备战2023年中考考前冲刺全真模拟卷（泰州）

数学试卷

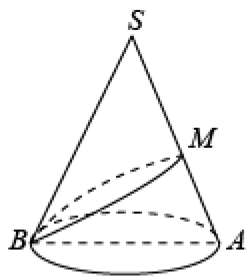
本卷满分150分，考试时间120分钟。

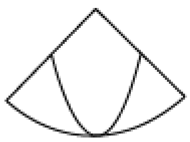
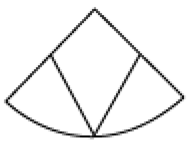
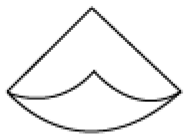
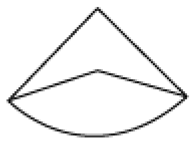
一、选择题（本大题共6小题，每小题3分，共18分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1.下列各式正确的是（　）

A．$\sqrt{9}=\pm3$　　B．$\sqrt{(-3)^2}=-3$　　C．$\sqrt[3]{4}=2$　　D．$\pm\sqrt{25}=\pm5$

2.如图，S是圆锥的顶点，AB是圆锥底面的直径，M是SA的中点．在圆锥的侧面上过点B，M嵌有一圈路径最短的金属丝，现将圆锥侧面沿SA剪开，所得圆锥的侧面展开图可能是（　）

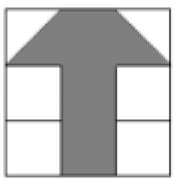


A．　B．　C．　D．

3.下列运算正确的是（　）

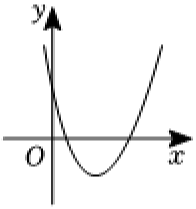
A．$a^2\cdot a^3=a^6$　　B．$(a^2)^3=a^6$　　C．$(ab^2)^3=a^3b^5$　　D．$a^6\div a^2=a^3$

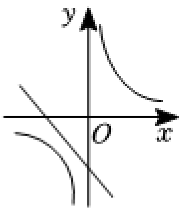
4.如图，如果小球在如图所示的地板上自由地滚动，并随机的停留在某块方砖上，那么它最终停留在阴影区域的概率是（　）

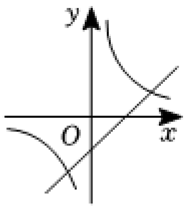


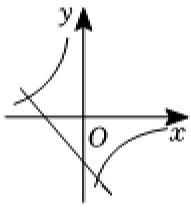
A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{4}{9}$　　C．$\frac{5}{9}$　　D．$\frac{1}{3}$

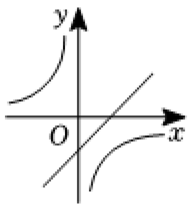
5.二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象如图，则反比例函数$y=-\frac{a}{x}$与一次函数$y=bx-c$在同一平面直角坐标系内的图象大致是（　）



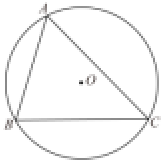
A. 

B. 

C. 

D. 

6.如图，已知△ABC内接于半径为 1 的⊙O，$\angle BAC=\theta$（θ是锐角），则△ABC的面积的最大值为（　）



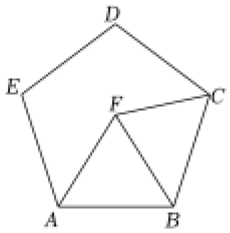
A．$\cos\theta(1+\cos\theta)$　　　　B．$\cos\theta(1+\sin\theta)$

C．$\sin\theta(1+\sin\theta)$　　　　D．$\sin\theta(1+\cos\theta)$

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.）

7.写出一个使二次根式$\sqrt{x-5}$有意义的整数 x 是_________.

8.如图，点 F 在正五边形 $ABCDE$ 的内部，若△ABF 为等边三角形，则∠BFC 的度数是______.



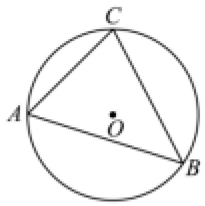
9.“学习强国”学习平台是由中共中央宣传部主管，以习近平新时代中国特色社会主义思想和党的十九大精神为主要内容，立足全体党员、面向全社会的优质平台．某党员同志积极响应号召，加入“学习强国”学习平台学习，成长总积分达到了 46800 分，其中数据 46800 用科学记数法可表示为______.

10.关于 x 的方程 $x^2+2x-4=0$的两根为 x_1、x_2，则 $x_1-x_1\cdot x_2+x_2=$______.

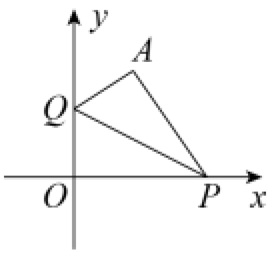
11.一组数据−3，1，2，x 的极差为 6，则 x 的值为________.

12.在平面直角坐标系中，将抛物线$y=x^2+4x-3$先绕原点旋转 180°，再向下平移 5 个单位，所得到的抛物线的顶点坐标是___________.

13.如图，△ABC是⊙O的内接三角形．若∠ABC=45°，$AC=\sqrt{2}$，则⊙O的半径是______.

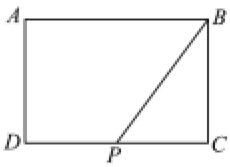


14.如图，在平面直角坐标系中，O是原点，点A为$(5,12)$，点P、Q分别是x轴、y轴的正半轴上的动点，且$\angle PAQ=90^\circ$，则PQ的最小值为________.



15.已知非零实数x，y满足$y=\dfrac{x}{x+1}$，则$\dfrac{x-y+3xy}{xy}$的值等于________.

16.如图，在矩形$ABCD$中，$AD=10$，$AB=16$，P为CD的中点，连接BP．在矩形$ABCD$外部找一点E，使得$\angle BEC+\angle BPC=180^\circ$，则线段$DE$的最大值为__________.



三、解答题（本大题共10小题，共102分.）

17.（12分）（1）计算：$|4|+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}-\left(\sqrt{3}-1\right)^{0}-\sqrt{8}\cos45^\circ$

（2）已知$a=-3$，$b=2$，求代数式$\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)\div\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a+b}$的值.

18.（8分）某社区为了增强居民节约用水的意识，随机调查了部分家庭一年的月均用水量（单位：t）.根据调查结果，绘制出如下的统计图1和图2.

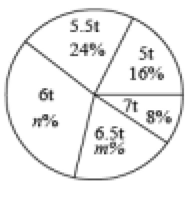


图1

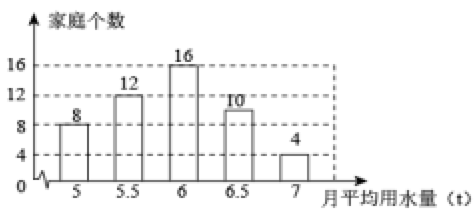


图2

请根据相关信息，解答下列问题：

(1)本次接受调查的家庭个数为________________，图 1 中 m 的值为________；

(2)求统计的这部分家庭的月均用水量的平均数________t，众数________t，中位数________t；

(3)请估计本社区 3000 个家庭中，月平均用水量小于 6 吨有多少个家庭.

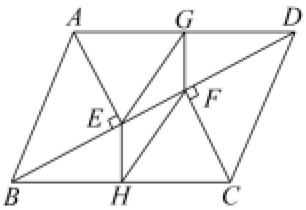
19.（8 分）小明和小亮相约乘坐地铁到“市图书馆”站集合，此站有 A，B，C，D 四个出站口，选择每个出站口出站的机会是相同的.

(1)小明到“市图书馆”站下车恰好从 D 口出站的概率是__________；

(2)请用列表法或画树状图法求小明和小亮到“市图书馆”站下车都从 D 口出站的概率.

20.（8 分）某香蕉经营户以 4 元/kg 的价格购进一批香蕉，以 6 元/kg 的价格出售，每天可售出 200kg.为了尽快售完，该经营户决定降价促销，经调查发现，这种香蕉每降价 0.1 元/kg，每天可多售出 50kg. 另外，经营期间每天还需支出固定成本 50 元. 该经营户要想每天盈利 650 元，应将每千克香蕉的售价降低多少元？

21.（10 分）已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，G、H 分别是 AD、BC 的中点，$AE \perp BD$，$CF \perp BD$，垂足分别为 E、F.



(1)求证：四边形 $GEHF$ 是平行四边形.

(2)若 $AB=4$，$BC=7$，当四边形 $GEHF$ 是矩形时 BD 的长为__________.

22.（10 分）某校安装了红外线体温检测仪（如图 1），该设备通过探测人体红外辐射能量对进入测温区域的人员进行快速测温，其红外线探测点 O 可以在垂直于地面的支杆 OP 上下调节（如图 2），探测最大角（$\angle OBC$）为 58°，探测最小角（$\angle OAC$）为 26．6°，已知该设备在支杆 OP 上下调节时，探测最大角及最小角始终保持不变.（结果精确到 0．01 米，参考数据：$\sin 58° \approx 0.85$，$\cos 58° \approx 0.53$，

$\tan 58° \approx 1.60$，$\sin 26.6° \approx 0.45$，$\cos 26.6° \approx 0.89$，$\tan 26.6° \approx 0.50$）

图1

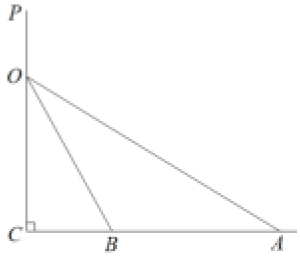


图2

(1)若该设备的安装高度 OC 为 1.6 米时，求测温区域的宽度 AB；

(2)若要求测温区域的宽度 AB 为 2.53 米，请你帮助学校确定该设备的安装高度 OC．

23.（10 分）如图 1，将 $\overset{\frown}{AB}$ 沿 AB 折叠后，$\overset{\frown}{AB}$ 恰好经过圆心 O．连接 OA、OB，点 C 是优弧 AB 上一点，连接 AC、BC，过点 O 作直线分别交 AC、BC 于点 E、F，且 $CE=CF$．

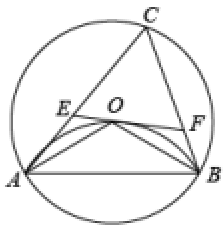
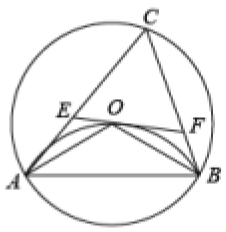


图1



备用图

(1)求 $\angle AOB$ 的度数；

(2)用没有刻度的直尺和圆规在 $\overset{\frown}{AB}$ 上作一点 D，连接 DE、DF，使得四边形 $CEDF$ 是菱形，并说明理由；（保留作图痕迹，不写作法）

(3)若 $OE=2$，$OF=4$，设（2）中 DE、DF 与 AB 分别交于点 G、H，求 $AG:BH$ 的值．

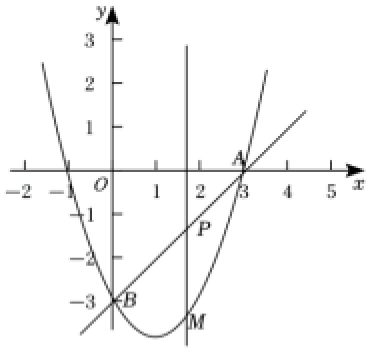
24.（10 分）如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=x^2+mx+n$ 经过点 $A(3,0)$，$B(0,-3)$，点 P 是直线 AB 上的动点，过点 P 作 x 轴的垂线交抛物线于点 M，设点 P 的横坐标为 t．

(1)求抛物线的解析式．

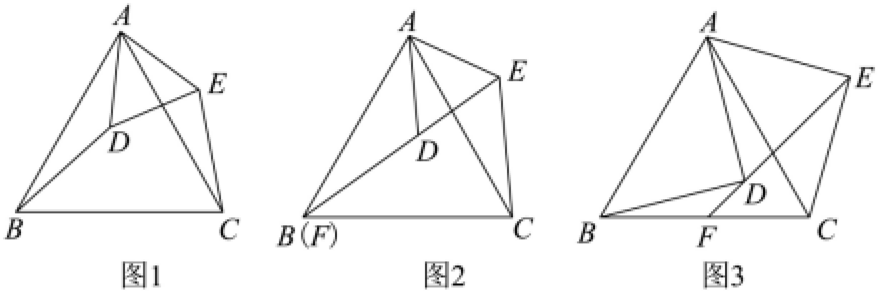
(2)若点 P 在第四象限，连接 AM、BM，当线段 PM 最长时，求 $\triangle ABM$ 的面积．

(3)是否存在这样的点 P，使得以点 P、M、B、O 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，请直接求出

点 P 的横坐标；若不存在，请说明理由．



25.（12 分）如图 1，$\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 在 $\triangle ABC$ 的内部，连接 AD，将线段 AD 绕点 A 按逆时针方向旋转 $60°$，得到线段 AE，连接 BD，DE，CE．



(1)判断线段 BD 与 CE 的数量关系并给出证明；

(2)延长 ED 交直线 BC 于点 F．

①如图 2，当点 F 与点 B 重合时，直接用等式表示线段 AE，BE 和 CE 的数量关系为_______；

②如图 3，当点 F 为线段 BC 中点，且 $ED=EC$ 时，猜想 $\angle BAD$ 的度数，并说明理由．

26.（14 分）我们规定：有一组邻边相等，且这组邻边的夹角为 $60°$ 的凸四边形叫做“准筝形”．

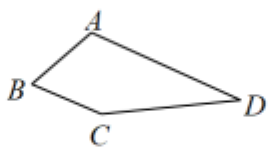


图1

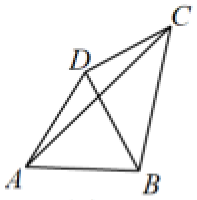


图2

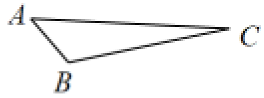


图3

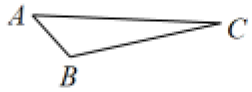


图4

(1)如图1，在四边形$ABCD$中，$\angle A=120^{\circ}$，$\angle C=150^{\circ}$，$\angle D=30^{\circ}$，$AB=BC=2$，则$AD=$ ___________ ；$CD=$ ___________ .

(2)小军同学研究“准筝形”时，思索这样一道题：如图2，“准筝形”$ABCD$，$AD=BD$，$\angle BAD=\angle BCD=60^{\circ}$，$BC=5$，$CD=3$，求$AC$的长．

小军研究后发现，可以CD为边向外作等边三角形，构造手拉手全等模型，用转化的思想来求AC.请你按照小军的思路求AC的长．

(3)如图3，在$\triangle ABC$中，$\angle A=45^{\circ}$，$\angle ABC=120^{\circ}$，$BC=2\sqrt{3}$，设D是$\triangle ABC$所在平面内一点，当四边形$ABCD$是“准筝形”时，请直接写出四边形$ABCD$的面积．

参考答案

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、D

【解析】解：A、$\sqrt{9}=3$，故原式错误，不符合题意；

B、$\sqrt{(-3)^2}=3$，故原式错误，不符合题意；

C、$\sqrt[3]{4}\neq 2$，故原式错误，不符合题意；

D、$\pm\sqrt{25}=\pm 5$，该选项正确．故选：D．

2、B

【解析】解：利用圆锥侧面展开图是扇形，再利用M是SA的中点，在圆锥的侧面上过点B，M嵌有一圈路径最短的金属丝，

现将圆锥侧面沿SA剪开，所得圆锥的侧面展开图可能是选项 B 中的图形．故选：B．

3、B

【解析】解：A．由同底数幂的乘法法则可知$a^2\cdot a^3=a^5$，因此 A 项不正确；

B．由幂的乘方的法则可知$\left(a^2\right)^3=a^6$，因此 B 项正确；

C．由积的乘方的运算法则可知$\left(ab^2\right)^3=a^3b^6$，因此$C$项不正确；

D．由整式的除法法则可知$a^6\div a^2=a^4$，因此 D 项不正确．故选:B．

4、B

【解析】解：根据图示，∵阴影区域的面积等于 4 块方砖的面积，总面积等于 9 块方砖的面积，

∴小球最终停留在黑色区域的概率是：$\frac{4}{9}$．故选：B．

5、C

【解析】解：观察二次函数图象可得出：$a>0$，$-\frac{b}{2a}>0$，$c>0$，

$\therefore b<0$，

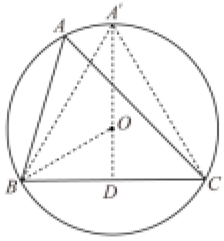
$\therefore$反比例函数$y=-\frac{a}{x}$的图象在第二、四象限，一次函数$y=bx-c$的图象经过第二、三、四象限．

故选：C．

6、D

【解析】解：当$\triangle ABC$的高AD经过圆的圆心时，此时$\triangle ABC$的面积最大，

如图所示，



$\because A'D\perp BC$，$\therefore BC=2BD$，$\angle BOD=\angle BAC=\theta$，

在 $Rt\triangle BOD$ 中，$\sin\theta=\dfrac{BD}{OB}=\dfrac{BD}{1}$，$\cos\theta=\dfrac{OD}{OB}=\dfrac{OD}{1}$，

$\therefore BD=\sin\theta$，$OD=\cos\theta$，$\therefore BC=2BD=2\sin\theta$，

$A'D=A'O+OD=1+\cos\theta$，

$\therefore S_{\triangle}A'BC=\dfrac{1}{2}AD\cdot BC=\dfrac{1}{2}\cdot 2\sin\theta（1+\cos\theta）=\sin\theta（1+\cos\theta）$.

故选：D．

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.）

7、7（答案不唯一）

【解析】二次根式$\sqrt{x-5}$有意义，则$x-5\geq 0$，

即$x\geqslant 5$，

由 x 取整数，则不小于 5 的数均满足题意，

取$x=7$即满足题意；

故答案为：7（答案不唯一）.

8、66°

【解析】解：$\because \square ABF$是等边三角形，

$\therefore AF=BF=AB$，$\angle AFB=\angle ABF=60°$，

在正五边形$ABCDE$中，$AB=BC$，$\angle ABC=\dfrac{(5-2)\times 180°}{5}=108°$，

$\therefore BF=BC$，$\angle FBC=\angle ABC-\angle ABF=48°$，

$\therefore \angle BFC=\dfrac{1}{2}(180°-\angle FBC)=66°$，

故答案为：66°．

9、4.68×10^4

【解析】解：46800 用科学记数法表示为：4.68×10^4．

故答案为：4.68×10^4．

10、2

【解析】解：根据题意得$x_1+x_2=-2$，$x_1x_2=-4$，

所以$x_1-x_1\cdot x_2+x_2=x_1+x_2-x_1\cdot x_2=-2-(-4)=2$．

故答案为：2．

11、3或-4

【解析】本题分两种情况，当x为最大数时，可得$x-(-3)=6$，解得$x=3$；

当x为最小数时，可得$2-x=6$，解得$x=-4$．

故答案为：3或-4

12、$(2,2)$

【解析】∵$y=x^2+4x-3=(x+2)^2-7$，

∴抛物线的顶点为$(-2,-7)$，

将抛物线$y=x^2+4x-3$先绕原点旋转180°抛物线顶点为$(2,7)$，

旋转后的抛物线为$y=-(x-2)^2+7$，

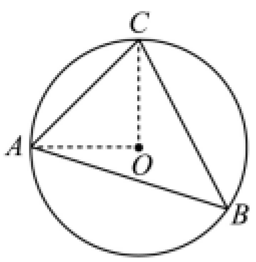
再向下平移5个单位，$y=-(x-2)^2+7-5$即$y=-(x-2)^2+2$．

∴新抛物线的顶点$(2,2)$

故答案是：$(2,2)$．

13、1

【解析】解：连接OA、OC，



∵$\angle ABC=45°$，

∴$\angle AOC=2\angle ABC=90°$，

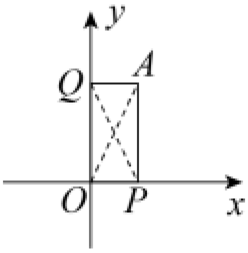
∴$OA^2+OC^2=AC^2$，即$2OA^2=2$，

解得：$OA=1$，

故答案为：1．

14、 13

【解析】解：过点 A 作 $AQ\perp y$ 轴，作 $AP\perp x$ 轴，此时 PQ 的值最小，



∴四边形 $AQOP$ 是矩形，∴ $OA=PQ$，

∵ $A(5,12)$，∴ $OA=PQ=\sqrt{5^2+12^2}=13$，

故答案为：13．

15、 4

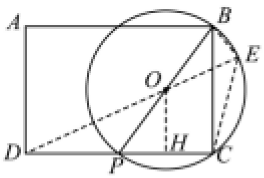
【解析】由 $y=\dfrac{x}{x+1}$ 得：$xy+y=x$，即 $x-y=xy$

∴ $\dfrac{x-y+3xy}{xy}=\dfrac{xy+3xy}{xy}=\dfrac{4xy}{xy}=4$

故答案为：4

16、 $13+\sqrt{41}$

【解析】解：如图，以 BP 的中点 O 为圆心，OB 为半径画圆，



在矩形 $ABCD$ 中，$AD=BC=10$，$AB=CD=16$，，

∵ $\angle BCP=90°$，∴所画圆是 $Rt\triangle BCP$ 的外接圆，

弦 BC 右侧圆弧上任意一点 E 与 BC 构成的 $\angle BEC$，使得四边形 $BPCE$ 是圆内接四边形，

∴ $\angle BEC+\angle BPC=180°$，

连接 DO 并延长与圆的交点即为 DE 的最长距离，

作 $OH\perp DC$ 于点 H，∴ H 是 PC 的中点，

∴ OH 是□PBC 的中位线，∴ $OH=\dfrac{1}{2}BC=5$,

∵ P 为 CD 的中点，∴ $CP=DP=\dfrac{1}{2}CD=8$，∴ $PH=\dfrac{1}{2}CP=4$，

∴ $DH=DP+PH=8+4=12$，∴ $OP=\sqrt{OH^2+PH^2}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$，

$\therefore OE=OP=\sqrt{41}$，

$\because OD=\sqrt{DH^2+OH^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$，

$\therefore DE=OD+OE=13+\sqrt{41}$．

故答案为：$13+\sqrt{41}$

三、解答题（本大题共 10 小题，共 102 分．）

17、（1）3；（2）$-\frac{1}{6}$

【解析】解：（1）$|4|+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-\left(\sqrt{3}-1\right)^0-\sqrt{8}\cos45°=4+2-1-\sqrt{8}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4+2-1-2=3$；

（2）$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\div\frac{a^2+2ab+b^2}{a+b}=\frac{b+a}{ab}\div\frac{(a+b)^2}{a+b}=\frac{b+a}{ab}\cdot\frac{a+b}{(a+b)^2}=\frac{1}{ab}$，

将 $a=-3$，$b=2$ 代入，得：

原式 $=\frac{1}{-3\times2}=-\frac{1}{6}$．

18、(1)50；20；(2)5.9；6；6；(3)1200 个

【解析】（1）本次接受调查的家庭个数为：$8+12+16+10+4=50$(个)，

$\frac{10}{50}\times100\%=20\%$．$\therefore m=20$，

故答案为：50；20

（2）(8? 5 12? 5.5 16? 6 10? 6.5 4锤7) 50=5.9 (t)，

在这组数据中，6 出现了 16 次，出现的次数最多，众数为 6，

将这组数据按从小到大的顺序排列，其中处于中间的两个数都是 6，

即有 $\frac{6+6}{2}=6$，中位数为 6．

故答案为：5.9；6；6

（3）$3000\times\frac{8+12}{50}=1200$ 个．

答：本社区 3000 个家庭中，月平均用水量小于 6 吨有 1200 个家庭．

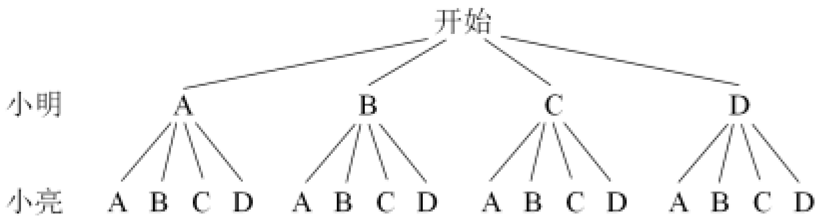
19、(1)$\frac{1}{4}$；(2)$\frac{1}{16}$．

【解析】（1）解：因为有 A，B，C，D 四个出站口，选择每个出站口出站的机会是相同的，

所以小明到"市图书馆"站下车恰好从 D 口出站的概率是 $\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$；

（2）解：树状图如图，



共有 16 种等可能的结果，小明和小亮到“市图书馆”站下车都从 D 口出站的结果有 1 种，

∴小明和小亮到“市图书馆”站下车都从 D 口出站的概率为 $\frac{1}{16}$．

20、1 元

【解析】解：设应将每千克香蕉的售价降低 x 元，依题意有

$(6-4-x)\left(200+\frac{x}{0.1}\times 50\right)-50=650$，

解得 $x_1=1$，$x_2=\frac{3}{5}$，

因为要尽快售罄，

所以 $x=1$．

答：应将每千克香蕉的售价降低 1 元．

21、(1)见解析；(2) $\frac{33}{4}$

【解析】（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴ $AD=BC, AD\parallel BC$，∴ $\angle GDB=\angle FBH$，

∵ $AE\perp BD$，$CF\perp BD$，∴ $\angle BFC=\angle AED=90°$，

∵ G、H 分别是 AD、BC 的中点，∴ $EG=\frac{1}{2}AD=DG, FH=\frac{1}{2}BC=BH$，

∴ $EG=FH$，$\angle GED=\angle GDB, \angle BFH=\angle FBH$，

∴ $\angle GED=\angle BFH$，∴ $GE\parallel HF$，

∴四边形 $GEHF$ 是平行四边形；

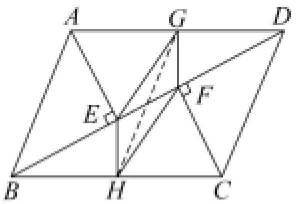
（2）解：∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，∴ $AB=CD, AB\parallel CD$，∴ $\angle ABE=\angle CDF$，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases}\angle AEB=\angle CFD=90° \\ \angle ABE=\angle CDF \\ AB=CD\end{cases}，$$

∴ $\triangle ABE\cong\triangle CDF(\mathrm{AAS})$，∴ $BE=DF$，$AE=CF$，

连接 GH，如图，



$\because GA // HB, GA=HB$，$\therefore$四边形$GABH$是平行四边形，$\therefore GH=AB=4$，

四边形$GEHF$是矩形时，$EF=GH=4$，

设$BF=x$，则：$BE=x-4$，

在Rt□AEB中，$AE^2=AB^2-BE^2=16-(x-4)^2$，

在Rt△CFB中，$CF^2=BC^2-BF^2=49-x^2$，

$\because AE=CF$，$\therefore 16-(x-4)^2=49-x^2$，解得：$x=\frac{49}{8}$，即：$BF=\frac{49}{8}$，

$\therefore DF=BE=\frac{49}{8}-4=\frac{17}{8}$，$\therefore BD=BF+DF=\frac{49}{8}+\frac{17}{8}=\frac{66}{8}=\frac{33}{4}$；

故答案为：$\frac{33}{4}$．

22、(1)2．20米；(2)1．84米

【解析】（1）根据题意可知，$OC\perp AC$，$?\ OBC\quad 58?$，$\angle OAC=26.6°$，$OC=1.6$．

在Rt△OBC中，$BC=\frac{OC}{\tan ÐOBC}?\ 1.00$（米）．

在Rt□OAC中，$AC=\frac{OC}{\tan ÐOAC}?\ 3.20$（米）．

$AB=AC-BC=3.20-1.00=2.20$（米），

答：测温区域的宽度AB为2．20米；

（2）根据题意可知，$AC=AB+BC=2.53+BC$．

在Rt△OBC中，$BC=\frac{OC}{\tan ÐOBC}?\ \frac{OC}{1.60}$，

$\therefore OC=1.60BC$．

在Rt□OAC中，

$OC=AC$仔an　$OAC?\ (2.53\quad BC)?\ 0.50$．

$\therefore 1.60BC=(2.53+BC)?\ 0.50$，

解得$BC=1.15$（米），

$\therefore OC=1.84$（米）．

答：该设备的安装高度OC约为1.84米．

23、(1)120°；(2)过程详见解析；(3)$\frac{8}{5}$

【解析】（1）解：如图 1 所示：

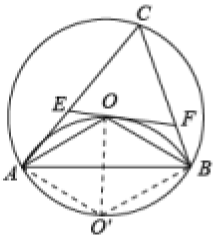


图1

作点 O 关于 AB 的对称点 O'，

$\because$ 将 $\overset{\frown}{AB}$ 沿 AB 折叠后，$\overset{\frown}{AB}$ 恰好经过圆心 O，

$\therefore$ 点 O 在 $\odot O$ 上，$\angle AO'B=\angle AOB$，

$\because \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AB}$，$\therefore \angle C=\dfrac{1}{2}\angle AOB$，

$\because$ 四边形 $ACBO'$ 内接于 $\odot O$，$\therefore \angle AO'B+\angle C=180°$，$\therefore \angle AOB+\dfrac{1}{2}\angle AOB=180°$，

$\therefore \angle AOB=120°$；

（2）解：作图如下图 2 所示：

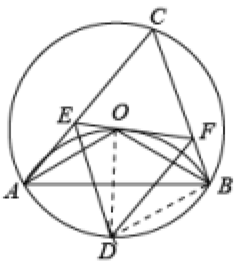


图2

以 B 为圆心，OB 长为半径画弧，交 $\odot O$ 于 D，连接 DE，DF，则四边形 $CEDF$ 是菱形，理由如下：

连接 OD，BD，见上图，

$\because OD=OB=BD$，$\therefore \triangle BOD$ 是等边三角形，$\therefore \angle BDO=60°$，

$\because \angle C=60°$，$CE=CF$，$\therefore \triangle CEF$ 是等边三角形，$\therefore \angle CEF=\angle CFE=60°$，

$\therefore 180°-\angle CEF=180°-\angle CFE$，$\therefore \angle AEO=\angle BFO=120°$，

$\therefore \angle EAO+\angle AOE=60°$，Q $\angle AOB=120°$，

$\therefore \angle AOE+\angle BOF=60°$，$\therefore \angle EAO=\angle BOF$，

$\because OA=OB$，$\therefore \triangle AOE\cong\triangle OBF(AAS)$，$\therefore OE=BF$，

$\because \angle AOD=\angle OBD=60°$，$\therefore \angle AOD+\angle AOE=\angle OBD+\angle OBF$，$\therefore \angle DOE=\angle FBD$，

$\therefore \triangle DOE\cong\triangle DBF(SAS)$，$\therefore \angle EDO=\angle BDF$，$DE=DF$，$\therefore \angle EDO+\angle ODF=\angle BDF+\angle ODF$，

$\therefore \angle EDF=\angle ODB=60°$，$\therefore \triangle DEF$ 是等边三角形，

$\therefore DE=DF=EF=CE=CF$，$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是菱形；

（3）解： 作 $HM\perp BC$ 于 M，作 $AN\perp BC$ 于 N，如图 3 所示：

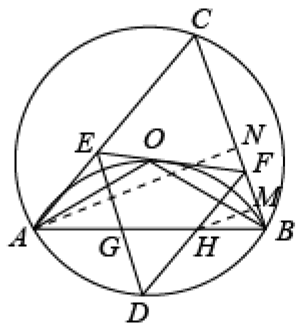


图3

$\because \angle C=60^\circ$，

$\therefore CN=AC\cdot\cos 60^\circ=\frac{1}{2}AC$， $AN=AC\cdot\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}AC$，

由（2）可知$\triangle AOE\cong\triangle OBF$，$\triangle CEF$ 是等边三角形，

$\therefore AE=OF=4$， $BF=OE=2$， $CE=CF=EF=6$，

$\therefore BC=CF+BF=6+2=8$， $AC=AE+CE=6+4=10$，

$\therefore CN=5$， $AN=5\sqrt{3}$， $\therefore BN=BC-CN=8-5=3$，

$\therefore \tan\angle ABN=\frac{HM}{BM}=\frac{AN}{BN}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$，

设 $HM=5\sqrt{3}a$， $BM=3a$，在 $\text{Rt}\triangle HMF$ 中， $\angle HFM=180^\circ-\angle CFD=60^\circ$，

$\therefore FM=\frac{HM}{\tan 60^\circ}=5a$，

$\because FM+BM=BF$， $\therefore 5a+3a=2$， $\therefore a=\frac{1}{4}$， $\therefore FM=5a=\frac{5}{4}$， $\therefore FH=2FM=\frac{5}{2}$，

$\because$ 四边形 $CEDF$ 是菱形，$\therefore DE\parallel BC$， $\therefore \angle AGE=\angle FBH$，

$\because \angle AFG=\angle HFB=60^\circ$， $\therefore \triangle EAG\backsim\triangle FHB$， $\therefore \frac{AG}{BH}=\frac{AE}{HF}=\frac{4}{\frac{5}{2}}=\frac{8}{5}$.

24、(1) $y=x^2-2x-3$；(2) $\frac{27}{8}$；(3)存在，理由见解析

【解析】（1）解：将点 A、B 的坐标代入抛物线表达式得：

$\begin{cases}9+3m+n=0\\ n=-3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}m=-2\\ n=-3\end{cases}$，

故抛物线的表达式为 $y=x^2-2x-3$；

（2）解：设直线 AB 的表达式为 $y=kx+b$，

则$\begin{cases}0=3k+b\\ b=-3\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=1\\ b=-3\end{cases}$，

故直线AB的表达式为$y=x-3$，

设点P的横坐标为t，则点$P(t,t-3)$，点$P(t,t^2-2t-3)$，

则$PM=y_P-y_M=t-3-(t^2-2t-3)=-t^2+3t$，

$\because -1<0$，故PM有最大值，

当$t=\frac{3}{2}$时，PM有最大值为$-\left(\frac{3}{2}\right)^2+3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$，

则□ABM的面积$=S_{□PMA}+S_{□PMB}=\frac{1}{2}\times PM\times OA=\frac{1}{2}\times3\times\frac{9}{4}=\frac{27}{8}$；

（3）解：存在，理由：

当以点P、M、B、O为顶点的四边形为平行四边形，此时$PM=OB$，

即$PM=|-t^2+3t|=3$，解得$t=\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$；

则点P的横坐标为$\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$．

25、(1)$BD=CE$，理由见解析

(2)① $BE=AE+CE$；② $\angle BAD=45^\circ$，理由见解析

【解析】(1) 解：$BD=CE$．

证明：$\because$□ABC是等边三角形，$\therefore AB=AC$，$\angle BAC=60^\circ$．

$\because$线段AD绕点A按逆时针方向旋转60°得到AE，

$\therefore AD=AE$，$\angle DAE=60^\circ$，$\therefore \angle BAC=\angle DAE$，

$\therefore \angle BAC-\angle DAC=\angle DAE-\angle DAC$，即$\angle BAD=\angle CAE$．

在$\triangle ABD$和$\triangle ACE$中

$\begin{cases}AB=AC\\ \angle BAD=\angle CAE\\ AD=AE\end{cases}$，$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE(SAS)$，$\therefore BD=CE$；

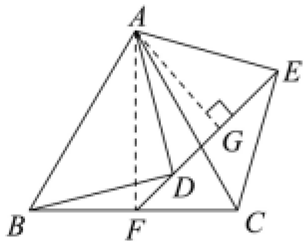
（2）解：① $BE=AE+CE$

理由：$\because$线段AD绕点A按逆时针方向旋转60°得到AE，

$\therefore$ VADE是等边三角形，$\therefore AD=DE=AE$，

由（1）得$BD=CE$，$\therefore BE=DE+BD=AE+CE$；

②过点A作$AG\perp EF$于点G，连接AF，如下图．



$\because \triangle ADE$是等边三角形，$AG \perp DE$，$\therefore \angle DAG = \frac{1}{2}\angle DAE = 30°$，

$\therefore \frac{AG}{AD} = \cos\angle DAG = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\because \triangle ABC$是等边三角形，点F为线段BC中点，

$\therefore BF = CF$，$AF \perp BC$，$\angle BAF = \frac{1}{2}\angle BAC = 30°$，

$\therefore \frac{AF}{AB} = \cos\angle BAF = \frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore \angle BAF = \angle DAG$，$\frac{AG}{AD} = \frac{AF}{AB}$，

$\therefore \angle BAF + \angle DAF = \angle DAG + \angle DAF$，即$\angle BAD = \angle FAG$，

$\therefore \triangle BAD \backsim \triangle FAG$，$\therefore \angle ADB = \angle AGF = 90°$.

$\because BD = CE$，$ED = EC$，$\therefore BD = AD$，即$\triangle ABD$是等腰直角三角形，$\therefore \angle BAD = 45°$.

26、(1)$4;2\sqrt{3}$；(2)7；(3)$\frac{3}{2}\sqrt{3}$或$\frac{9+3\sqrt{3}}{2}$或$\frac{9}{2}+3\sqrt{3}$

【解析】（1）如图，连接AC，

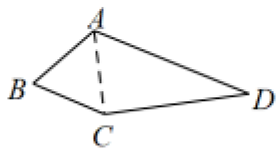


图1

$\because AB = BC, \angle B = 60°$，$\therefore \triangle ABC$是等边三角形，$\therefore AC = BC = AB = 2, \angle BAC = \angle ACB = 60°$

$\because \angle BAD = 120°, \angle BCD = 150°$，$\therefore \angle ACD = 90°$，

又$\because \angle C = 30°$，$\therefore AD = 2AC = 4, CD = \sqrt{3}AC = 2\sqrt{3}$，

故答案为：$4;2\sqrt{3}$

（2）以CD为边作等边$\triangle CDE$，连接BE，过点E作$EF \perp BC$于F，如图2所示，

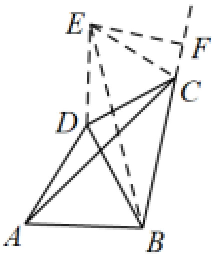


图2

则 $DE=DC=CE=3$，$\angle CDE=\angle DCE=60°$，

$\because AD=BD$，$\angle BAD=\angle BCD=60°$，$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形，$\therefore \angle ADB=60°$，

$\therefore \angle ADB+\angle BDC=\angle CDE+\angle BDC$,即 $\angle ADC=\angle BDE$，

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BDE$ 中，

$$\begin{cases} AD=BD \\ \angle ADC=\angle BDE \\ DC=DE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BDE$（SAS），$\therefore AC=BE$，

$\because \angle BCD=\angle DCE=60°$，$\therefore \angle ECF=180°-60°-60°=60°$，

$\because \angle EFC=90°$，$\therefore \angle CEF=30°$，$\therefore CF=\frac{1}{2}CE=\frac{3}{2}$，

由勾股定理得：

$EF=\sqrt{CE^2-CF^2}=\sqrt{3^2-(\frac{3}{2})^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$, $BF=BC+CF=5+\frac{3}{2}=\frac{13}{2}$,

在 $Rt\triangle BEF$ 中，由勾股定理得：$BE=\sqrt{BF^2+EF^2}=7$, $\therefore AC=7$，

（3）过点 C 作 $CH\perp AB$，交 AB 延长线于 H，设 $BH=x$，如图 3 所示，

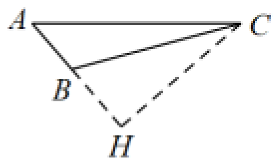


图3

$\because \angle ABC=120°$，$CH\perp AH$，$\therefore \angle BCH=30°$，$\therefore HC=\sqrt{3}x, BC=2BH=2x=2\sqrt{3}$，

$\therefore x=\sqrt{3}, HC=3$，

又 $\because \angle A=45°$，$\therefore \triangle HAC$ 是等腰直角三角形，$\therefore HA=HC=3, AB=3-\sqrt{3}$,

$\therefore AC=\sqrt{2}HC=3\sqrt{2}$，

①如图 4 所示，

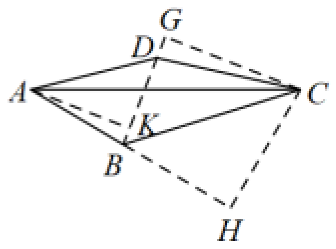


图4

当 $AB=AD=3-\sqrt{3},\angle BAD=60^{\circ}$ 时，

连接 BD，过点 C 作 $CG\perp BD$，交 BD 延长线于点 G，过点 A 作 $AK\perp BD$，

则 $BD=3-\sqrt{3}$，$\angle ABD=60°$，$BK=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\left(3-\sqrt{3}\right)$，

$\because \angle ABC=120°$，$\therefore \angle CBG=60°=\angle CBH$，

∵在□CBG和□CBH 中，

$\begin{cases}\angle CGB=\angle CHB=90^{\circ}\\ \angle CBG=\angle CBH\\ BC=BC\end{cases}$ ∴□CBG≌□CBH，∴$GC=HC=3$，

在 Rt□ABK 中，由勾股定理得，

$$AK=\sqrt{AB^2-BK^2}=\sqrt{(3-\sqrt{3})^2-\left[\frac{1}{2}(3-\sqrt{3})\right]^2}=\frac{3\sqrt{3}-3}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD\cdot AK=\frac{1}{2}\times(3-\sqrt{3})\times\frac{3\sqrt{3}-3}{2}=\frac{6\sqrt{3}-9}{2},$$

$$S_{\triangle CBD}=\frac{1}{2}BD\cdot CG=\frac{1}{2}\times(3-\sqrt{3})\times 3=\frac{9-3\sqrt{3}}{2},\ \therefore S_{\text{四边形}ABCD}=\frac{6\sqrt{3}-9}{2}+\frac{9-3\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}\sqrt{3},$$

②图 5 所示，

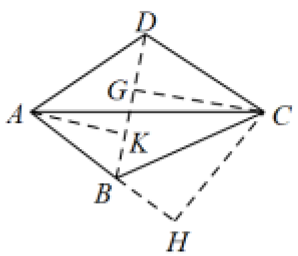


图5

当 $BC=CD=2\sqrt{3},\angle BCD=60^{\circ}$ 时，

连接 BD，作 $CG\perp BD$ 于点 G，$AK\perp BD$ 于 K，

如图，则 $BD=2\sqrt{3},CG=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3,AK=\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$,

$\therefore S_{\Delta BCD}=\frac{1}{2}BD\cdot CG=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}$， $S_{\Delta ABD}=\frac{1}{2}BD\cdot AK=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\frac{3\sqrt{3}-3}{2}=\frac{9-3\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore S_{四边形ABCD}=3\sqrt{3}+\frac{9-3\sqrt{3}}{2}=\frac{9+3\sqrt{3}}{2}$;

③如图 6 所示，

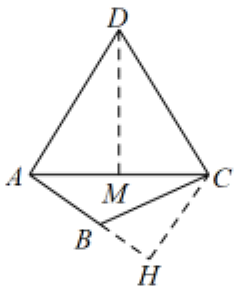


图6

当 $AD=CD=AC=3\sqrt{2},\angle ADC=60^{\circ}$时，

作 $DM\perp AC$于 M，作 $CH\perp AB$于 H，

则 $DM=\frac{\sqrt{3}}{2}AD=\frac{\sqrt{3}}{2}\times3\sqrt{2}=\frac{3}{2}\sqrt{6}$， $CH=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3$，

$\therefore S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CH=\frac{1}{2}\times(3-\sqrt{3})\times3=\frac{9-3\sqrt{3}}{2}$,

$S_{\Delta ADC}=\frac{1}{2}AC\cdot DM=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{6}}{2}=\frac{9}{2}\sqrt{3}$，

$S_{四边形ABCD}=\frac{9-3\sqrt{3}}{2}+\frac{9}{2}\sqrt{3}=\frac{9}{2}+3\sqrt{3}$，

综上所述，四边形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{3}{2}\sqrt{3}$或 $\frac{9+3\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{9}{2}+3\sqrt{3}$.