2022-2023学年九年级下册数学检测卷

第6章《图形的相似》

姓名：_________ 班级：_________ 学号：_________

一、单选题(共24分)

1．(本题3分)下列命题中，假命题为（　　）

A．锐角三角形和钝角三角形一定不相似

B．直角三角形都相似

C．两条直角边成比例的两个直角三角形相似

D．如果一个三角形的3条高与另一个三角形的3条高对应成比例，那么这两个三角形相似

2．(本题3分)$\triangle ABC$的三边长分别为7，6，2，$\triangle DEF$的两边长分别为1，3，要使$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，则$\triangle DEF$的第三边长应为（　　）

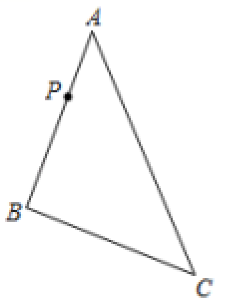
A．$\frac{6}{7}$　　B．2　　C．$\frac{7}{2}$　　D．$\frac{18}{7}$

3．(本题3分)电视节目主持人在主持节目时，站在舞台黄金分割点处最自然得体，若舞台AB长20m，试计算主持人应走到离A至少多少米处是比较得体的位置?(A在B左边，主持人在A处)　（　　）

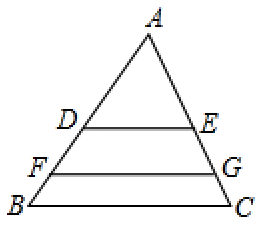
A．7.64m　　B．12.3m　　C．13.4 m　　D．6m

4．(本题3分)如图，点P是等腰□ABC的腰AB上的一点，过点P作直线（不与直线AB重合）截□ABC，使截得的三角形与原三角形相似．满足这样条件的直线最多有（　　）

A．2条　　B．3条　　C．4条　　D．5条



第4题图



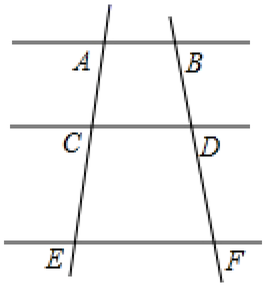
第5题图

5．(本题3分)如图，$DE//GF//BC$，DE、FG将□ABC分成面积相等的三部分，且$BC=6$，则$FG=$（　　）

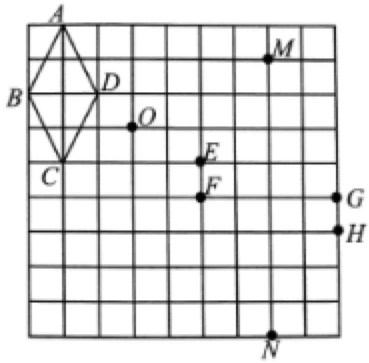
A．4　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{6}$　　D．$3\sqrt{6}$

6．(本题3分)如图，直线$AB // CD // EF$，若$AC=3$，$CE=4$，则$\frac{BD}{BF}$的值是（　　）

A．$\frac{3}{4}$　　　　B．$\frac{4}{3}$　　　　C．$\frac{3}{7}$　　　　D．$\frac{4}{7}$



第 6 题图



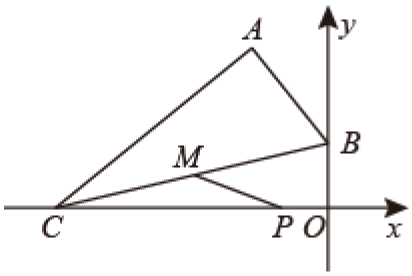
第 7 题图

7．(本题 3 分)在如图所示的网格中，以点 O 为位似中心，能够与四边形 $ABCD$ 是位似图形的为（　　）

A．四边形 $NGMF$　　　　B．四边形 $NGME$

C．四边形 $NHMF$　　　　D．四边形 $NHME$

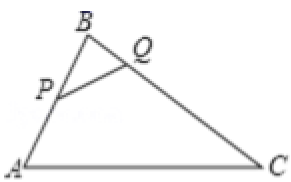
8．(本题 3 分)如图，在平面直角坐标系中，已知 A（－2，4）、P（－1，0），B 为 y 轴上的动点，以 AB 为边构造△ABC，使点 C 在 x 轴上，∠BAC＝90°，M 为 BC 的中点，则 PM 的最小值为（　　）



A．$\frac{\sqrt{17}}{2}$　　　　B．$\sqrt{17}$　　　　C．$\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　　　D．$\sqrt{5}$

二、填空题(共 30 分)

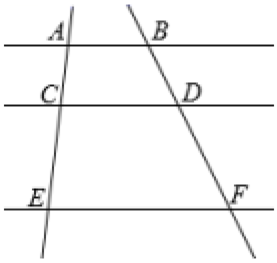
9．(本题 3 分)如图，在△ABC 中，AB＝6，BC＝12，点 P 是 AB 边的中点，点 Q 是 BC 边上一个动点，当 BQ＝__________时，△BPQ 与△BAC 相似．



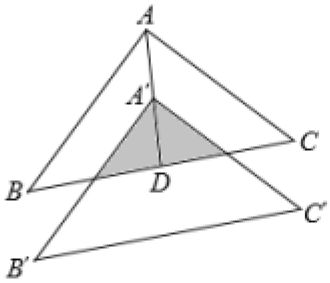
10．(本题 3 分)若三角形三边之比为 3：6：7，与它相似的三角形的最长边为 14cm，则此三角形周长为_________．

11．(本题 3 分)△AOB 三个顶点的坐标分别为 $A(5,0)$，$O(0,0)$，$B(3,6)$，以原点 O 为位似中心，相似比为 $\frac{2}{3}$，将△AOB 缩小，则点 B 的对应点 B' 的坐标是__________.

12．(本题 3 分)如图，$AB // CD // EF$，若 $AC=2$，$CE=5$，$BD=3$ 则 $DF=$___．



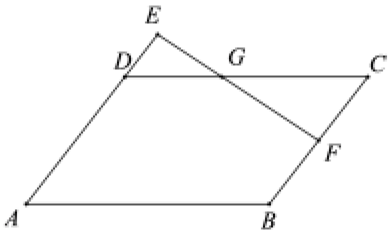
第 12 题图



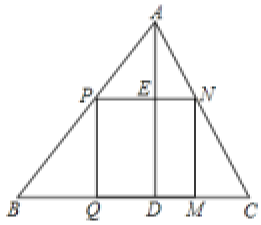
第 13 题图

13．(本题 3 分)如图，将$\triangle ABC$沿 BC 边上的中线 AD 平移到$\triangle A'B'C'$的位置，已知$\triangle ABC$的面积为 9，阴影部分三角形的面积为 4，若中线 $AD=3$，则 $A'A$ 的值为__________．

14．(本题 3 分)如图平行四边形 $ABCD$，F 为 BC 中点，延长 AD 至 E，使 $DE:AD=1:3$，连结 EF 交 DC 于点 G，若$\triangle DEG$的面积是 1，则五边形 $DABFG$ 的面积是__________.



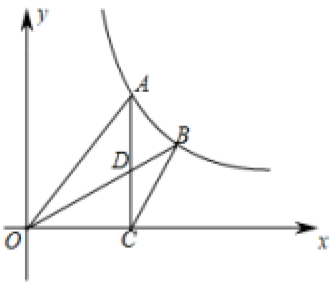
第 14 题图



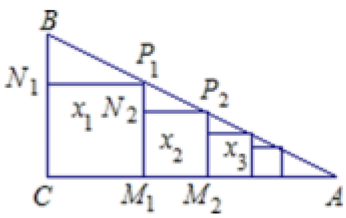
第 15 题图

15．(本题 3 分)如图，□ABC是一块锐角三角形余料，边 $BC=120mm$，高 $AD=80mm$，要把它加工成正方形零件，使正方形一边在 BC 上，其余两个顶点分别在 AB，AC 上，那么这个正方形零件的边长应是________mm．

16．(本题 3 分)如图，已知 A，B 是反比例函数 $y=\dfrac{9}{x}$（$x>0$）图象上的两点，$AC\perp x$ 轴于点 C，OB 交 AC 于点 D，若$\triangle OCD$ 的面积是$\triangle BCD$ 的面积的 2 倍，则$\triangle AOD$ 的面积是______．



第 16 题图

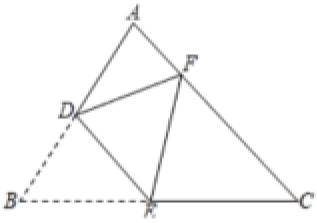


第 17 题图

17．(本题 3 分)如图：$Rt\Delta ABC$中，$\angle C=90°$，$BC=1$，$AC=2$，把边长分别为 x_1，x_2，x_3，…x_n 的 n 个正方形依次放在ΔABC中：第一个正方形 $CM_1P_1N_1$ 的顶点分别放在 $Rt\Delta ABC$ 的各边上；第二个正方形

$M_1M_2P_2N_2$ 的顶点分别放在 $Rt\triangle AP_1M_1$ 的各边上，…其他正方形依次放入，则第 2022 个正方形的边长 x_{2022} 为_________.

18．(本题 3 分)如图，在□ABC 中，$AB=6$，$BC=8$，$AC=7$，点 D，E 分别在 AB，BC 上，将□BDE 沿 ED 折叠，点 B 的对应点 F 刚好落在 AC 上，当△CEF 与□ABC 相似时，BE 的长为___________.

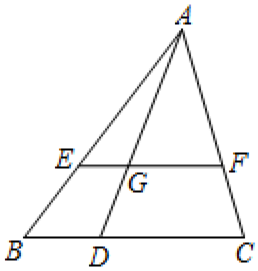


三、解答题(共 96 分)

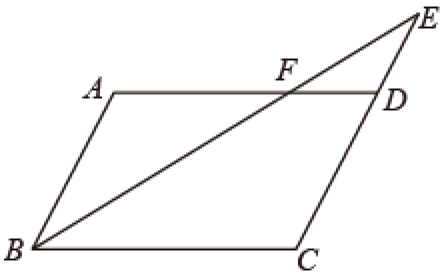
19．(本题 10 分)如图，在△ABC 中，点 D、E、F 分别在 BC、AB、AC 上，$EF\parallel BC$，交 AD 于点 G.

（1）图中共有几对相似三角形？请把它们分别表示出来；

（2）若 G 为 EF 的中点，试判断 BD 与 CD 的数量关系，并说明理由.



20．(本题 10 分)如图，在□$ABCD$ 中，E 是 CD 的延长线上一点，BE 与 AD 交于点 F，$DE=\frac{1}{2}CD$.



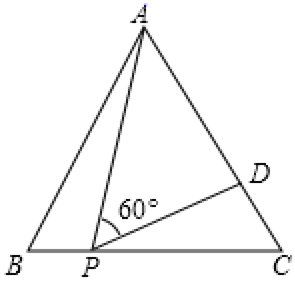
（1）求证：VABF∽VCEB；

（2）若□DEF 的面积为 2，求四边形 $BCDF$ 的面积.

21．(本题 10 分)如图，在等边△ABC 中，P 为 BC 上一点，D 为 AC 上一点，且∠APD＝60°，2BP＝3CD，BP＝1.

（1）求证△ABP∽△PCD；

（2）求△ABC 的边长．

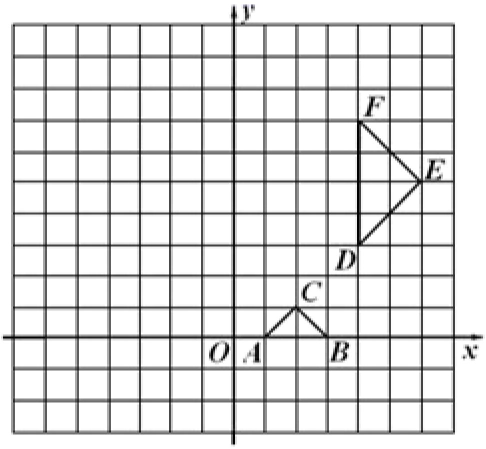


22．(本题 10 分)如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知△ABC 和△DEF 的顶点分别为 A（1，0）、B（3，0）、C（2，1）、D（4，3）、E（6，5）、F（4，7）．

按下列要求画图：以点 O 为位似中心，将△ABC 向 y 轴左侧按比例尺 2：1 放大得△ABC 的位似图形△$A_1B_1C_1$，并解决下列问题：

（1）顶点 A_1 的坐标为________，B_1 的坐标为________，C_1 的坐标为_________；

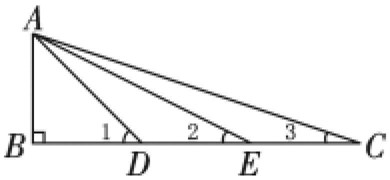
（2）请你利用旋转、平移两种变换，使△$A_1B_1C_1$ 通过变换后得到△$A_2B_2C_2$，且△$A_2B_2C_2$ 恰与△DEF 拼接成一个平行四边形（非正方形），写出符合要求的变换过程．



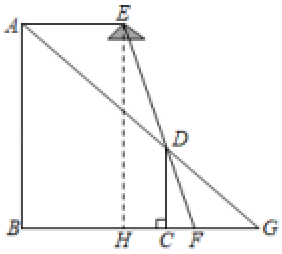
23．(本题 10 分)如图，在△*ABC* 中，∠*B*＝90°，点 *D*，*E* 在 *BC* 上，且 *AB*＝*BD*＝*DE*＝*EC*，求证：

（1）△*ADE*∽△*CDA*；

（2）∠1＋∠2＋∠3＝90°



24．(本题 10 分)如图：AB 为路灯主杆，AE 为路灯的悬臂，AE 长 3 米，CD 是长为 1.8 米的标杆．已知路灯悬臂 AE 与地面 BG 平行，当标杆竖立于地面时，主杆顶端 A、标杆顶端 D 和地面上一点 G 在同一直线上，此时路灯 E、标杆顶端 D 和地面上另一点 F 也在同一条直线上（路灯主杆底端 B、标杆底端 C 和地面上点 F、点 G 在同一水平线上）．这时测得 FG 长 1.5 米，求路灯主杆 AB 的高度．



25．(本题 12 分)$\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 边上的一点，点 F 在 AD 上，连接 BF 并延长交 AC 于点 E；

（1）如图 1，若 D 为 BC 的中点，$\frac{AE}{EC}=\frac{1}{2}$，求证：$AF=FD$；

（2）尺规作图：在图 2 中，请利用圆规和无刻度的直尺在 AC 上找一点 E，使得 $\frac{AE}{EC}=\frac{1}{2}$；

（3）若 F 为 AD 的中点，设 $\frac{BD}{BC}=m, \frac{AE}{AC}=n$，请求出 m、n 之间的等量关系．

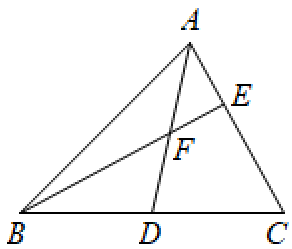


图1

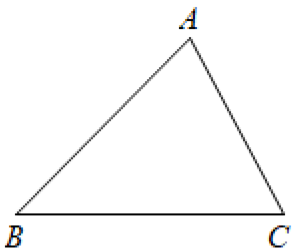


图2

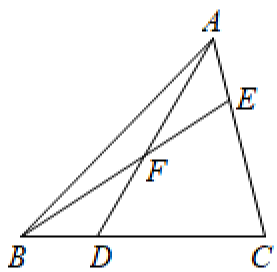


图3

26．(本题 12 分)已知，在□ABC 中，D 是 BC 上一点，$AB=AD$．

（1）如图 1，当 $BD=CD$，F 是 AD 中点时，连 BF 并延长交 AC 于 E．

①判断□ABC 与□BFD 是否相似，并说明理由．

②连接 DE，求证：$DE\perp BC$．

（2）在（1）的条件下，当□ABF∽□EDF 时，求∠BAC 的度数．

（3）如图 2，当 $BD=2CD$ 时，作 $DE\perp BC$ 交 AC 于 E，连 BE 交 AD 于 F，求 AF：FD 的值．

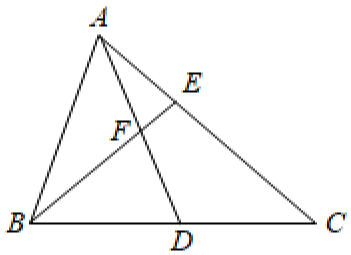


图1

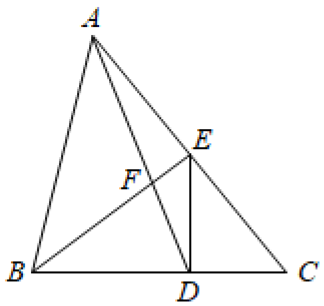


图2

27．(本题 12 分)已知正方形 $ABCD$ 中，点 E 是边 CD 上一点（不与 C、D 重合），将△ADE 绕点 A 顺时针旋转 90°得到△ABF，如图 1，连接 EF 分别交 AC、AB 于点 P、G．

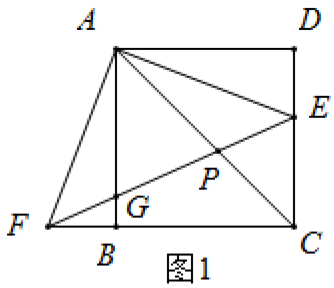


图1

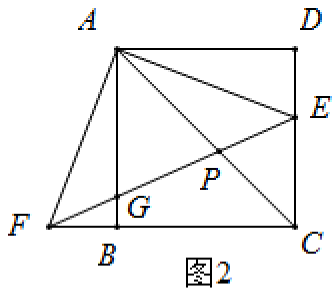


图2

（1）求证：△APF∽△EPC；

（2）求证：$PA^2=PG\cdot PF$

（3）如图 2，当点 E 是边 CD 的中点时，$PE=1$，求 AG 的长．

参考答案

1．B

【分析】根据相似三角形的判定方法分别判断后即可确定正确的选项．

【详解】

解：A、锐角三角形和钝角三角形一定不相似，是真命题，不符合题意；

B、直角三角形不一定相似，故原命题是假命题，符合题意；

C、两条直角边成比例的两个直角三角形相似，是真命题，不符合题意；

D、如果一个三角形的3条高与另一个三角形的3条高对应成比例，那么这两个三角形相似，是真命题，不符合题意，

故选：B．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定定理和命题，熟练掌握相似三角形的判定定理是解题关键．

2．C

【分析】根据相似三角形的性质，找到对应边，根据对应边成比例即可求得．

【详解】

$\because \triangle ABC \backsim \triangle DEF$

$\triangle ABC$ 的三边长分别为7，6，2，$\triangle DEF$ 的两边长分别为1，3，

设$\triangle DEF$的第三边长为x，

则$\because \frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{x}{7}$，

解得$x=\frac{7}{2}$．

故选C．

【点睛】本题考查了相似三角形的性质，理解相似三角形的性质是解题的关键．

3．A

【分析】

根据黄金分割的定义“将整体分成两部分，较大部分与整体部分的比值等于较小部分与较大部分的比值，其比值约为0.618”进行求解即可得．

【详解】

解：根据黄金比得：$20\times(1-0.618)=7.64$（m），

∵黄金分割点有2个，

∴$20-7.64=12.36$（m），

由于7.64<12.36，

故计算机主持人应走到离 A 至少 7.64 米处是比较得体的位置，

故选 A．

【点睛】本题考查了黄金分割，解题的关键是熟记黄金分割的比值．

4．B

【分析】

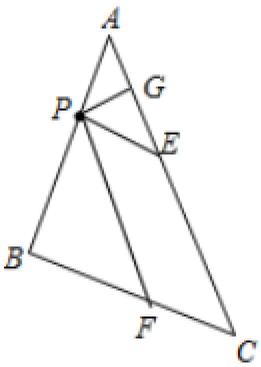
根据相似三角形的判定，过点 P 分别 BC, AC 的平行线即可得到与原三角形相似的三角形，过点 P 作以点 P 为顶点的角与∠C 相等的角也可以得到原三角形相似的三角形．

【详解】

$\because BA = BC$，

$\therefore \angle A = \angle C$，

①作 $PE \parallel BC$，可得 $\triangle APE \backsim \triangle ABC$．



②作 $PF \parallel AC$，可得□BPF∽□BAC．

③作∠APG=∠C，由于∠A 是公共角可得□AGP∽□ABC，

故选：B．

【点睛】

本题考查了三角形相似的判定方法.熟练运用平行法和非平行线法构造三角形的相似三角形是解题的关键．

5．C

【分析】由平行线得出△AFG∽△ABC，根据相似三角形的面积比等于相似比的平方，可得出答案．

【详解】

解：$\because FG \parallel BC$,

$\therefore \triangle AFG \backsim \triangle ABC$,

$\therefore \left(\frac{FG}{BC}\right)^2 = \frac{S_{\triangle AFG}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{2}{3}$,

$\therefore \dfrac{FG}{BC}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

$\therefore FG=\dfrac{\sqrt{6}}{3}BC=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times 6=2\sqrt{6}$，

故选：C．

【点睛】

本题主要考查相似三角形的判定和性质，掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键．

6．C

【分析】由平行线分线段成比例直接得到答案．

【详解】

解：$\because AB \parallel CD \parallel EF$

$\therefore \dfrac{BD}{BF}=\dfrac{AC}{AE}$

$\because AC=3$，$CE=4$

$\therefore \dfrac{BD}{BF}=\dfrac{3}{7}$，

故选C．

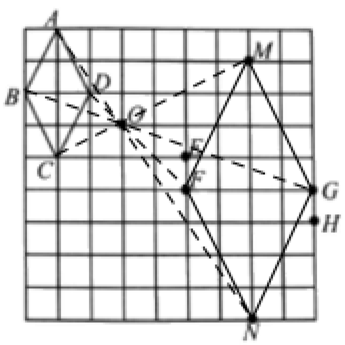
【点睛】

本题考查的是平行线分线段成比例，解题的关键在于能够熟练掌握平行线分线段成比例．

7．A

【分析】以 O 为位似中心，作四边形 $ABCD$ 的位似图形，根据图像可判断出答案．

【详解】如图所示，四边形 $ABCD$ 的位似图形是四边形 $NGMF$．



故选A．

【点睛】

此题考查了位似图形的作法，画位似图形的一般步骤为：①确定位似中心；②分别连接并延长位似中心和能代表原图的关键点；③根据相似比，确定能代表所作的位似图形的关键点；顺次连接上述各点，确定位似图形．

8．C

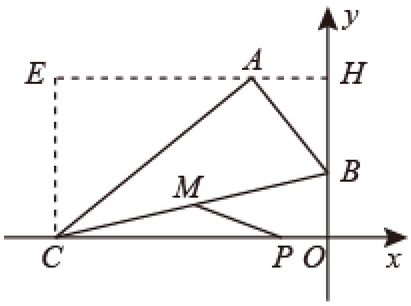
【分析】

作 $AH \perp y$ 轴，$CE \perp AH$，证明△AHB∽△CEA，根据相似三角形的性质得到 $AE=2BH$，求出点 M 的坐标，根据两点间的距离公式用 x 表示出 PM，根据二次函数的性质解答即可．

【详解】

解：如图，过点 A 作 $AH \perp y$ 轴于 H，过点 C 作 $CE \perp AH$ 于 E，

则四边形 $CEHO$ 是矩形，



∴$OH=CE=4$，

∵$\angle BAC=\angle AHB=\angle AEC=90°$，

∴$\angle ABH+\angle HAB=90°$，$\angle HAB+\angle EAC=90°$，

∴$\angle ABH=\angle EAC$，

∴△AHB∽△CEA，

∴$\frac{AH}{EC}=\frac{BH}{AE}$，即$\frac{2}{4}=\frac{BH}{AE}$，

∴$AE=2BH$，

设 $BH=x$，则 $AE=2x$，

∴$OC=HE=2+2x$，$OB=4-x$，

∴B（0，$4-x$），C（$-2-2x$，0），

∵$BM=CM$，

∴M（$-1-x$，$\frac{4-x}{2}$），

∵P（-1，0），

∴$PM=\sqrt{(-x)^2+(\frac{4-x}{2})^2}=\sqrt{\frac{5}{4}(x-\frac{4}{5})^2+\frac{16}{5}}$，

∴PM最小值为$\sqrt{\frac{16}{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，

故选：C．

【点睛】

本题考查相似三角形的判定和性质、两点间距离公式、二次函数的性质，正确添加辅助线、掌握二次函数的性质、相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键．

9．1.5或6

【分析】直接利用$\triangle BPQ\backsim\triangle BAC$或$\triangle BPQ\backsim\triangle BCA$，分别得出答案．

【详解】

解：∵$AB=6$，$BC=12$，点P是AB边的中点，

∴$BP=3$．

当$\triangle BPQ\backsim\triangle BAC$时，

则$\frac{BP}{AB}=\frac{BQ}{BC}$

故$\frac{3}{6}=\frac{BQ}{12}$

解得：BQ＝6；

当$\triangle BPQ\backsim\triangle BCA$时，

则$\frac{BP}{BC}=\frac{BQ}{AB}$，

故$\frac{3}{12}=\frac{BQ}{6}$，

解得$BQ=1.5$．

故答案为：1.5或6．

【点睛】本题主要考查了相似三角形的判定，正确分类讨论是解题关键．

10．32cm

【分析】

根据相似三角形的性质，依题意设这个三角形三边为$3x$，$6x$，$7x$，可求其他两边分别是6cm，12cm，可求与它相似的三角形周长．

【详解】

解：∵三角形三边之比为3：6：7，

∴与他相似的三角形的三边之比也为3：6：7，

设这个三角形三边为$3x$，$6x$，$7x$，

∵与它相似的三角形的最长边为14cm，

∴$7x=14$，

则$x=2$，

与它相似的三角形最长边为14cm，

那么其他两边分别是 6cm，12cm，

那么与它相似的三角形周长为 6+12+14=32cm,

故此三角形周长为 32cm．

故答案为：32cm．

【点睛】

本题考查相似三角形的性质，关键是设出与它相似的三角形的三边，利用最长边构造方程．

11．$(2,4)$或$(-2,-4)$

【分析】

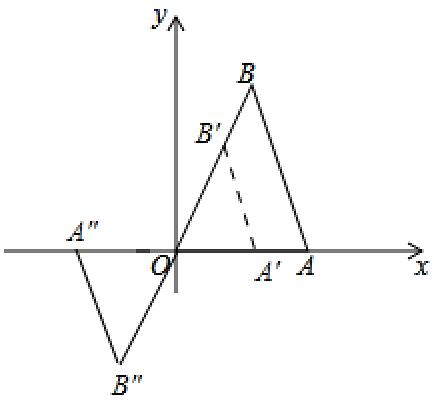
利用以原点为位似中心，相似比为 k，位似图形对应点的坐标的比等于 k 或-k，把 B 点的横纵坐标分别乘以$\frac{2}{3}$或$-\frac{2}{3}$即可得到点 B'的坐标．

【详解】

解：∵以点 O为位似中心，相似比为$\frac{2}{3}$，将□AOB缩小，

∴点 $B(3,6)$的对应点 B'的坐标是（2，4）或（-2，-4）．

故答案为：（2，4）或（-2，-4）．



【点睛】

本题考查了位似变换.根据位似比求得对应坐标是解题的关键，位似变换：在平面直角坐标系中，如果位似变换是以原点为位似中心，相似比为 k，那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或-k．

12．7.5$\frac{15}{2}$

【分析】直接根据平行线分线段成比例定理即可得出结论．

【详解】

解：∵直线 $AB \parallel CD \parallel EF$，$AC=2$，$CE=5$，$BD=3$，

∴$\frac{AC}{CE}=\frac{BD}{DF}$，即$\frac{2}{5}=\frac{3}{DF}$，解得 $DF=7.5$.

故答案为：7.5．

【点睛】

本题考查的是平行线分线段成比例定理，熟知三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例是解答此题的关键．

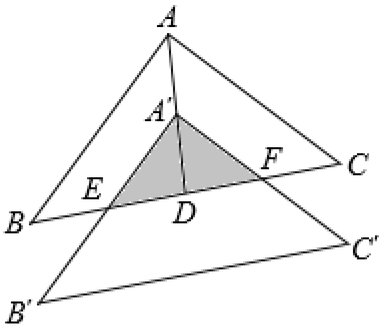
13．1

【分析】

由$S_{\triangle ABC}$=9、$S_{\triangle A'EF}$=4且AD为BC边的中线知$S_{\triangle A'DE}=\frac{1}{2}S_{\triangle A'EF}$=2，$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{9}{2}$，根据$\triangle DA'E\backsim\triangle DAB$知$(\frac{A'D}{AD})^2=\frac{S_{\triangle A'DE}}{S_{\triangle ABD}}$，据此求解可得．

【详解】

解：如图，



∵$S_{\triangle ABC}$=9、$S_{\triangle A'EF}$=4，且AD为BC边的中线，

∴$S_{\triangle A'DE}=\frac{1}{2}S_{\triangle A'EF}$=2，$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{9}{2}$，

∵将$\triangle ABC$沿BC边上的中线AD平移得到$\triangle A'B'C'$，

∴$A'E\parallel AB$，

∴$\triangle DA'E\backsim\triangle DAB$，

则$(\frac{A'D}{AD})^2=\frac{S_{\triangle A'DE}}{S_{\triangle ABD}}$，即$(\frac{A'D}{3})^2=\frac{4}{9}$，

解得$A'D$=2（负值舍去），

$\therefore AA'=AD-A'D=3-2=1$

故答案为：1．

【点睛】

本题主要平移的性质，三角形中线的性质，以及相似三角形的判定与性质，解题的关键是熟练掌握三角形中线的性质、相似三角形的判定与性质等知识点．

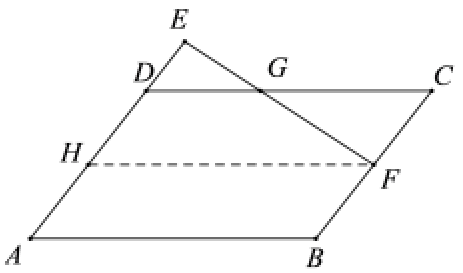
14．$\frac{51}{4}$

【分析】

过点 F 作 $FH//DC$，根据平行四边形的性质可得 $AD//BC$，进而可得$\triangle DEG\backsim\triangle CFG$，根据相似三角形的性质可得 $\frac{S_{\triangle DEG}}{S_{\triangle CFG}}=\left(\frac{DE}{CF}\right)^2$，进而求得 $S_{\triangle CFG}$ 的面积，根据 $HF//DG$ 可得$\triangle EDG\backsim\triangle EHF$，进而平行四边形 $ABCD$ 的面积，根据平行四边形 $ABCD$ 的面积减去 $S_{\triangle CFG}$ 即可求得五边形 $DABFG$ 的面积．

【详解】

如图，过点 F 作 $FH//DC$，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore$ $AD//BC$， $AB//CD$，

$\therefore\triangle DEG\backsim\triangle CFG$， $\triangle EDG\backsim\triangle EHF$，

$\because$ $HF//CD, HD//CF$，

$\therefore$ 四边形 $HDCF$ 是平行四边形，

同理四边形 $ABFH$ 是平行四边形，

$\because$ F 为 BC 中点，

$\therefore HD=CF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AD$，

$\because$ $DE:AD=1:3$，

设 $DE=2a$ 则 $AD=6a$， $HD=CF=3a$，

$EH=ED+HD=5a$，

$\because\triangle DEG\backsim\triangle CFG$，

$\therefore\frac{S_{\triangle DEG}}{S_{\triangle CFG}}=\left(\frac{DE}{CF}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$，

$\because\triangle DEG$ 的面积是 1，

$\therefore S_{\triangle CFG}=\frac{9}{4}$，

$\because\triangle EDG\backsim\triangle EHF$，

$\therefore \frac{S_{\triangle EDG}}{S_{\triangle EHF}} = \left(\frac{DE}{EH}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$，

$\because$ $\triangle DEG$的面积是 1，

$\therefore S_{\triangle EHF} = \frac{25}{4}$，

$\therefore$ 四边形 $HDGF$ 的面积为：$S_{\triangle EHF} - S_{\triangle DEG} = \frac{25}{4} - 1 = \frac{21}{4}$，

$\therefore$ 平行四边 $HDCF$ 的面积为 $4 + S_{\triangle CFG} = \frac{21}{4} + \frac{9}{4} = \frac{15}{2}$，

$\because H, F$ 分别为 AD, BC 的中点，

$\therefore$ 平行四边 $ABCD$ 的面积为平行四边 $HDCF$ 的面积的 2 倍，即15，

$\therefore$ 五边形 $DABFG$ 的面积为 $15 - S_{\triangle CFG} = 15 - \frac{9}{4} = \frac{51}{4}$，

故答案为：$\frac{51}{4}$

【点睛】

本题考查了平行四边形的性质，三角形中位线定理，相似三角形的性质与判定，根据相似三角形的性质求得 $S_{\triangle CFG}$ 是解题的关键．

15．48

【分析】

利用相似三角形的相似比，列出方程，通过解方程求出边长．

【详解】

解：∵正方形 PQMN 的 QM 边在 BC 上，

∴PN∥BC，AD⊥BC，

∴AE⊥PN，

∴△APN∽△ABC，

$\therefore \frac{PN}{BC} = \frac{AE}{AD}$．

设 ED＝x，

∴PN＝MN＝ED＝x，

$\frac{x}{120} = \frac{80-x}{80}$，

$\therefore x$＝48，

∴边长为 48mm．

故答案为 48.

【点睛】

本题考查了相似三角形的判定与性质，把实际问题抽象到相似三角形中，利用相似三角形的相似比，列出方程，通过解方程即可求出边长．

16．2.5

【分析】

如图，过点 B 作 $BE\perp x$ 轴于 E，根据反比例函数 k 的几何意义可得 $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle OEB}=4.5$，根据△$OCD$ 的面积是△BCD 的面积的 2 倍可得 $OD=2BD$，可得 $\frac{OD}{OB}=\frac{2}{3}$，根据 $AC\perp x$ 轴可得 $AC//BE$，可得△OCD∽△OEB，根据相似三角形面积比等于相似比的平方可得 $\frac{S_{\triangle OCD}}{S_{\triangle OEB}}=\frac{4}{9}$，即可得出△$OCD$ 的面积，进而可得答案．

【详解】

如图，过点 B 作 $BE\perp x$ 轴于 E，

∵已知 A，B 是反比例函数 $y=\frac{9}{x}$（$x>0$）图象上的两点，

∴$S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOE}=\frac{1}{2}\times9=4.5$，

∵△OCD 的面积是△BCD 的面积的 2 倍，

∴$OD=2BD$，

∴$\frac{OD}{OB}=\frac{2}{3}$，

∵$AC\perp x$ 轴，

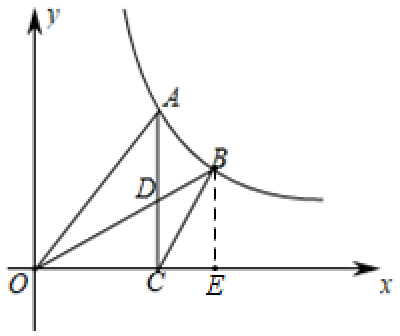
∴$AC//BE$，

∴△OCD∽△OEB，

∴$\frac{S_{\triangle OCD}}{S_{\triangle OEB}}=(\frac{OD}{OB})^2=(\frac{2}{3})^2=\frac{4}{9}$，

∴$S_{\triangle OCD}=\frac{4}{9}S_{\triangle OEB}=\frac{4}{9}\times4.5=2$，

∴$S_{\triangle AOD}=S_{\triangle AOC}-S_{\triangle OCD}=4.5-2=2.5$．



故答案为：2.5

【点睛】

本题考查反比例函数的系数 k 的几何意义、相似三角形的判定与性质，对双曲线上任意一点作 x 轴、y 轴的垂线，它们与 x 轴、y 轴所围成的矩形面积为常数 k；相似三角形面积比等于相似比的平方；熟练掌握相关性质及判定定理是解题关键．

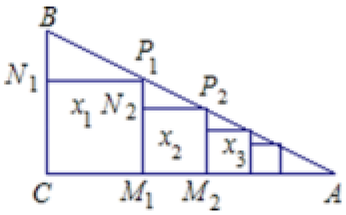
17．$\left(\frac{2}{3}\right)^{2022}$

【分析】

根据相似三角形的性质就可以求出第一个正方形的边长，同理求得其它正方形的边长，观察规律即可求得第 n 个正方形的边长，即可求解．

【详解】

解：设第一个正方形的边长是 x_1，



$\because P_1N_1 \parallel AC$，$P_1M_1 \parallel BC$，

$\therefore \triangle BP_1N_1 \sim \triangle BAC$，$\triangle AP_1M_1 \sim \triangle ABC$，

则 $\frac{P_1N_1}{AC}=\frac{BP_1}{AB}=\frac{x_1}{2}$，

同理得到 $\frac{P_1M_1}{BC}=\frac{AP_1}{AB}=x_1$，

两式相加得到 $\frac{x_1}{2}+x_1=1$，

解得 $x_1=\frac{2}{3}$，

同理求得：

第二个的边长是 $x_2=\left(\frac{2}{3}\right)^2$，

第三个的边长是 $x_3=\left(\frac{2}{3}\right)^3$，

…

$\therefore x_n=\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

$\therefore x_{2022}=\left(\frac{2}{3}\right)^{2022}$.

故答案为：$\left(\frac{2}{3}\right)^{2022}$.

【点睛】

本题考查了正方形的性质，相似三角形的判定和性质，考查了学生的观察归纳能力．解题的关键是数形结合思想与方程思想的应用．

18．$\frac{24}{7}$或$\frac{48}{13}$

【分析】

根据题意得：$BE=EF$，设$BE=x$，则$EF=x$，$CE=8-x$，然后分两种情况：当$\triangle CEF\backsim\triangle CBA$，即$\frac{EF}{AB}=\frac{CE}{BC}$时；当$\triangle CEF\backsim\triangle CAB$，即$\frac{EF}{AB}=\frac{CE}{AC}$时，即可求解．

【详解】

解：根据题意得：$BE=EF$，

$\because BC=8$，

可设$BE=x$，则$EF=x$，$CE=8-x$，

当$\triangle CEF\backsim\triangle CBA$，即$\frac{EF}{AB}=\frac{CE}{BC}$时，

$\because AB=6$，$BC=8$，

$\therefore \frac{x}{6}=\frac{8-x}{8}$，解得：$x=\frac{24}{7}$；

当$\triangle CEF\backsim\triangle CAB$，即$\frac{EF}{AB}=\frac{CE}{AC}$时，

$\because AC=7$，

$\frac{x}{6}=\frac{8-x}{7}$，解得：$x=\frac{48}{13}$，

$\therefore$当$\triangle CEF$与$\triangle ABC$相似时，BE的长为$\frac{24}{7}$或$\frac{48}{13}$.

故答案为：$\frac{24}{7}$或$\frac{48}{13}$.

【点睛】

本题主要考查了相似三角形的性质，利用分类讨论的思想解决问题是解题的关键．

19．（1）图中有三对相似三角形，分别为：△AEF∽△ABC，△AEG∽△ABD，△AGF∽△ADC；（2）

BD=DC，理由见解析

【分析】

（1）由 EF∥BC，可得出△AEF∽△ABC，△AEG∽△ABD，△AGF∽△ADC，此问得解；

（2）由△AEG∽△ABD，利用相似三角形的性质可得出$\frac{EG}{BD}=\frac{AG}{AD}$，同理可得出$\frac{FG}{CD}=\frac{AG}{AD}$，则$\frac{EG}{BD}=\frac{FG}{CD}$，进而得到答案．

【详解】

解：（1）∵EF∥BC，

∴△AEF∽△ABC，△AEG∽△ABD，△AGF∽△ADC，

∴图中有三对相似三角形，分别为：△AEF∽△ABC，△AEG∽△ABD，△AGF∽△ADC；

（2）BD=DC，

理由如下：

∵△AEG∽△ABD，

$\therefore \frac{EG}{BD}=\frac{AG}{AD}$，

∵△AGF∽△ADC，

$\therefore \frac{FG}{CD}=\frac{AG}{AD}$，

$\therefore \frac{EG}{BD}=\frac{FG}{CD}$，

∵G 为 EF 的中点，

∴EG=FG，

∴BD=DC．

【点睛】

本题考查了相似三角形的判定与性质以及平行线分线段成比例，解题的关键是：（1）由 EF∥BC，找出相似的三角形；（2）利用相似三角形的性质（或者平行线分线段成比例），找出$\frac{EG}{BD}=\frac{FG}{CD}$即可．

20．（1）见解析；（2）16

【分析】

（1）根据平行四边形的性质，证明两角对应相等，两三角形相似即可．

（2）首先证明$\triangle ABF\cong DEF$，再证明$\triangle EFD\backsim\triangle EBC$，利用相似三角形的性质面积比等于相似比的平方，即可求出$\triangle EBC$的面积，由此即可解决问题．

【详解】

解：（1）$\because$四边形$ABCD$是平行四边形

$\therefore \angle A=\angle C$，$AB//CD$

$\therefore \angle ABF=\angle CEB$

$\therefore \Delta ABF \backsim \Delta CEB$

（2）解：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD//BC$，AB平行且等于CD，

$\therefore \Delta DEF \backsim \Delta CEB$，$\Delta DEF \backsim \Delta ABF$，

$\because DE=\frac{1}{2}CD$，

$\therefore \frac{S_{\Delta DEF}}{S_{\Delta CEB}}=(\frac{DE}{CE})^2=\frac{1}{9}$，

$\because S_{\Delta DEF}=2$，

$\therefore S_{\Delta CEB}=18$，

$\therefore S_{四边形BCDF}=S_{\Delta BCE}-S_{\Delta DEF}=16$．

【点睛】

本题主要考查了平行四边形的性质，相似三角形的判定和性质，熟悉相似三角形的性质和判定是解决问题的关键．

21．（1）证明见解析；（2）3．

【分析】

（1）由△ABC是等边三角形，证明∠B＝∠C＝60°，再利用平角的定义与三角形的内角和定理证明：∠BPA＝∠PDC，从而可得结论；

（2）由$2BP=3CD, BP=1$，先求解CD，设$AB=BC=x$，再利用相似三角形的性质可得：$\frac{BP}{CD}=\frac{AB}{PC}$，列方程，解方程即可得到答案．

【详解】

证明：（1）∵△ABC是等边三角形，

∴AB＝BC＝AC，∠B＝∠C＝60°，

∵∠BPA＋∠APD＋∠DPC＝180°且∠APD＝60°，

∴∠BPA＋∠DPC＝120°

∵∠DPC＋∠C＋∠PDC＝180°，

∴∠DPC＋∠PDC＝120°，

∴∠BPA＝∠PDC，

∴△ABP∽△PCD ；

（2）∵2BP＝3CD，且 BP＝1

$\therefore CD=\frac{2}{3}$，

∵△ABP∽△PCD

$\therefore \frac{BP}{CD}=\frac{AB}{PC}$，

设 $AB=BC=x$，则 $PC=x-1$，

$\therefore \frac{1}{\frac{2}{3}}=\frac{x}{x-1}$，

$\therefore \frac{2}{3}x=x-1$，

$\therefore x=3$，

经检验：$x=3$是原方程的解，

所以三角形 ABC 的边长为：3.

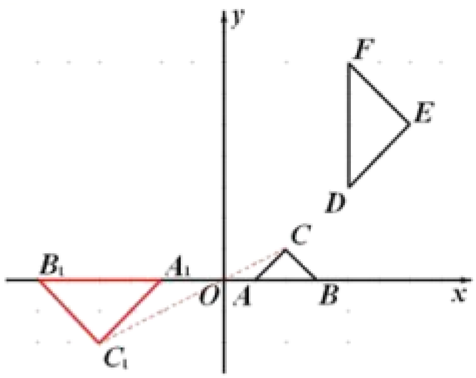
【点睛】

本题考查的是等边三角形的性质，相似三角形的判定与性质，分式方程的解法，掌握三角形的判定及利用相似三角形的性质解决问题是解题的关键．

22．见解析

【详解】

解：作图如下：



（1）（－2，0），（－6，0），（－4，－2）．

（2）符合要求的变换有两种情况：

情况 1：如图 1，变换过程如下：

将△$A_2B_2C_2$ 向右平移 12 个单位，再向上平移 5 个单位；再以 B_1 为中心顺时针旋转 90^0．

情况 2：如图 2，变换过程如下：

将△$A_2B_2C_2$ 向右平移 8 个单位，再向上平移 5 个单位；再以 A_1 为中心顺时针旋转 90^0．

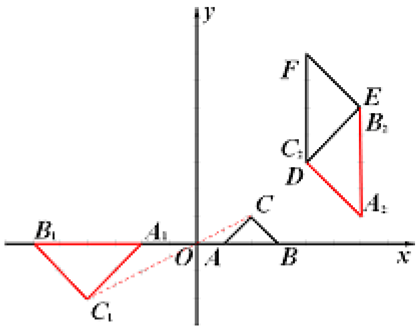


图1

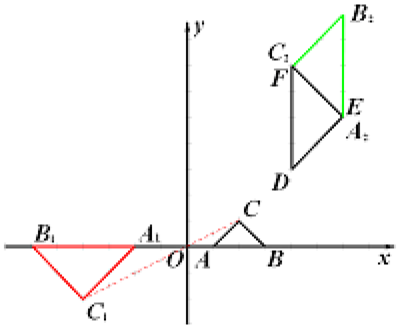


图2

（1）作位似变换的图形的依据是相似的性质，基本作法是：①先确定图形的位似中心；②利用相似图形的比例关系作出关键点的对应点；③按原图形中的方式顺次连接对应点．要注意有两种情况，图形在位似中心的同侧或在位似中心的两侧．

（2）作平移变换时，找关键点的对应点也是关键的一步．平移作图的一般步骤为：①确定平移的方向和距离，先确定一组对应点；②确定图形中的关键点；③利用第一组对应点和平移的性质确定图中所有关键点的对应点；④按原图形顺序依次连接对应点，所得到的图形即为平移后的图形．

作旋转变换时，找准旋转中心和旋转角度

23．（1）见解析；（2）见解析

【分析】

（1）先根据 $AD=\sqrt{2}AB$，得出 $\frac{AD}{CD}=\frac{DE}{AD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，再根据 $\angle ADE=\angle ADC$ 即可得出 $\Delta ADE\backsim\Delta CDA$；

（2）根据 $\Delta ADE\backsim\Delta CDA$ 得出 $\angle 3=\angle EAD$，根据 $\angle EAD+\angle 2=45°$，得出 $\angle 3+\angle 2=45°$，即可得出答案．

【详解】

解：（1）$\because \angle B=90°$，$AB=BD$，

$\therefore AD=\sqrt{2}AB$，

$\therefore \frac{AD}{CD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{DE}{AD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore \frac{AD}{CD}=\frac{DE}{AD}$，

$\because \angle ADE=\angle ADC$

$\therefore \Delta ADE\backsim\Delta CDA$；

（2）$\because \Delta ADE\backsim\Delta CDA$，

$\therefore \angle 3=\angle EAD$，

$\because \angle EAD+\angle 2=45°$，

$\therefore \angle 3+\angle 2=45°$，

$\therefore \angle 1+\angle 2+\angle 3=45°+45°=90°$.

【点睛】

本题考查了相似三角形的判定，用到的知识点是相似三角形的判定与性质、等腰直角三角形的性质，关键是能在较复杂图形中找出相似三角形．

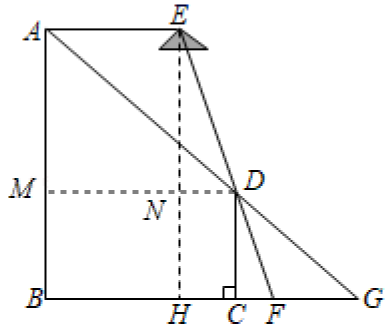
24．路灯主杆 AB 的高度为 5.4 米．

【分析】

过点 D 作 $DM\perp AB$ 于 M，交 EH 于点 N，则 $AB//EH//CD$， $AE//MD//BG$，从而得到 $\Delta ADE\backsim\Delta GDF$，利用相似三角形对应高的比等于相似比列出比例式可得 AM 的值，即可求解．

【详解】

解：过点 D 作 $DM\perp AB$ 于 M，交 EH 于点 N，



$\because AE//BG$， $AB\perp BG$，

$\therefore AE\perp AB$，

$\because DM\perp AB$，

$\therefore AE//MD//BG$，

$\therefore AM$ 等于 ΔADE 的边 AE 上的高，

$\because AB\perp BG$， $EH\perp BG$， $CD\perp BG$，

$\therefore AB//EH//CD$，

$\therefore AE=BH=3$ 米． $BM=CD=1.8$ 米，

$\because AE//BG$，

$\therefore \Delta ADE\backsim\Delta GDF$，

$\therefore \dfrac{AE}{GF}=\dfrac{AM}{CD}$，即 $\dfrac{3}{1.5}=\dfrac{AM}{1.8}$，

$\therefore AM=3.6$（米），

$\therefore AB=AM+BM=5.4$（米），

答：路灯主杆 AB 的高度为 5.4 米．

【点睛】

本题考查了相似三角形的应用，解题的关键是根据已知条件得到平行线，从而证得相似三角形．

25．（1）证明见解析，（2）作图见解析，（3）$m=\frac{n}{1-n}$

【分析】

（1）作 $DG\parallel BE$ 交 AC 于 G，列出比例式即可证明；

（2）作△ABC 的中线 AD，再作 AD 中点，连接 BF 并延长交 AC 于点 E 即可；

（3）作 $DG\parallel BE$ 交 AC 于 G．根据平行得出比例式，根据 F 为 AD 的中点，得出 m、n 之间的等量关系即可．

【详解】

（1）证明：作 $DG\parallel BE$ 交 AC 于 G，

∵$DG\parallel BE$，$BD=CD$，

∴$\frac{CD}{BD}=\frac{CG}{EG}=1$，

∴$EG=CG$，

∵$EF\parallel DG$，

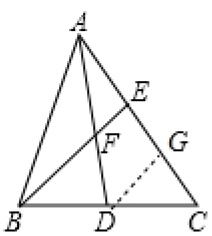
∴$\frac{AF}{DF}=\frac{AE}{EG}$，

∵$\frac{AE}{EC}=\frac{1}{2}$，$EG=GC$，

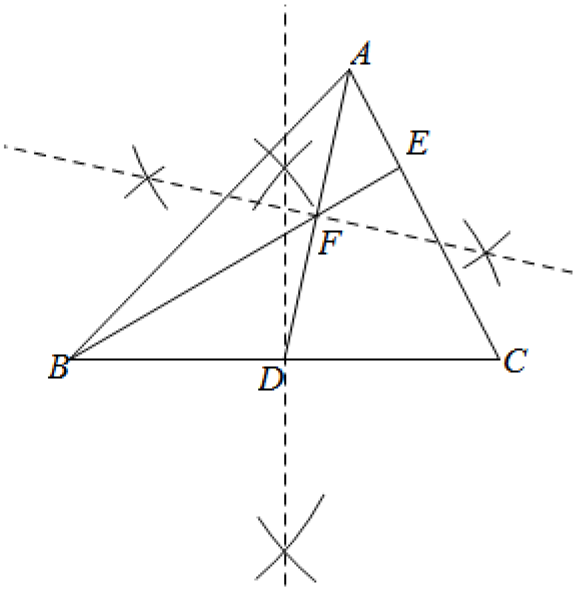
∴$\frac{AE}{EG}=1$，

∴$\frac{AF}{DF}=1$．

∴$AF=FD$；



（2）作△ABC 的中线 AD，再作 AD 中点，连接 BF 并延长交 AC 于点 E，点 E 即是所求；



（3）作 $DG /\!/ BE$ 交 AC 于 G．

∵$DG /\!/ BE$，

∴$\dfrac{BD}{BC}=\dfrac{EG}{CE}=m$，

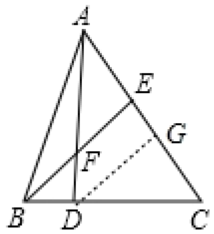
∵$\dfrac{AE}{AC}=n$，设 $AC=a$，$AE=an$，$EC=a-an$，$EG=m(a-an)$，

∵$EF /\!/ DG$，

∴$\dfrac{AF}{DF}=\dfrac{AE}{EG}=\dfrac{an}{am(1-n)}=\dfrac{n}{m-mn}$，

∵F 为 AD 的中点，

∴$\dfrac{n}{m-mn}=1$ 即 $m=\dfrac{n}{1-n}$．



【点睛】

本题考查了平行线分线段成比例定理，解题关键是恰当作平行线，利用比例式解决问题

26．（1）①相似，见解析；②见解析；（2）$\angle BAC=90°$；（3）$\dfrac{3}{2}$

【分析】

（1）①利用两组边对应成比例且夹角相等即可证明$\triangle ABC\backsim\triangle FDB$；

②根据$\triangle ABC\backsim\triangle FDB$可得$\angle C=\angle FBD$，由此可得$EB=EC$，再根据等腰三角形的三线合一即可证得$DE\perp BC$；

（2）由□$ABF\backsim$□EDF可得$\angle BAF=\angle DEF$，$\dfrac{FA}{FE}=\dfrac{FB}{FD}$，由此可证得□$AFE\backsim$□$BFD$，由此可得$\angle EAF=\angle C$，再根据等腰三角形的三线合一可得$\angle BAF=\angle CED$，最后再根据$\angle CED+\angle C=90°$即可得证；

（3）过点A作$AH\perp BD$，垂足为点H，交BF于点G，先证明$BH=DH=CD$，再根据相似三角形的判定与性质即可求得$DE=\dfrac{1}{2}AH$，$AG=\dfrac{3}{4}AH$，由此即可求得答案．

【详解】

解：（1）①$\triangle ABC\backsim\triangle FDB$，理由如下：

∵$AB=AD$，

∴$\angle ABC=\angle FDB$，

∵F是AD中点，

∴$FD=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{1}{2}AB$，

∴$\dfrac{FD}{AB}=\dfrac{1}{2}$，

∵$BD=CD$，

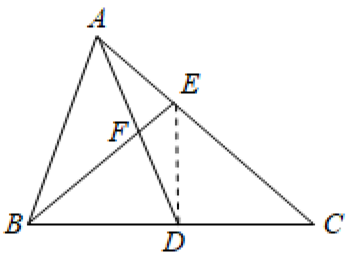
∴$\dfrac{BD}{BC}=\dfrac{1}{2}$，

∴$\dfrac{FD}{AB}=\dfrac{BD}{BC}$，

又∵$\angle ABC=\angle FDB$，

∴$\triangle ABC\backsim\triangle FDB$；

②如图，连接DE，



由①得：$\triangle ABC\backsim\triangle FDB$，

∴$\angle C=\angle FBD$，

∴$EB=EC$，

又∵$BD=CD$，

∴$DE\perp BC$；

（2）∵□$ABF\backsim$□EDF，

$\therefore \angle BAF=\angle DEF$，$\frac{FA}{FE}=\frac{FB}{FD}$，

$\therefore \frac{FA}{FB}=\frac{FE}{FD}$，

又$\because \angle AFE=\angle BFD$，

$\therefore \triangle AFE\backsim\triangle BFD$，

$\therefore \angle EAF=\angle FBD$，

又$\because \angle C=\angle FBD$，

$\therefore \angle EAF=\angle C$，

$\because EB=EC$，$BD=CD$，

$\therefore DE$平分$\angle BEC$，

$\therefore \angle CED=\angle DEF$，

$\therefore \angle BAF=\angle CED$，

$\because DE\perp BC$，

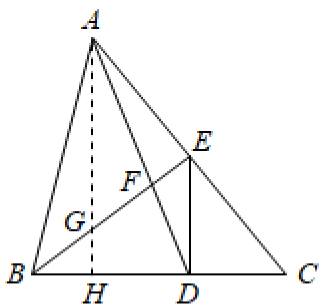
$\therefore \angle EDC=90^\circ$，

$\therefore \angle CED+\angle C=90^\circ$，

$\therefore \angle BAF+\angle EAF=90^\circ$，

$\therefore \angle BAC=90^\circ$；

（3）如图，过点A作$AH\perp BD$，垂足为点H，交BF于点G，



$\because AB=AD$，$AH\perp BD$，

$\therefore BH=DH$，

又$\because BD=2CD$，

$\therefore BH=DH=CD$，

$\because AH\perp BD$，$DE\perp BC$，

$\therefore AH//DE$，

$\therefore \triangle BHG\backsim\triangle BDE$，$\triangle CDE\backsim\triangle CHA$，

$\therefore \frac{GH}{DE}=\frac{BH}{BD}=\frac{1}{2}$，$\frac{DE}{AH}=\frac{CD}{CH}=\frac{1}{2}$，

$\therefore GH=\frac{1}{2}DE$，$DE=\frac{1}{2}AH$，

$\therefore GH=\frac{1}{4}AH$，

$\therefore AG=AH-GH=\frac{3}{4}AH$，

$\because AH//DE$，

$\therefore \triangle AGF\backsim\triangle DEF$，

$\therefore \frac{AF}{FD}=\frac{AG}{DE}=\frac{\frac{3}{4}AH}{\frac{1}{2}AH}=\frac{3}{2}$，

$\therefore AF$：FD的值为$\frac{3}{2}$．

【点睛】

本题考查了相似三角形的判定与性质，等腰三角形的判定与性质等相关知识，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解决本题的关键．

27．（1）见解析；（2）见解析；（3）$AG=\frac{2\sqrt{10}}{3}$．

【分析】

（1）根据两角对应相等的两个三角形相似证明即可．

（2）证明$\triangle APG\backsim\triangle FPA$，即可解决问题．

（3）如图2中，设正方形的边长为$2a$．想办法用a表示AG，EG，GP，证明$AG^2=GP\cdot GE$，由此构建方程求出a，即可解决问题．

【详解】

（1）证明：$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore\angle ACB=45°$，

由旋转的性质可知，$AF=AE$，$\angle FAE=90°$，

$\therefore\angle AFP=\angle ECP=45°$，

$\because\angle APF=\angle EPC$，

$\therefore\triangle APF\backsim\triangle EPC$；

（2）证明：$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore\angle CAB=45°$，

$\because\angle AFE=45°$，

$\therefore \angle PAG=\angle AFP$,

$\because \angle APG=\angle FPA$,

$\therefore \triangle APG \backsim \triangle FPA$,

$\therefore \dfrac{PA}{PF}=\dfrac{PG}{PA}$,

$\therefore PA^2=PG \cdot PF$;

（3）解：如图 2 中，设正方形的边长为 $2a$.

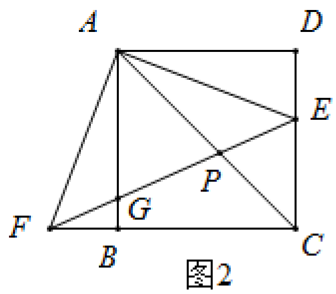


图2

$\because \triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90°得到$\triangle ABF$,

$\therefore \angle ABF=\angle D=90°$，$DE=BF$,

$\because \angle ABC=90°$,

$\therefore \angle FBC=180°$,

$\therefore F$，B，C 共线,

$\because DE=EC=BF=a$，$BC=2a$,

$\therefore CF=3a$，$EF=\sqrt{CF^2+EC^2}=\sqrt{(3a)^2+a^2}=\sqrt{10}a$,

$\because BG \parallel EC$,

$\therefore BG$：$EC=FB$：$CF=FG$：$FE=1$：3,

$\therefore BG=\dfrac{1}{3}a$，$AG=\dfrac{5}{3}a$，$GE=\dfrac{2\sqrt{10}}{3}a$,

$\because \angle GAP=\angle AEG=45°$，$\angle AGP=\angle EGA$,

$\therefore \triangle AGP \backsim \triangle EGA$,

$\therefore \dfrac{AG}{EG}=\dfrac{GP}{AG}$,

$\therefore AG^2=GP \cdot GE$,

$\therefore \left(\dfrac{5}{3}a\right)^2=\left(\dfrac{2\sqrt{10}}{3}a-1\right) \cdot \dfrac{2\sqrt{10}}{3}a$,

$\therefore a=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$,

$\therefore AG=\dfrac{5}{3}\times\dfrac{2\sqrt{10}}{5}=\dfrac{2\sqrt{10}}{3}$.

【点睛】

本题属于相似形综合题，考查了正方形的性质，相似三角形的判定和性质，旋转变换，勾股定理，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，属于中考压轴题。