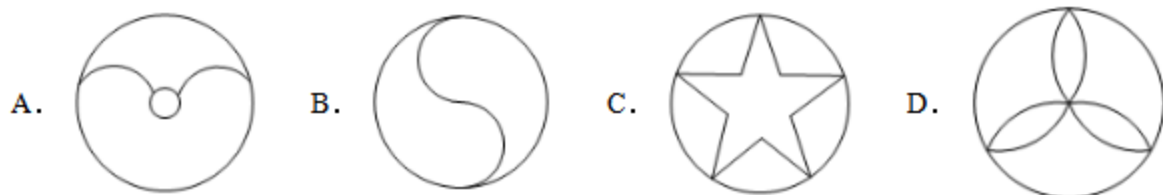


八年级上册数学第2章轴对称图形测试卷

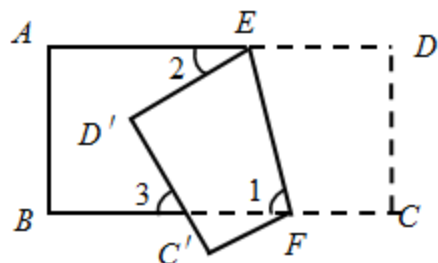
姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____

一、选择题（每小题3分，共18分）

1. 下列图形中，是轴对称图形且对称轴条数最多的是（ ）



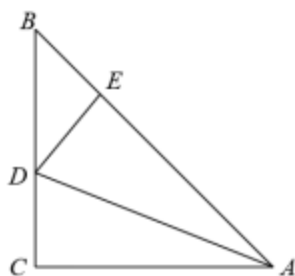
2. 如图，四边形 $ABCD$ 为一长方形纸带， $AD \parallel BC$ ，将四边形 $ABCD$ 沿 EF 折叠， C 、 D 两点分别与 C' 、 D' 对应，若 $\angle 1 = 2\angle 2$ ，则 $\angle 3$ 的度数为（ ）



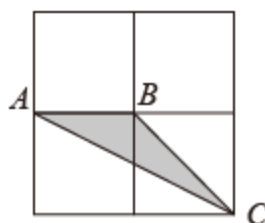
- A. 50° B. 54° C. 58° D. 62°

3. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， AD 平分 $\angle CAB$ ，交 BC 于点 D ， $DE \perp AB$ 于点 E ，且 $AB = 10$ ，则 $\triangle DEB$ 的周长为（ ）

- A. 9 B. 5 C. 10 D. 不能确定



第3题图



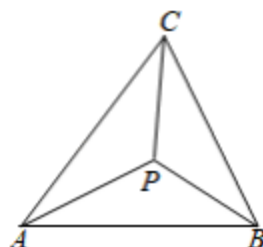
第4题图

4. 如图，在 2×2 正方形网格中，格线的交点称为格点，以格点为顶点的三角形称为格点三角形，图中的 $\triangle ABC$ 为格点三角形，在图中可以画出与 $\triangle ABC$ 成轴对称的格点三角形的个数为（ ）

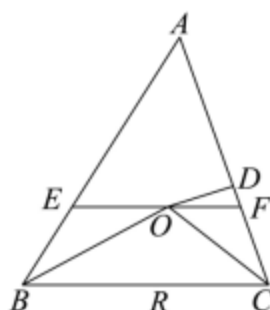
- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

5. 如图， P 是 $\triangle ABC$ 的三条角平分线的交点，连接 PA 、 PB 、 PC ，若 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PAC$ 面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 ，则（ ）

- A. $S_1 < S_2 + S_3$ B. $S_1 = S_2 + S_3$ C. $S_1 > S_2 + S_3$ D. 无法确定 S_1 与 $(S_2 + S_3)$ 的大小



第 5 题图



第 6 题图

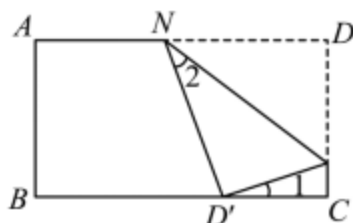
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的角平分线相交于点 O , 过点 O 做 $EF \parallel BC$ 交 AB 于点 E , 交 AC 于点 F , 过点 O 作 $OD \perp AC$ 于点 D , 下列四个结论: ① $EF = BE + CF$; ② 点 O 到 $\triangle ABC$ 各边的距离相等; ③ $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$; ④ 设 $OD = m$, $AE + AF = n$, 则 $S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}mn$. 其中结论正确的是 ()

- A. ①②③ B. ①②④ C. ②③④ D. ①②③④

二、填空题 (每小题 2 分, 共 20 分)

7. 若正多边形的一个外角是 72° , 则这个多边形对称轴的条数是_____.

8. 如图, 把一张长方形纸片 $ABCD$ 折叠, 使得点 D 落在边 BC 上的点 D' 处, 已知 $\angle 1 = 20^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____.



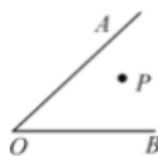
第 8 题图



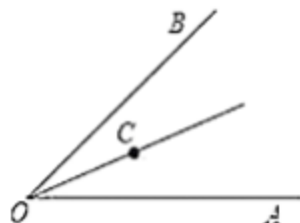
第 9 题图

9. 如图, 正三角形网格中, 已有两个小正三角形被涂黑, 再将图中其余小正三角形涂黑一个, 使整个被涂黑的图案构成一个轴对称图形的的方法有_____种.

11. 如图, P 为 $\angle AOB$ 内一定点, M, N 分别是射线 OA, OB 上一点, 当 $\triangle PMN$ 周长最小时, $\angle OPM = 50^\circ$, 则 $\angle AOB =$ _____.



第 11 题图

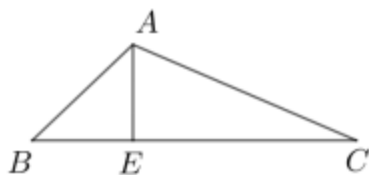


第 12 题图

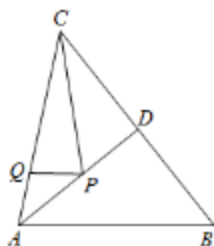
12. 如图, $\angle AOB = 50^\circ$, OC 平分 $\angle AOB$, 如果射线 OA 上的点 E 满足 $\triangle OCE$ 是等腰三角形, 那么 $\angle OEC$

的度数为_____.

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 高 AE 交 BC 于点 E , 若 $\frac{1}{2}\angle ABE + \angle C = 45^\circ$, $CE = 5$, $\triangle ABC$ 的面积为 10, 则 AB 的长为_____.



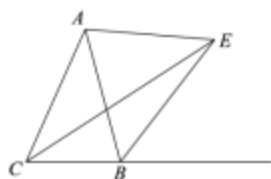
第 13 题图



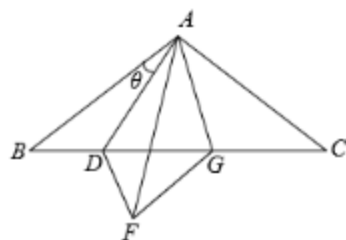
第 14 题图

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $BC = 12$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线且 $AD = 8$, 若 P 、 Q 分别是 AD 、 AC 上的动点, 则 $PC + PQ$ 的最小值是_____.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = \alpha$, $\angle ACB$ 的平分线与 $\angle ABC$ 的外角平分线交于点 E , 则 $\angle AEB$ 的度数为_____。(用含 α 的式子表示)



第 15 题图

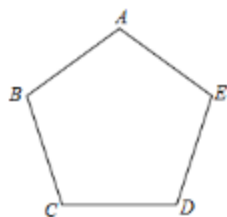


第 16 题图

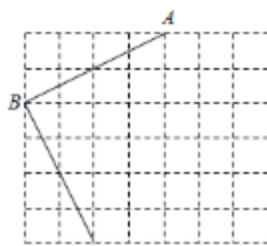
16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 140^\circ$, 点 D 在 BC 上, $\triangle ABD$ 和 $\triangle AFD$ 关于直线 AD 对称, $\angle FAC$ 的平分线交 BC 于点 G , 连接 FG 当 $\angle BAD =$ _____时, $\triangle DFG$ 为等腰三角形.

三、解答题 (共 62 分)

17. (6 分) 只用无刻度的直尺作图: 在图①中画出正五边形 $ABCDE$ 中 $\angle A$ 的角平分线、图②的网格中作出已知角的角平分线 (保留作图痕迹).



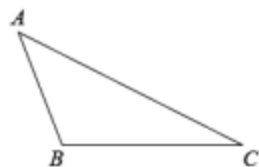
图①



图②

18. (8 分) 如图, 已知三角形纸片 ABC , 将纸片折叠, 使点 A 与点 C 重合, 折痕分别与边 AC 、 BC

交于点 D 、 E 。

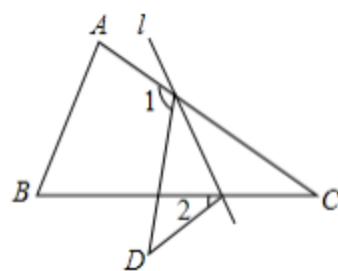


(1)画出直线 DE ;

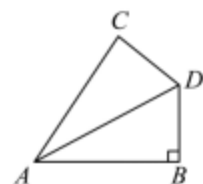
(2)若点 B 关于直线 DE 的对称点为点 F , 请画出点 F ;

(3)在 (2) 的条件下, 联结 EF 、 DF , 如果 $\triangle DEF$ 的面积为 2, $\triangle DEC$ 的面积为 4, 那么 $\triangle ABC$ 的面积等于?

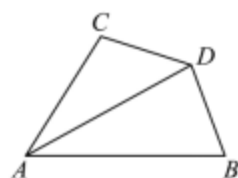
19. (8分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 46^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿着直线 l 折叠, 点 C 落在点 D 的位置, 求 $\angle 1 - \angle 2$ 的度数.



20. (10分) 根据图片回答下列问题.



图①



图②

(1)如图①, AD 平分 $\angle BAC$, $\angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, 易知: DB DC .

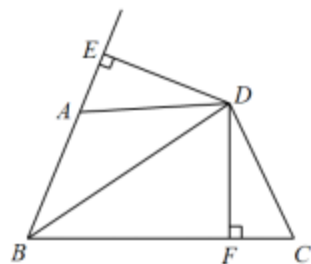
(2)如图②, AD 平分 $\angle BAC$, $\angle ABD + \angle ACD = 180^\circ$, $\angle ABD < 90^\circ$, 求证: $DB = DC$.

21. (10分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD = CD$, BD 平分 $\angle ABC$, $DF \perp BC$ 于 F , $DE \perp BA$, 交 BA 的延长线于点 E .

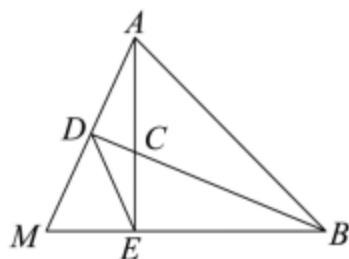
(1) 求证: $\angle DAB + \angle C = 180^\circ$;

(2) 猜想 BF 与 AB 、 BC 存在的数量关系并证明;

(3) 若 $S_{\triangle ABD} = m$, $S_{\triangle BDC} = n$, 请用含有 m , n 的式子直接写出 $S_{\triangle DFC}$ 的值.



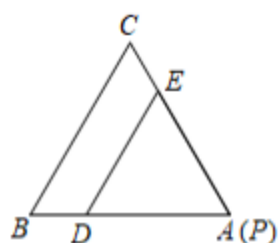
22. (10分) 如图所示, AE 、 BD 是 $\triangle ABM$ 的高, AE 、 BD 交于点 C , 且 $AE = BE$, BD 平分 $\angle ABM$.



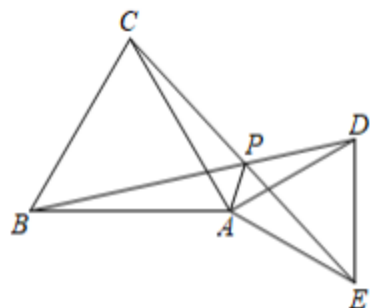
(1) 求证: $BC = 2AD$;

(2) 求证: $AB = AE + CE$; (3) 求 $\angle MDE$.

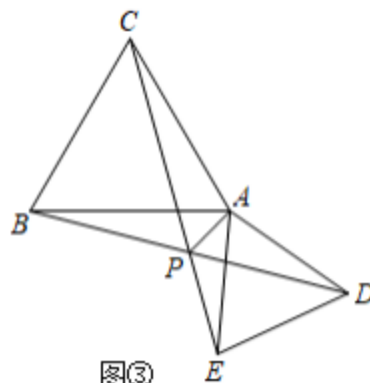
23. (10分) $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形.



图①



图②



图③

- (1)将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图①的位置时，连接 BD ， CE 并延长相交于点 P （点 P 与点 A 重合），有 $PA+PB=PC$ （或 $PA+PC=PB$ ）成立；请证明．
- (2)将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图②的位置时，连接 BD ， CE 相交于点 P ，连接 PA ，猜想线段 PA 、 PB 、 PC 之间有怎样的数量关系？并加以证明；
- (3)将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转到图③的位置时，连接 BD ， CE 相交于点 P ，连接 PA ，猜想线段 PA 、 PB 、 PC 之间有怎样的数量关系？直接写出结论，不需要证明．

参考答案

一、选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1、C

【解析】解：A.图形有 1 条对称轴；

B.图形不是轴对称图形；

C.图形有 5 条对称轴；

D.图形有 3 条对称轴；

所以，是轴对称图形且对称轴条数最多的是 C 选项图形．

故选：C．

2、B

【解析】解：由折叠可知： $\angle DEF = \angle D'EF$ ，

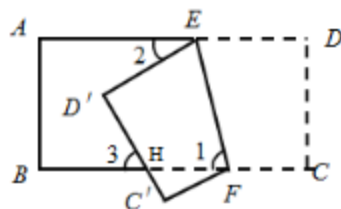
$\because AD \parallel BC$ ， $\therefore \angle 1 = \angle DEF$ ，

$\because \angle 1 = 2\angle 2$ ， $\therefore \angle 2 + \angle DEF + \angle D'EF = 5\angle 2 = 180^\circ$ ， $\therefore \angle 2 = 36^\circ$ ， $\angle 1 = 72^\circ$ ，

设 $D'C'$ 交 BC 于点 H ，

由四边形内角和可知： $\angle D'HF = 360^\circ - \angle D'EF - \angle 1 - 90^\circ = 126^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle D'HF = 54^\circ$ ．



故选：B．

3、C

【解析】 $\because AD$ 平分 $\angle CAB$ ， $DE \perp AB$ ， $DC \perp AC$ ， $\therefore DE = DC$ ，

在 $Rt\triangle ACD$ 和 $Rt\triangle AED$ 中

$$\begin{cases} AD = AD \\ DC = DE \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle ACD \cong Rt\triangle AED$ (HL)， $\therefore AC = AE$ ，

$\because AC = BC$ ， $\therefore BC = AE$ ，

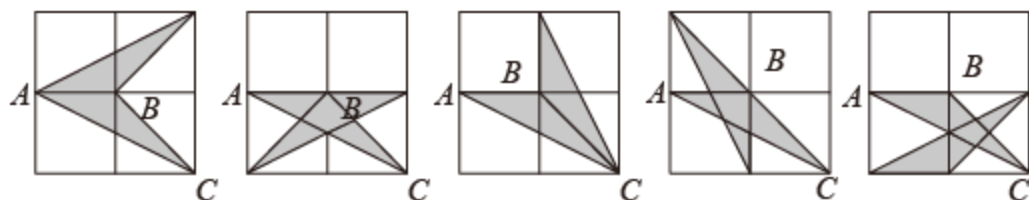
$\therefore \triangle DEB$ 的周长 $= BD + DE + BE = BD + CD + BE = BC + BE = AE + BE = AB = 10$ ．

故选：C．

4、D

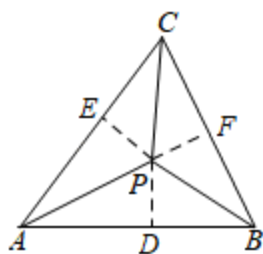
【解析】解：如图所示，共有 5 个格点三角形与 $\triangle ABC$ 成轴对称，

故选：D



5、A

【解析】解：过 P 点作 $PD \perp AB$ 于 D ， $PE \perp AC$ 于 E ， $PF \perp BC$ 于 F ，如图，



$\because P$ 是 $\triangle ABC$ 的三条角平分线的交点，

$\therefore PD = PE = PF$ ，

$\because S_1 = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot PD$ ， $S_2 = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot PF$ ， $S_3 = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot PE$ ，

$\therefore S_2 + S_3 = \frac{1}{2} \cdot (AC + BC) \cdot PD$ ，

$\because AB < AC + BC$ ，

$\therefore S_1 < S_2 + S_3$ 。

故选：A。

6、D

【解析】解：过 O 作 $OQ \perp AB$ 于 Q ， $OR \perp BC$ 于 R ，如图1，

$\because BN$ 平分 $\angle ABC$ ， $\therefore \angle EBO = \angle OBC$ ，

$\because EF \parallel BC$ ， $\therefore \angle EOB = \angle OBC$ ， $\therefore \angle EBO = \angle EOB$ ， $\therefore OE = BE$ ，

同理 $CF = OF$ ， $\therefore EF = OE + OF = BE + CF$ ，故①正确；

$\because \angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于 O ， $OQ \perp AB$ ， $OD \perp AC$ ， $OR \perp BC$ ，

$\therefore OQ = OR$ ， $OD = OR$ ， $\therefore OD = OQ = OR$ ，即点 O 到 $\triangle ABC$ 各边的距离相等，

故②正确；

$\because \angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于 O ， $\therefore \angle OBC = \frac{1}{2} \angle ABC$ ， $\angle OCB = \frac{1}{2} \angle ACB$ ，

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB) = 180^\circ - (90^\circ - \frac{1}{2}\angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A,$$

故③正确；

连接 AO ，如图 2，

$$\because OD = OQ = m, \quad AE + AF = n,$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle AEO} + S_{\triangle AFO} = \frac{1}{2} \times AE \times OQ + \frac{1}{2} \times AF \times OD = \frac{1}{2} \times AE \times m + \frac{1}{2} \times AF \times m = \frac{1}{2}m(AE + AF) = \frac{1}{2}mn,$$

故④正确；

即正确的是①②③④，

故选：D.

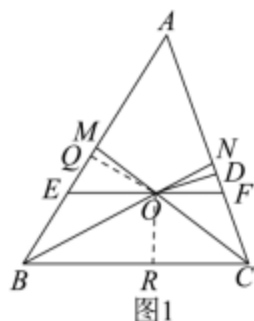


图1

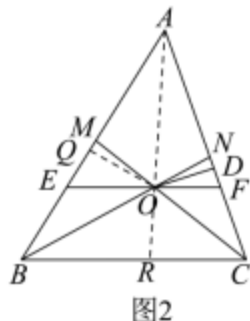


图2

二、填空题（每小题 2 分，共 20 分）

7、5

【解析】解： $\because$ 正多边形的一个外角是 72° ，

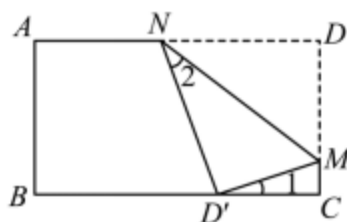
$$\therefore \text{正多边形的边数为 } \frac{360^\circ}{72^\circ} = 5,$$

$\therefore$ 这个正多边形是正五边形，故其对称轴有 5 条．

故答案为：5．

8、35

【解析】解：如图，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形， $\therefore \angle C = \angle D = 90^\circ$ ，

在 $Rt\triangle D'MC$ 中， $\angle 1 = 20^\circ$ ，

$$\therefore \angle D'MC = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle D'MD = 180^\circ - \angle D'MC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

由折叠得, $\angle MD'N = \angle D = 90^\circ$, $\angle DMN = \angle D'MN$,

$$\therefore \angle D'MN = \frac{1}{2} \angle D'MD = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ,$$

$$\because \angle MD'N = 90^\circ, \therefore \angle 2 + \angle D'MN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 90^\circ - \angle D'MN = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ,$$

故答案为: 35

9、3

【解析】解: 如图所示, 根据轴对称图形的定义可知, 选择一个小正三角形涂黑, 使整个被涂黑的图案构成一个轴对称图形, 选择的位置可以有以下 3 种可能:



故答案为: 3.

10、14 或 16

【解析】解: 当三角形的三边是 4, 4, 6 时,

$$\because 4 + 4 > 6, \therefore \text{三角形满足题意},$$

$$\text{此时这个三角形的周长为: } 4 + 4 + 6 = 14;$$

当三角形的三边是 4, 6, 6 时,

$$\because 4 + 6 > 6,$$

$\therefore$ 三角形满足题意,

$$\text{此时这个三角形的周长为: } 4 + 6 + 6 = 16;$$

故这个三角形的周长为 14 或 16.

故答案为: 14 或 16.

11、40°

【解析】如图: 作 P 关于 OA, OB 的对称点 P_1, P_2 . 连接 OP_1, OP_2 . 则当 M, N 是 P_1P_2 与 OA、OB 的交点时, $\triangle PMN$ 的周长最短, 连接 P_1O, P_2O ,

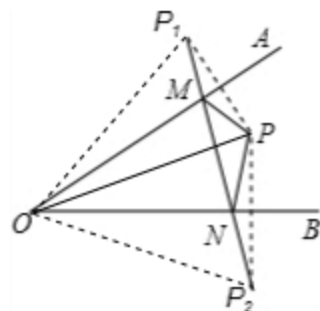
$\because PP_1$ 关于 OA 对称,

$$\therefore \angle P_1OP = 2\angle MOP, OP_1 = OP, P_1M = PM, \angle OP_1M = \angle OPM = 50^\circ$$

同理, $\angle P_2OP = 2\angle NOP, OP = OP_2,$

$$\therefore \angle P_1OP_2 = \angle P_1OP + \angle P_2OP = 2(\angle MOP + \angle NOP) = 2\angle AOB, OP_1 = OP_2 = OP,$$

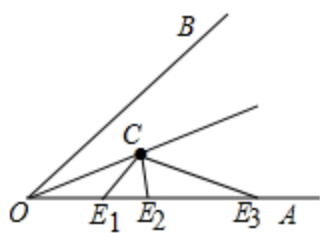
$\therefore \triangle P_1OP_2$ 是等腰三角形.
 $\therefore \angle OP_2N = \angle OP_1M = 50^\circ$,
 $\therefore \angle P_1OP_2 = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$,
 $\therefore \angle AOB = 40^\circ$,



故答案为 40°

12、 25° ， 130° 或 77.5°

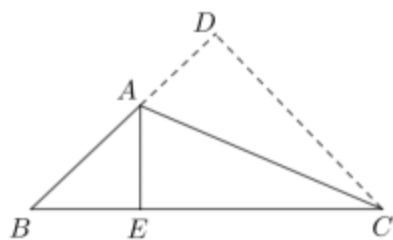
【解析】解： $\because \angle AOB = 50^\circ$ ，OC 平分 $\angle AOB$ ，
 $\therefore \angle AOC = 25^\circ$ ，



①当 E 在 E_1 时， $OE = CE$ ，
 $\therefore \angle AOC = \angle OCE = 25^\circ$ ，
 $\therefore \angle OEC = 180^\circ - 25^\circ - 25^\circ = 130^\circ$ ；
 ②当 E 在 E_2 点时， $OC = OE$ ，
 则 $\angle OCE = \angle OEC = \frac{1}{2} (180^\circ - 25^\circ) = 77.5^\circ$ ；
 ③当 E 在 E_3 时， $OC = CE$ ，
 则 $\angle OEC = \angle AOC = 25^\circ$ ；
 故答案为： 130° 或 77.5° 或 25° .

13、4

【解析】解：如图，以 AC 为边，点 C 为顶点作 $\angle ACD = \angle ACB$ ，延长 BA 与 CD 交于点 D，



则 $\angle BCD = 2\angle ACB$,

$$\because \frac{1}{2}\angle ABE + \angle ACB = 45^\circ, \therefore \angle ABE + 2\angle ACB = 90^\circ,$$

即 $\angle ABE + \angle BCD = 90^\circ$, $\therefore \angle D = 90^\circ$,

$\because AE \perp BC$, $AD \perp DC$, AC 平分 $\angle BCD$, $\therefore AE = AD$.

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AE = AD$, $AC = AC$,

$\therefore \text{Rt}\triangle AEC \cong \text{Rt}\triangle ADC$, $\therefore CD = CE = 5$,

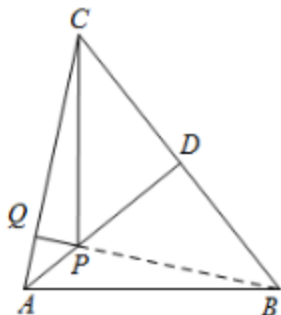
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CD = 10, \therefore \frac{1}{2}AB \times 5 = 10, \therefore AB = 4.$$

故答案为: 4.

14、9.6

【解析】 $\because AB = AC$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore AD$ 垂直平分 BC , $\therefore BP = CP$.

过点 B 作 $BQ \perp AC$ 于点 Q , BQ 交 AD 于点 P , 则此时 $PC + PQ$ 取最小值, 最小值为 BQ 的长, 如图所示.



$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2}AC \cdot BQ,$$

$$\therefore BQ = \frac{BC \cdot AD}{AC} = \frac{12 \times 8}{10} = 9.6.$$

故答案为: 9.6.

15、 $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

【解析】解: 过点 E 作 $ED \perp AB$ 于点 D , $EF \perp AC$ 于点 F , $EG \perp BC$ 于点 G ,

$\because CE$ 平分 $\angle ACB$, BE 平分 $\angle ABC$ 的外角,

$\therefore EF = FG = ED$,

$\therefore AE$ 也是 $\angle BAC$ 外角的平分线,

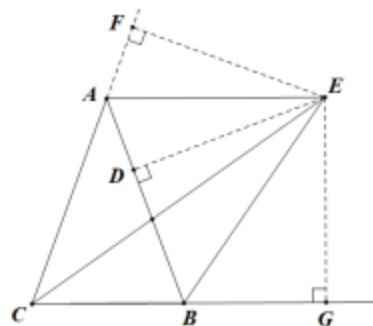
$$\therefore \angle ABG = 2\angle ABE, \angle BAE = 2\angle BAE$$

$$\because \angle ABG = \angle ACB + \angle BAC, \angle BAF = \angle ACB + \angle ABC$$

$$\therefore \angle EBA = \frac{\alpha + \angle BAC}{2}, \angle BAE = \frac{\alpha + \angle ABC}{2},$$

$$\therefore \angle EBA + \angle BAE = \alpha + \frac{\angle BAC + \angle ABC}{2} = \frac{180^\circ + \alpha}{2},$$

$$\therefore \angle AEB = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$



故答案为: $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

16、 20° 或 35° 或 50°

【解析】解: $\because AB=AC, \angle BAC=140^\circ, \therefore \angle B=\angle C=20^\circ$.

$\because \triangle ABD$ 和 $\triangle AFD$ 关于直线 AD 对称, $\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADF$,

$\therefore \angle B = \angle AFD = 20^\circ, AB = AF, \angle BAD = \angle FAD = \theta, \therefore AF = AC$.

$\because AG$ 平分 $\angle FAC, \therefore \angle FAG = \angle CAG$.

$$\text{在 } \triangle AGF \text{ 和 } \triangle AGC \text{ 中, } \begin{cases} AF = AC \\ \angle FAG = \angle CAG \\ AG = AG \end{cases}$$

$\therefore \triangle AGF \cong \triangle AGC$ (SAS), $\therefore \angle AFG = \angle C$.

$\because \angle DFG = \angle AFD + \angle AFG, \therefore \angle DFG = \angle B + \angle C = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$.

①当 $GD=GF$ 时, $\therefore \angle GDF = \angle GFD = 40^\circ$.

$\because \angle ADG = 20^\circ + \theta, \therefore 20^\circ + 40^\circ + 20^\circ + \theta + \theta = 180^\circ, \therefore \theta = 50^\circ$;

②当 $DF=GF$ 时, $\therefore \angle FDG = \angle FGD$.

$\because \angle DFG = 40^\circ, \therefore \angle FDG = \angle FGD = 70^\circ. \therefore 20^\circ + 70^\circ + 20^\circ + 2\theta = 180^\circ, \therefore \theta = 35^\circ$;

③当 $DF=DG$ 时, $\therefore \angle DFG = \angle DGF = 40^\circ, \therefore \angle GDF = 100^\circ$,

$\therefore 20^\circ + 100^\circ + 20^\circ + 2\theta = 180^\circ, \therefore \theta = 20^\circ$.

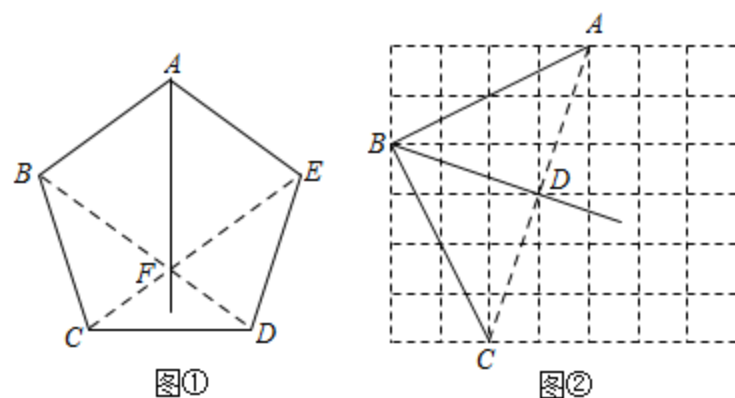
$\therefore$ 当 $\theta = 20^\circ, 35^\circ$ 或 50° 时, $\triangle DFG$ 为等腰三角形.

故答案为：20°或 35°或 50°.

三、解答题（共 62 分）

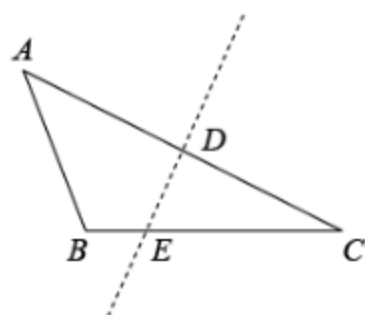
17、见解析

【解析】解：如图，

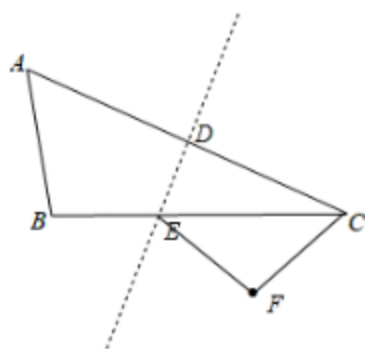


18、(1)见解析；(2)见解析；(3)12

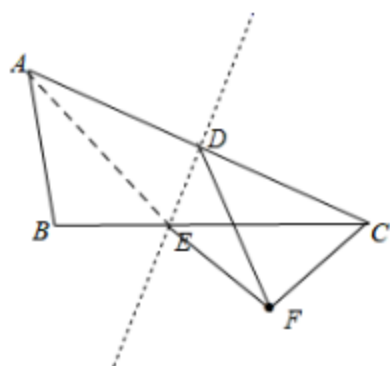
【解析】(1)解：如图，直线 DE 即为所作：



(2)如图，点 F 即为所作：



(3)连接 AE ，如图所示：



由对折可得： $S_{\triangle AED}=S_{\triangle DEC}$ ， $S_{\triangle BDE}=S_{\triangle DEF}$ ， $\therefore S_{\triangle AEC}=8$ ， $S_{\triangle BDE}=2$ ，

设 $\triangle BED$ 中 BE 边上的高为 h ，

$$\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}BE \cdot h}{\frac{1}{2}EC \cdot h} = \frac{BE}{EC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \text{ 即 } \frac{BE}{EC} = \frac{1}{2}, \text{ 则 } 2BE=EC,$$

设 $\triangle AEC$ 中 EC 边上的高为 h' ，

$$\text{则: } \frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}EC \cdot h'}{\frac{1}{2}BC \cdot h'} = \frac{EC}{BC} = \frac{EC}{BE+EC} = \frac{2BE}{BE+2BE} = \frac{2}{3}, \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{3 \times 8}{2} = 12.$$

故答案为：12

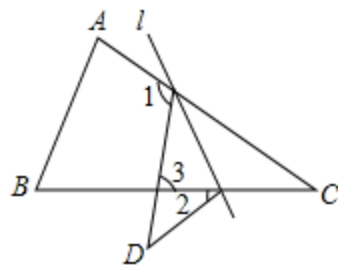
19、 92°

【解析】解：如图，由折叠的性质得： $\angle D=\angle C=46^\circ$ ，

根据外角性质得： $\angle 1=\angle 3+\angle C$ ， $\angle 3=\angle 2+\angle D$ ，

则 $\angle 1=\angle 2+\angle C+\angle D=\angle 2+2\angle C=\angle 2+92^\circ$ ，则 $\angle 1-\angle 2=92^\circ$ 。

故答案为： 92° 。



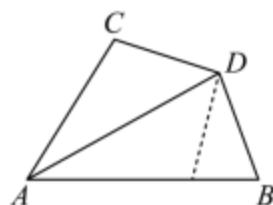
20、(1)=； (2)见解析

【解析】(1) $\because \angle B+\angle C=180^\circ$ ， $\angle B=90^\circ \therefore \angle C=90^\circ$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC \therefore \angle DAC=\angle BAD$

$\because AD=AD \therefore \triangle ACD \cong \triangle ABD (AAS) \therefore BD=CD$

(2)如图②，在 AB 边上取点 E ，使 $AC=AE$



图②

$\because AD$ 平分 $\angle BAC \therefore \angle CAD = \angle EAD$

$\because AD = AD, AC = AE \therefore \triangle ACD \cong \triangle AED (SAS) \therefore DC = DE, \angle AED = \angle C$

$\because \angle C + \angle B = 180^\circ, \angle AED + \angle DEB = 180^\circ \therefore \angle DEB = \angle B \therefore DE = DB \therefore DB = DC$

21、(1)见解析； (2) $2BF = AB + BC$ ，理由见解析； (3) $\frac{n-m}{2}$

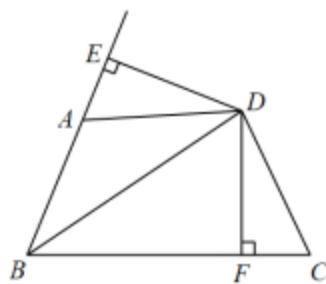
【解析】(1)证明： $\because BD$ 平分 $\angle ABC, DF \perp BC$ 于 $F, DE \perp BA, \therefore DE = DF$

在 $Rt\triangle DEA$ 和 $Rt\triangle DFC$ 中

$$\begin{cases} DB = DB \\ DE = DF \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle DEA \cong Rt\triangle DFC (HL), \therefore \angle DAE = \angle C$

又 $\because \angle DAB + \angle DAE = 180^\circ, \therefore \angle DAB + \angle C = 180^\circ$



(2) $2BF = AB + BC$

在 $Rt\triangle DEB$ 和 $Rt\triangle DFB$ 中

$$\begin{cases} DB = DB \\ DE = DF \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle DEB \cong Rt\triangle DFB (HL), \therefore BF = BE = BA + AE$

又由 (1) 得 $AE = FC, \therefore BF = AB + FC$

又 $CF = BC - BF, \therefore BF = AB + BC - BF$

$\therefore 2BF = AB + BC$

(3)解：设 $S_{\triangle DFC} = s$ ，

由 (1) 得： $Rt\triangle DEA \cong Rt\triangle DFC, \therefore S_{\triangle DFC} = S_{\triangle DEA} = s$ ，

同理： $S_{\square BDE} = S_{\square BDF}$ ，即 $S_{\square ABD} + S_{\square ADE} = S_{\square BDC} - S_{\square DFC}$ 即 $m+s=n-s$ ，

$$\therefore s = \frac{n-m}{2}, \text{ 即 } S_{\square DFC} = \frac{n-m}{2}.$$

22、(1)证明见解析； (2)证明见解析；(3)45°

【解析】(1)证明： $\because AE$ 是 $\triangle ABM$ 的高， $AE=BE$ ，
 $\therefore \triangle ABE$ 是等腰直角三角形， $\therefore \angle EAB = \angle EBA = 45^\circ$ ，
 $\because BD$ 平分 $\angle ABM$ ， $\therefore \angle ABD = \angle MBD = 22.5^\circ$ ，
 $\because BD$ 是 $\triangle ABM$ 的高， $\therefore \angle MAE = \angle MBD = 22.5^\circ$ ，
 $\therefore \angle MAB = \angle M = \angle BCE = 67.5^\circ$ ， $\therefore AB=BM$ ，
 $\because BD$ 平分 $\angle ABM$ ， $\therefore AD=MD$ ，

在 $\triangle AME$ 和 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases} \angle MBD = \angle MAE = 22.5^\circ \\ \angle M = \angle BCE = 67.5^\circ \\ AE = BE \end{cases},$$

$\therefore \triangle AME \cong \triangle BCE$ (AAS)， $\therefore AM=BC$ ， $\therefore BC=AM=2AD$ ，即 $BC=2AD$ ；

(2)证明： $\because \triangle AME \cong \triangle BCE$ ， $\therefore ME=CE$ ，

$\because BM=BE+ME$ ，由 (1) 得 $AB=BM$ ， $\therefore AB=BE+ME=AE+CE$ ；

(3)解： $\because \angle AEM=90^\circ$ ， $AD=MD$ ， $\therefore DE=AD=MD$ ，

又 $\because \angle M=67.5^\circ$ ， $\therefore \angle MED = \angle M = 67.5^\circ$ ，

$$\therefore \angle MDE = 180^\circ - 2 \times 67.5^\circ = 45^\circ.$$

23、

(1)证明见解析

(2)图②结论： $PB=PA+PC$ ，证明见解析

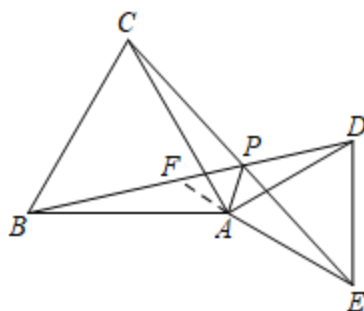
(3)图③结论： $PA+PB=PC$

【解析】(1)证明： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形， $\therefore AB=AC$ ，

$\because$ 点 P 与点 A 重合， $\therefore PB=AB$ ， $PC=AC$ ， $PA=0$ ， $\therefore PA+PB=PC$ 或 $PA+PC=PB$ ；

(2)解：图②结论： $PB=PA+PC$

证明：在 BP 上截取 $BF=CP$ ，连接 AF ，



$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形，

$\therefore AB = AC, AD = AE, \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ \therefore \angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD,$

$\therefore \angle BAD = \angle CAE, \therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE (SAS), \therefore \angle ABD = \angle ACE,$

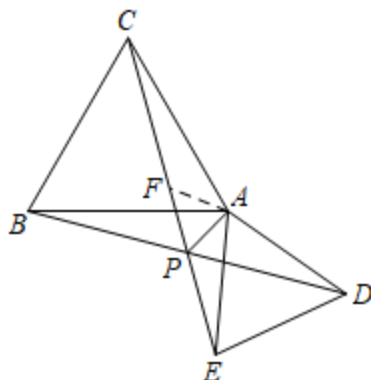
$\because AC = AB, CP = BF, \therefore \triangle CAP \cong \triangle BAF (SAS),$

$\therefore \angle CAP = \angle BAF, AF = AP, \therefore \angle CAP + \angle CAF = \angle BAF + \angle CAF,$

$\therefore \angle FAP = \angle BAC = 60^\circ, \therefore \triangle AFP$ 是等边三角形， $\therefore PF = AP, \therefore PA + PC = PF + BF = PB;$

(3)图③结论： $PA + PB = PC,$

理由：在 CP 上截取 $CF = BP$ ，连接 AF ，



$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形，

$\therefore AB = AC, AD = AE, \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$

$\therefore \angle BAC + \angle BAE = \angle DAE + \angle BAE, \therefore \angle BAD = \angle CAE, \therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE (SAS), \therefore \angle ABD = \angle ACE,$

$\because AB = AC, BP = CF, \therefore \triangle BAP \cong \triangle CAF (SAS),$

$\therefore \angle CAF = \angle BAP, AP = AF, \therefore \angle BAF + \angle BAP = \angle BAF + \angle CAF,$

$\therefore \angle FAP = \angle BAC = 60^\circ, \therefore \triangle AFP$ 是等边三角形， $\therefore PF = AP,$

$\therefore PA + PB = PF + CF = PC, \text{即 } PA + PB = PC.$