则它们都为 0。根据此性质可得 a 、 b 、 c 的值，由勾股定理的逆定理可判断此三角形为直角三角形，从而可求得 $\triangle ABC$ 的面积。

【详解】解： $\because \sqrt{b-4} \geq 0$ ， $|2c-6| \geq 0$ ， $(3a-15)^2 \geq 0$ ，且 $\sqrt{b-4} + |2c-6| + (3a-15)^2 = 0$

$$\therefore \sqrt{b-4} = 0, |2c-6| = 0, (3a-15)^2 = 0$$

$$\therefore b-4=0, 2c-6=0, 3a-15=0$$

$$\text{即 } b=4, c=3, a=5$$

$$\therefore b^2 + c^2 = 4^2 + 3^2 = 25 = a^2$$

$\therefore$ 由勾股定理的逆定理可知， $\triangle ABC$ 是直角三角形，且 a 是斜边

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

故选：B。

【点睛】本题考查了算术平方根、绝对值、平方的非负性，勾股定理的逆定理，三角形面积的计算等知识，关键是非负性的应用。

5、B

【分析】根据点 $A(-a, b)$ 在第三象限内，可得 $a > 0$ ， $b < 0$ ，即可求解。

【详解】解： $\because$ 点 $A(-a, b)$ 在第三象限内，

$$\therefore -a < 0, b < 0,$$

$$\therefore a > 0,$$

$\therefore$ 点 $B(b, a)$ 所在的象限是第二象限。

故选 B。

【点睛】本题主要考查了平面直角坐标系中各个象限的点的坐标的符号特点，熟练掌握四个象限的符号特点分别是：第一象限 $(+, +)$ ；第二象限 $(-, +)$ ；第三象限 $(-, -)$ ；第四象限 $(+, -)$ 是解题的关键。

6、B

【分析】先估算 $-\sqrt{10}$ 的值，结合数轴即可得出答案。

$$\text{【详解】解：}\because -\sqrt{16} < -\sqrt{10} < -\sqrt{9}$$

$$\therefore -4 < -\sqrt{10} < -3$$

$\therefore$ 最接近 $-\sqrt{10}$ 的是点 N

故答案选择 B。

【点睛】本题考查的是无理数，正确估算 $-\sqrt{10}$ 的值是解决本题的关键。

7、D

【分析】由作法易得 $OD=O'D'$ ， $OC=O'C'$ ， $CD=C'D'$ ，得到三角形全等，由全等得到角相等，是用的全等的性质，全等三角形的对应角相等。

【详解】解：由作法易得 $OD=O'D'$ ， $OC=O'C'$ ， $CD=C'D'$ ，
依据 SSS 可判定 $\triangle COD \cong \triangle C'O'D'$ (SSS)，
则 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ (全等三角形的对应角相等)。

故选：D。

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质；由全等得到角相等是用的全等三角形的性质，熟练掌握三角形全等的性质是正确解答本题的关键。

8、A

【分析】根据线段的垂直平分线的性质得到 $EA=EB$ ， $FA=FC$ ，根据三角形的周长公式即可求出 BC 。

【详解】解：Q AB 的垂直平分线交 BC 于点 E ，

$$\therefore EA = EB,$$

$\because AC$ 的垂直平分线交 BC 于点 F 。

$$\therefore FA = FC,$$

$\because \triangle AEF$ 的周长为 2，

$$\therefore AE + EF + AF = 2$$

$$\therefore BE + EF + FC = 2$$

$$\therefore BC = 2,$$

故选：A。

【点睛】本题考查的是线段的垂直平分线的性质，掌握线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等是解题的关键。

9、C

【分析】先判断出 $\angle BAD = 130^\circ$ ， $AD=AB$ ，再判断出 $\triangle BAD$ 是等腰三角形，最后用三角形的内角和定理即可得出结论。

【详解】解： $\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 130° ，得到 $\triangle ADE$ ，

$$\therefore \angle BAD = 130^\circ, AD = AB,$$

$\because$ 点 B, C, D 恰好在同一直线上，

$\therefore \triangle BAD$ 是顶角为 130° 的等腰三角形，

$$\therefore \angle B = \angle BDA,$$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BAD) = 25^\circ,$$

故选：C.

【点睛】此题主要考查了旋转的性质，等腰三角形的判定和性质，三角形的内角和定理，判断出 $\triangle BAD$ 是等腰三角形是解本题的关键.

10、B

【分析】根据图象交点横坐标是4，和图象所经过象限可以判断.

【详解】解：由图象可得：对于函数 $y_1 = ax + b$ 来说，从左到右，图象上升，y随x的增大而增大，故①正确；

由图象可知， $a > 0$ ， $d > 0$ ，所以函数 $y = ax + d$ 的图象经过第一，二，三象限，即不经过第四象限，故②错误，

由图象可得当 $x \geq 4$ 时，一次函数 $y_1 = ax + b$ 图象在 $y_2 = cx + d$ 的图象上方，

不等式 $ax + b \geq cx + d$ 的解集是 $x \geq 4$ ，

移项可得， $ax - d \geq cx - b$ ，解集是 $x \geq 4$ ，故③正确；

$\because$ 一次函数 $y_1 = ax + b$ 与 $y_2 = cx + d$ 的图象的交点的横坐标为4，

$$\therefore 4a + b = 4c + d$$

$$\therefore 4a - 4c = d - b,$$

$$\therefore a - c = \frac{1}{4}(d - b), \text{ 故④正确,}$$

故选：B.

【点睛】本题考查了一次函数图象的性质和一次函数与不等式的关系，解题关键是树立数形结合思想，理解图象反应的信息，综合一次函数、不等式、方程解决问题.

二、填空题：本题共8个小题，每题2分，共16分。

11、9.6

【分析】首先根据非负数的性质求得 a 、 b 、 c ，然后根据勾股定理的逆定理判断这个三角形是直角三角形，再根据直角三角形的面积公式求最长边上的高.

$$\text{【详解】解：}\because |a-12| + \sqrt{b-16} + (c-20)^2 = 0, \quad |a-12| \geq 0, \sqrt{b-16} \geq 0, (c-20)^2 \geq 0,$$

$$\therefore a-12=0, b-16=0, c-20=0$$

$$\therefore a=12, b=16, c=20$$

$$\because 12^2 + 16^2 = 20^2$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，

$\therefore$ 这个三角形最长边上的高为： $12 \times 16 \div 20 = 9.6$ 。

故答案为：9.6。

【点睛】本题考查了非负数的性质，三角形的面积，以及利用勾股定理的逆定理判定三角形的形状，具有一定的综合性，利用非负数性质求出 a 、 b 、 c ，与勾股定理逆定理判定直角三角形是解题关键。

12、 ± 8

【分析】这两个单项式的和是单项式，说明它们是同类项，根据同类项的定义即可求出 m 、 n 的值，最后代入求平方根即可。

【详解】解：根据同类项的定义题意得：

$$\begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases},$$

所以 $(m+n)^3 = (3+1)^3 = 64$ ，

因为 64 的平方根是 ± 8 ，

所以 $(m+n)^3$ 的平方根是 ± 8 ，

故答案为： ± 8 。

【点睛】本题主要考查了同类项的定义和平方根的定义，解决本题的关键是要熟练掌握同类项的定义和平方根的定义。

13、 $-3 < m < 4$

【分析】根据一次函数与二元一次方程组的关系可得 $\frac{1}{2}m - 1 = mk + 3k + 1$ ，求得 $k = \frac{m-4}{2m+6}$ ，再由一次函数的性质可得 $\frac{m-4}{2m+6} < 0$ ，则可得出关于 m 的一元一次不等式组，求解后即可得出结果。

【详解】解： $\because$ 直线 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 与直线 $y = kx + 3k + 1$ 交于点 $P(m, n)$ ，

$$\therefore \begin{cases} n = \frac{1}{2}m - 1 \\ n = mk + 3k + 1 \end{cases},$$

$$\therefore \frac{1}{2}m - 1 = mk + 3k + 1,$$

$$\therefore k = \frac{m-4}{2m+6},$$

$\because$ 函数 $y = kx + 3k + 1$ 的值随 x 值的增大而减小，

$$\therefore k < 0,$$

$$\text{即 } \frac{m-4}{2m+6} < 0,$$

$$\therefore \begin{cases} m-4 > 0 \\ 2m+6 < 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m-4 < 0 \\ 2m+6 > 0 \end{cases},$$

当 $\begin{cases} m-4 > 0 \\ 2m+6 < 0 \end{cases}$ 时, $m > 4$, $m < -3$, 此不等式组无解;

当 $\begin{cases} m-4 < 0 \\ 2m+6 > 0 \end{cases}$ 时, $m < 4$, $m > -3$, 不等式组的解集为 $-3 < m < 4$.

$\therefore m$ 的取值范围是 $-3 < m < 4$.

故答案为: $-3 < m < 4$.

【点睛】此题考查了一次函数与二元一次方程组的关系、一次函数的性质及一元一次不等式组的应用, 熟练掌握相关知识点并能准确运用其求解是解题的关键.

14、 $AB=DE$ (或 $\angle ACB=\angle DFE$)

【分析】由条件可得出 $BC=EF$, 且 $AC=DF$, 故可再加一组对应边相等或一组两边的夹角相等可证明全等.

【详解】解: $\because BE=CF$,

$\therefore BC=EF$, 且 $AC=DF$,

所以当 $AB=DE$ 时,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB = DE \\ BC = EF \\ AC = DF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS),

或当 $\angle ACB=\angle DFE$ 时,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AC = DF \\ \angle ACB = \angle DFE \\ BC = EF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS),

所以可添加 $AB=DE$ 或 $\angle ACB=\angle DFE$,

故答案为: $AB=DE$ (或 $\angle ACB=\angle DFE$).

【点睛】本题主要考查全等三角形的判定, 掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

15、 $\frac{25}{4}$ 或 10 或 16

【分析】根据勾股定理先求出 $BC=8\text{cm}$ ，再由 $\triangle ABP$ 为等腰三角形，只要求出 BP 的长即可，分三类。如图 1，当 $AB=AP$ 时，则 $BP=2BC$ ；如图 2，当 $BA=BP$ 时；如图 3，当 $PA=PB$ 时，设 $BP=PA=x\text{cm}$ ，则 $PC=(8-x)\text{cm}$ ，在 $Rt\triangle ACP$ 中，由勾股定理列出方程可求出 BP 的长。

【详解】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，
由勾股定理得：

$$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8\text{cm}$$

$\because \triangle ABP$ 为等腰三角形，

如图 1，当 $AB=AP$ 时，

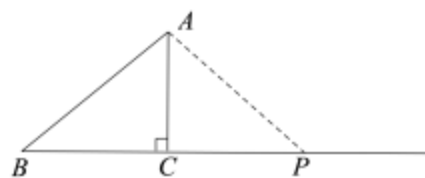


图1

则 $BP=2BC=16\text{cm}$ ，

则 $t=16$ ；

如图 2，当 $BA=BP=10\text{cm}$ 时，

则 $t=10$ ，

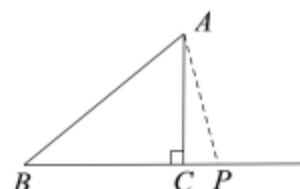


图2

如图 3，当 $PA=PB$ 时，设 $BP=PA=x\text{cm}$ ，

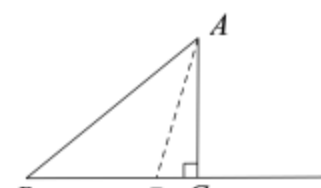


图3

则 $PC=(8-x)\text{cm}$ ，

在 $Rt\triangle ACP$ 中，由勾股定理得：

$$PC^2+AC^2=AP^2,$$

$$\therefore (8-x)^2+6^2=x^2,$$

解得 $x = \frac{25}{4}$

综上所述， t 的值为 $\frac{25}{4}$ 或 10 或 16.

【点睛】本题主要考查了勾股定理以及等腰三角形的性质，运用分类思想是正确解题的关键.

16、2

【分析】根据点的坐标确定出平移规律，然后求出 a 、 b 的值，再相加计算即可得解.

【详解】解：∵ $A(1, 0)$ 、 $B(0, 2)$ ， $A_1(2, a)$ ， $B_1(b, 3)$ ，

∴ 向右平移 1 个单位，向上平移 1 个单位，

$$\therefore a = 0 + 1 = 1,$$

$$b = 2 + 1 = 1,$$

$$\therefore a + b = 1 + 1 = 2.$$

故答案为：2.

【点睛】本题考查了坐标与图形变化—平移，平移中点的变化规律是：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减.

17、 $(4, -4)$ $(-8, 8)$ $(2^{1010}, 2^{1011})$

【分析】根据一次函数图象上点的坐标特征可得出点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 、 A_6 、 A_7 、 A_8 等的坐标，根据坐标的变化找出变化规律“ $A_{4n+1}(2^{2n}, 2^{2n+1})$ ， $A_{4n+2}(-2^{2n+1}, 2^{2n+1})$ ， $A_{4n+3}(-2^{2n+1}, -2^{2n+2})$ ， $A_{4n+4}(2^{2n+2}, -2^{2n+2})$ (n 为自然数)”，依此规律结合 $6=1 \times 4 + 2$ ； $2021=505 \times 4 + 1$ 即可找出点 A_{2021} 的坐标.

【详解】解：观察，发现规律：

$$A_1(1, 2), A_2(-2, 2), A_3(-2, -4), A_4(4, -4), A_5(4, 8), \dots,$$

∴ “ $A_{4n+1}(2^{2n}, 2^{2n+1})$ ， $A_{4n+2}(-2^{2n+1}, 2^{2n+1})$ ， $A_{4n+3}(-2^{2n+1}, -2^{2n+2})$ ， $A_{4n+4}(2^{2n+2}, -2^{2n+2})$ (n 为自然数)”，

$$\therefore 6 = 1 \times 4 + 2,$$

$$A_6(-8, 8)$$

$$\therefore 2021 = 505 \times 4 + 1,$$

$$\therefore A_{2021} \text{ 的坐标为 } (2^{1010}, 2^{1011}).$$

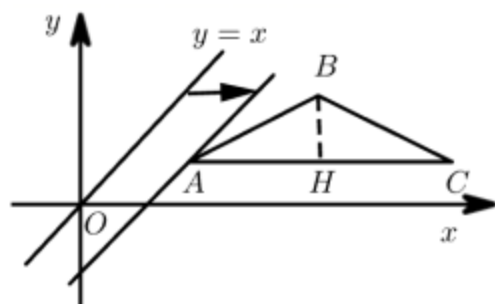
故答案为： $(4, -4)$ ； $(-8, 8)$ ； $(2^{1010}, 2^{1011})$.

【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及规律型中坐标的变化，解题的关键是找出变化规律“ $A_{4n+1}(2^{2n}, 2^{2n+1})$ ， $A_{4n+2}(-2^{2n+1}, 2^{2n+1})$ ， $A_{4n+3}(-2^{2n+1}, -2^{2n+2})$ ， $A_{4n+4}(2^{2n+2}, -2^{2n+2})$ (n 为自然数)”.

18、2

【分析】过点 B 作 $BH \perp AC$ 于 H ，设 $y=x$ 经过 B 点时，与 AC 的交点为 D ，根据函数图像，找到经过 A 点和经过 B 点的函数值分别求得 AD, DH ，由 $y=x$ 与 x 轴的夹角为 45° ，根据勾股定理求得 BH ，根据等腰三角形的性质求得 AC ，进而求得三角形的面积。

【详解】如图①，过点 B 作 $BH \perp AC$ 于 H

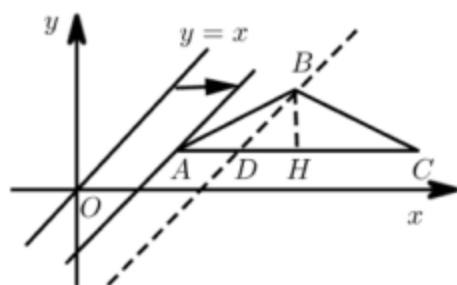


图①

由图②可知，当直线 $y=x$ 平移经过点 A 时， $m=1, n=0$ ；

随着 $y=x$ 平移， m 的值增大；

如图，当 $y=x$ 经过 B 点时，与 AC 的交点为 D ，如图



此时 $m=2, n=\sqrt{2}$ ，则 $BD=n=\sqrt{2}$ ，

$\because AC \parallel x$ ， $y=x$ 与 x 轴的夹角为 45° ，

$\therefore AD=2-1=1, \angle BDH=45^\circ$

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形，

即 $BH=DH$

$\therefore BD^2 = BH^2 + DH^2$

$\therefore BH=DH=1$

$\therefore AH=AD+DH=1+1=2$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形

$BH \perp AC$ ，

$\therefore AH=CH=\frac{1}{2}AC$

$\therefore AC=2AH=2 \times 2=4$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times BH = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2$$

故答案为：2.

【点睛】本题考查了一次函数图像的平移，等腰三角形的性质，勾股定理，从函数图像上获取信息，及掌握 $y=x$ 与 x 轴的夹角为 45° 是解题的关键.

三、解答题：本题共7个小题，19-23每题8分，24-25每题12分，共64分。

19、(1) ① a 的值为3或-1；②当 $-1 \leq x \leq 2$ 时，函数值 y 的范围为 $4 \leq y \leq 6$ (2) $m = \sqrt{2}$ ；(3) $\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{2}{5}$
或 $\frac{8}{5} \leq m \leq \frac{7}{4}$

【分析】

(1) 将 $m=1$ 代入函数，①将点 A 分别代入解析式求解.

②分别讨论 $1 \leq x \leq 2$ 和 $-1 \leq x < 1$ 求对应 y 值.

(2) 求出直线 $y=6m$ 与图象 G 的交点 C, D 坐标与点 B 坐标，通过三角形面积公式求解.

(3) 把 $x=4m$ 代入 $y=2x-1$ 中得 $N(4m, 8m-1)$ ，分类讨论 $m>0$ 与 $m<0$ 时对应的点 M 坐标，再根据 $\frac{3}{5} \leq MN \leq \frac{3}{4}$ 求解.

【详解】解：(1) 当 $m=1$ 时， $y = \begin{cases} x+3, & x \geq 1 \\ -x+5, & x < 1 \end{cases}$,

①当 $a \geq 1$ 时， $6=a+3$,

解得 $a=3$,

当 $a < 1$ 时， $6=-a+5$,

解得 $a=-1$,

$\therefore a$ 的值为3或-1;

②当 $1 \leq x \leq 2$ 时， $y=x+3$ 中， y 随 x 增大而增大，

$\therefore 4 \leq y \leq 5$,

当 $-1 \leq x < 1$ 时， $y=-x+5$ ， y 随 x 增大而减小，

$\therefore 4 < y \leq 6$,

综上所述， $4 \leq y \leq 6$;

(2) 当 $x \geq m$ 时， $y \geq 4m$ ，当 $x < m$ 时， $y > 4m$ ，

$\therefore$ 函数值 $y \geq 4m$ ，当 $m < 0$ 时， $6m < 4m$ ，直线 $y=6m$ 与图象 G 无交点.

当 $m > 0$ 时， $2m > m$ ，在 $y=x+3m$ 中， $y=5m$ ，

$\therefore B(2m, 5m)$ ，

把 $y=6m$ 分别代入 $y=x+3m$ 与 $y=-x+5m$ 中得 $x=3m$, $x=-m$,

$$\therefore CD=4m,$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} CD \cdot (x_C - x_B) = \frac{1}{2} \times 4m (6m - 5m) = 4,$$

$$\text{解得 } m = \pm \sqrt{2},$$

$$\because m > 0,$$

$$\therefore m = \sqrt{2};$$

(3) 把 $x=4m$ 代入 $y=2x-1$ 中得 $y=8m-1$,

$$\therefore N(4m, 8m-1).$$

当 $m < 0$ 时, $4m < m$, 把 $x=4m$ 代入 $y=-x+5m$ 得 $y=m$,

$$\therefore M(4m, m),$$

$$\because m < 0,$$

$$\therefore m > 8m, m > 8m-1,$$

$$\therefore MN = m - (8m-1) = 1-7m.$$

$$\because 1-7m > 1,$$

$$\therefore \text{不存在 } m \text{ 使 } \frac{3}{5} \leq MN \leq \frac{3}{4}.$$

当 $m > 0$ 时, $4m > m$,

$$\therefore M(4m, 7m).$$

当 $7m > 8m-1$ 时, $0 < m < 1$,

$$MN = 7m - (8m-1) = 1-m,$$

$$\text{解 } \frac{3}{5} \leq 1-m \leq \frac{3}{4} \text{ 得 } \frac{1}{4} \leq m \leq \frac{2}{5}.$$

当 $7m < 8m-1$, $m > 1$,

$$MN = m-1,$$

$$\text{解 } \frac{3}{5} \leq m-1 \leq \frac{3}{4} \text{ 得 } \frac{8}{5} \leq m \leq \frac{7}{4}.$$

综上所述, $\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{2}{5}$ 或 $\frac{8}{5} \leq m \leq \frac{7}{4}$.

【点睛】 本题考查了一次函数的综合应用, 解题关键是熟练掌握一次函数的性质, 熟练掌握坐标系中点的特征, 根据分类讨论思想求解.

$$20、(1) t=1; (2) t=\frac{8}{9} \text{ 或 } t=\frac{8}{3}$$

【分析】

(1) 根据 $\triangle DCP$ 与 $\triangle BCM$ 全等, 列出关于 t 的方程, 解之即可;

(2) 分当点 P 在点 C 左侧和当点 P 在点 C 右侧, 两种情况, 根据 $PC=CM$, 列方程求解即可.

【详解】解: (1) 要使 $\triangle DCP$ 与 $\triangle BCM$ 全等,

则 $PC=CM$,

由题意得: $2t=4-2t$,

解得: $t=1$;

(2) 当点 P 在点 C 左侧时,

则 $\triangle DCP \cong \triangle BCM$,

$\therefore PC=CM$,

$\therefore 4-3t=1.5t$,

解得: $t=\frac{8}{9}$;

当点 P 在点 C 右侧时,

则 $\triangle DCP \cong \triangle BCM$,

$\therefore CP=CM$,

$\therefore 3t-4=1.5t$,

解得: $t=\frac{8}{3}$,

综上: 当 $t=\frac{8}{9}$ 或 $t=\frac{8}{3}$ 时, $\triangle DCP$ 与 $\triangle BCM$ 全等.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质, 解题的关键是抓住全等三角形的条件, 得到相等线段, 列出方程, 注意分类讨论.

21、(1) 12cm; (2) 13cm; (3) $\frac{9}{4}$ 或 $\frac{15}{2}$

【分析】

(1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 根据勾股定理解答即可得;

(2) 当两点运动 4 秒时, 求得 PC 和 CQ 的长度, 再根据勾股定理解答即可得;

(3) 当 $\triangle PCQ$ 是一个等腰直角三角形时, $PC=CQ$, 设两点运动时间为 t 秒时, 求得 PC 的长度, 当点 Q 从点 C 向点 B 运动时, $CQ=3t$, 根据等腰直角三角形的性质进行解答即可得; 当点 Q 从点 B 向点 C 运动时, $CQ=24-3t$, 根据等腰直角三角形的性质进行解答即可得.

【详解】解: (1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=9\text{cm}$, $AB=15\text{cm}$, 根据勾股定理,

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ (cm)},$$

(2) 当两点运动 4 秒时, $AP=4\text{cm}$, $CQ=12\text{cm}$,

$\therefore PC = AC - AP = 9 - 4 = 5 \text{ (cm)},$

在 $Rt\triangle PCQ$ 中，根据勾股定理，

$$PQ = \sqrt{PC^2 + CQ^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ (cm)},$$

(3) 当 $\triangle PCQ$ 是一个等腰直角三角形时， $PC=CQ$ ，

设两点运动时间为 t 秒时， $AP=t$ ，则 $PC=9-t$ ，

当点 Q 从点 C 向点 B 运动时， $CQ=3t$ ，

$$\therefore 9-t=3t,$$

$$\text{解得 } t = \frac{9}{4},$$

当点 Q 从点 B 向点 C 运动时， $CQ=12-(3t-12)=24-3t$ ，

$$\therefore 9-t=24-3t$$

$$\text{解得 } t = \frac{15}{2},$$

即当 $\triangle PCQ$ 是一个等腰直角三角形时， t 的值是 $\frac{9}{4}$ 或 $\frac{15}{2}$ 。

【点睛】本题考查了勾股定理和等腰三角形的性质，解题的关键是掌握勾股定理和等腰直角三角形的性质。

$$22、(1) a=2, b=3; (2) \frac{25}{3}$$

【分析】

(1) a, b 是有理数，则 $a-2, b+3$ 都是有理数，根据如果 $ax+b=0$ ，其中 a, b 为有理数， x 为无理数，那么 $a=0$ 且 $b=0$ 。即可确定；

(2) 首先把已知的式子化成 $ax+b=0$ ，(其中 a, b 为有理数， x 为无理数) 的形式，根据 $a=0, b=0$ 即可求解。

【详解】解：(1) 由 $(a-2)\sqrt{2} + b + 3 = 0$ ，得 $a-2=0, b+3=0$ ，

解得： $a=2, b=3$ ；

(2) 整理 $(2 + \sqrt{2})a - (1 - \sqrt{2})b = 5$ ，得 $(a+b)\sqrt{2} + (2a-b-5) = 0$ ，

$\therefore a, b$ 为有理数，

$$\therefore \begin{cases} a+b=0 \\ 2a-b-5=0 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} a=\frac{5}{3} \\ b=-\frac{5}{3} \end{cases},$$

$$\therefore 2a-3b=2\times\frac{5}{3}-3\times\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{25}{3}.$$

【点睛】本题考查了实数的运算，正确理解题意是关键.

23、(1) A 点的坐标为 $(8, 0)$ ， C 点的坐标为 $(0, 4)$ ；(2) OD 的长为 3；(3) $\triangle DEF$ 周长的最小值为 $4\sqrt{5}$.

【分析】

(1) 根据非负数的性质可得 a 、 b 的值，由此可得问题的答案；

(2) 根据长方形的性质和折叠的性质可得 $AB'=AB=4$ ， $CB'=CB=8$ ， $\angle B'=\angle B=90^\circ$ ，设 $OD=x$ ， $CD=y$ ，根据勾股定理列方程，求解可得答案；

(3) 作点 D 关于 y 轴对称点为 H ，作点 D 关于直线 AC 对称点 G ，连接 EG ， HF ， HG ，由翻折的性质得 D 、 H 、 G 点的坐标，当点 H ， F ， E ， G 四点共线时， $DE+DF+EF$ 长取得最小值，由此可得答案.

【详解】解：(1) $\because |a-8|+b^2-8b+16=0$ ，

$$\therefore |a-8|+(b-4)^2=0,$$

$$\because |a-8|\geq 0, (b-4)^2\geq 0,$$

$$\therefore a-8=0, b-4=0,$$

$$\therefore a=8, b=4,$$

$\therefore A$ 点的坐标为 $(8, 0)$ ， C 点的坐标为 $(0, 4)$ ；

(2) $\because A$ 点的坐标为 $(8, 0)$ ， C 点的坐标为 $(0, 4)$ ，

$$\therefore OA=8, OC=4,$$

$\because$ 四边形 $OABC$ 为长方形，

$$\therefore AB=OC=BC=OA=8, \angle B=\angle COA=\angle OCB=\angle OAB=90^\circ,$$

由折叠性质可知： $AB'=AB=4$ ， $CB'=CB=8$ ， $\angle B'=\angle B=90^\circ$ ，

设 $OD=x$ ， $CD=y$ ，

则 $AD=OA-OD=8-x$ ， $DB'=CB'-CD=8-y$ ，

Rt $\triangle OCD$ 中， $CD^2=OC^2+OD^2$ ，

$$\text{即 } x^2+16=y^2 \text{ ①,}$$

Rt $\triangle AB'D$ 中， $AD^2=B'D^2+AB'^2$ ，

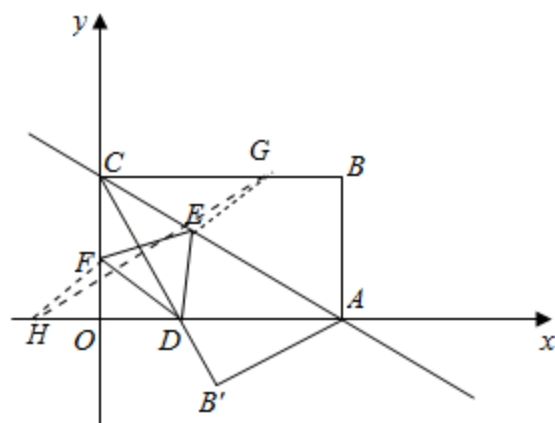
$$\text{即 } (8-x)^2=(8-y)^2+16 \text{ ②,}$$

$$\text{联立①②式解得: } \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases},$$

$$\therefore OD=3,$$

故 OD 的长为 3.

(3) 如图所示, 作点 D 关于 y 轴对称点为 H , 作点 D 关于直线 AC 对称点 G , 连接 EG , HF , HG ,



$\because \triangle ACB'$ 为 $\triangle ACB$ 沿 AC 翻折得到, 点 D 在 BC 上,

$\therefore$ 点 D 关于 AC 对称点 G 在 BC 上,

由对称性可知: $CG=CD$, $HF=DF$,

$\because OD=3$, $CD=5$,

$\therefore D$ 点的坐标为 $(3, 0)$,

又 $\because H$ 的坐标为 $(-3, 0)$,

$\therefore CG=CD=5$,

$\therefore G$ 点的坐标为 $(5, 4)$,

$\therefore \triangle DEF$ 的周长 $= DE+DF+EF=HF+EG+EF \geq GH$,

当点 H, F, E, G 四点共线时, $DE+DF+EF$ 长取得最小值为:

$$GH = \sqrt{(5+3)^2 + (4-0)^2} = 4\sqrt{5},$$

故 $\triangle DEF$ 周长的最小值为 $4\sqrt{5}$.

【点睛】 本题属于四边形综合题目, 考查了一次函数的性质, 长方形的性质, 折叠的性质等知识, 解题的关键是掌握折叠的性质, 属于中考压轴题.

24、(1) $y = -\frac{1}{2}x - 2$; (2) 存在, $G(1, \frac{1}{2})$ 或 $(-5, -\frac{5}{2})$; (3) $\frac{n}{OA} < 1$.

【分析】

(1) 设直线 l_1 的表达式为: $y=kx+b$, 将 A, B 两点的坐标代入可得;

(2) 联立 l_1, l_2 的关系式成二元一次方程组, 求得 C 点的坐标, 进而求出 CD 的表达式, 求出与 x 轴的交点, 计算出 $\triangle ACD$ 的面积, 求得 $\triangle CGD$ 的面积, 进而求得 G 点横坐标, 代入 l_2 即可;

(3) 分 $m+n>0$ 和 $m+n<0$ 两种情形, 适合条件的即可.

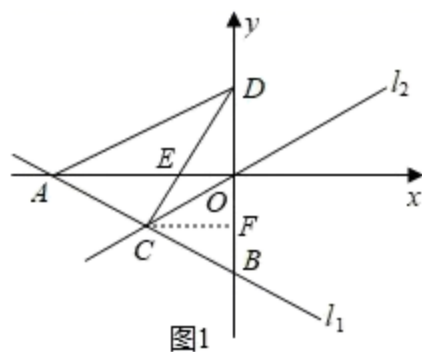
【详解】解：（1）由题意知：

$A(-4, 0)$ ， $B(0, -2)$ ，

设直线 l_1 的表达式为： $y=kx+b$ ，

$$\begin{cases} b=-2 \\ -4k+b=0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} b=-2 \\ k=-\frac{1}{2} \end{cases}, \therefore y=-\frac{1}{2}x-2;$$

（2）如图1，



$$\text{联立 } \begin{cases} y=-\frac{1}{2}x-2 \\ y=\frac{1}{2}x \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}, \therefore C(-2, -1),$$

设直线 CD 的表达式是： $y=mx+n$ ，

$$\therefore \begin{cases} n=2 \\ -2m+n=-1 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} n=2 \\ m=\frac{3}{2} \end{cases}, \therefore y=\frac{3}{2}x+2,$$

$$\text{令 } y=0, 0=\frac{3}{2}x+2, \text{解得: } x=-\frac{4}{3}, \therefore E(-\frac{4}{3}, 0),$$

$$\therefore AE=4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AE \cdot DF=\frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times 3=4,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CDG}}=\frac{4}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle CDG}=3,$$

设 $G(x, \frac{1}{2}x)$ ，

$$\therefore \frac{1}{2}OD \cdot |x+2|=3,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 2 \cdot |x+2|=3,$$

$$\therefore x_1=1, x_2=-5,$$

$$\therefore G(1, \frac{1}{2}) \text{ 或 } (-5, -\frac{5}{2});$$

(3) 如图2,

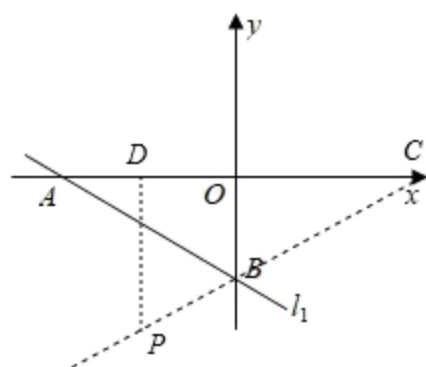


图2

①当 $m+n < 0$ 时, 即 $-\frac{n}{m} < 1$,

在 AO 的延长线上截取 $OC=OA$,

$\because OB \perp AC$,

$\therefore AB=BC$,

$\therefore \angle BCO = \angle BAO$,

$\therefore \angle APB = \angle BAO + \angle BCO = 2\angle BAO$,

$\therefore P$ 点在 CB 的延长线上,

故存在 l_1 下方有一点 P , 满足 $\angle PBA = 2\angle BAO$,

如图3,

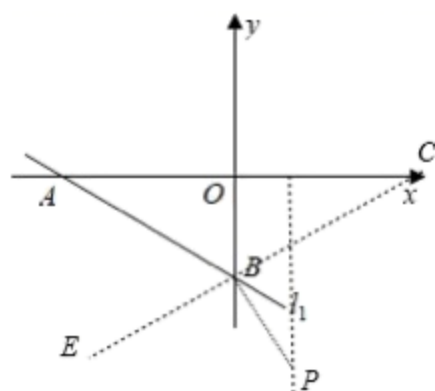


图3

②在 AO 的延长线上截取 $OC=OA$,

当 $m+n > 0$ 时, 即: $-\frac{n}{m} > 1$,

由①知: $\angle ABE = 2\angle BAO$,

$\therefore \angle PBA = \angle ABE + \angle PBE$,

$\therefore \angle PBA > \angle ABE$,

$\therefore \angle PBA \neq 2\angle BAO$,

综上所述： $\frac{n}{OA} < 1$.

【点睛】本题考查了一次函数表达式和图象之间的关系，主要是由点的坐标求函数关系式，由表达式求点的坐标以及结合等腰三角形求满足条件的式子的范围，解决问题的关键是正确的分类.

25、(1) $EF=7$; (2) 见解析; (3) $BE=\frac{56}{13}$

【分析】

(1) 由“SAS”可证 $\triangle ABG \cong \triangle ADF$, 可得 $AG=AF$, $\angle DAF=\angle BAG$, 由“SAS”可证 $\triangle GAE \cong \triangle FAE$, 可得 $EF=GE=BE+BG=7$;

(2) 在 DF 上截取 $DM=BE$, 由“SAS”可证 $\triangle ABE \cong \triangle ADM$, 可得 $AE=AM$, $\angle EAB=\angle DAM$, 由“SAS”可证 $\triangle AEF \cong \triangle AMF$, 可得 $EF=FM$, 可得结论;

(3) 同(2)可证 $EF=DF-BE$, 可得 $BE+EF=18$, 由勾股定理可得 $EF^2=CF^2+CE^2$, 可求 BE 的长.

【详解】解: 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB=AD=BC=CD$, $\angle D=\angle ABC=90^\circ$,

$\because AB=AD$, $\angle D=\angle ABG$, $BG=DF$,

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle ADF$ (SAS),

$\therefore AG=AF$, $\angle DAF=\angle BAG$,

$\because \angle EAF=45^\circ$,

$\therefore \angle DAF+\angle BAE=45^\circ$,

$\therefore \angle BAG+\angle BAE=45^\circ=\angle GAE$,

$\therefore \angle GAE=\angle EAF$,

又 $\because AG=AF$, $AE=AE$,

$\therefore \triangle GAE \cong \triangle FAE$ (SAS),

$\therefore EF=GE$,

$\therefore EF=GE=BE+BG=4+3=7$;

(2) 如图2, 在 DF 上截取 $DM=BE$,

$$\therefore BE = \frac{56}{13}.$$

【点睛】本题是四边形综合题，考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，直角三角形的性质，勾股定理等知识，添加恰当辅助线全等三角形是本题的关键．