2022-2023 学年七年级下册数学检测卷

第 7 章《平面图形的认识（二）》

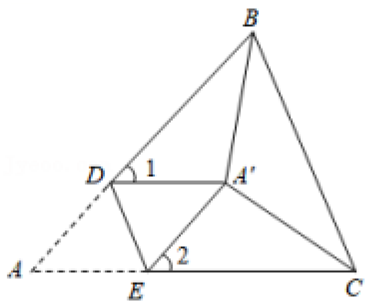
姓名：_________ 班级：_________ 学号：_________

一、选择题（共 8 小题）

1．若一个多边形截去一个角后，变成十四边形，则原来的多边形的边数可能为（　　）

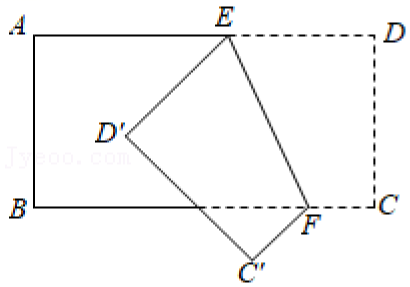
A．14 或 15　　B．13 或 14　　C．13 或 14 或 15　　D．14 或 15 或 16

2．如图，将△ABC 纸片沿 DE 折叠，使点 A 落在点 A'处，且 $A'B$ 平分∠ABC，$A'C$ 平分∠ACB，若∠$BA'C$＝120°，则∠1+∠2 的度数为（　　）



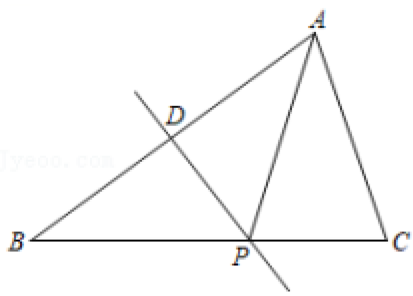
A．90°　　B．100°　　C．110°　　D．120°

3．如图，在长方形 $ABCD$ 纸片中，AD∥BC，AB∥CD，把纸片沿 EF 折叠后，点 C、D 分别落在 C'、D'的位置．若∠EFB＝65°，则∠AED'等于（　　）



A．70°　　B．65°　　C．50°　　D．25°

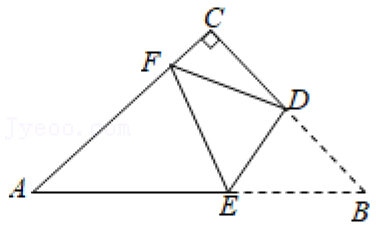
4．如图，△ABC 中，∠BAC＞∠B，∠C＝70°，将△ABC 折叠，使得点 B 与点 A 重合，折痕 PD 分别交 AB、BC 于点 D、P，当△APC 中有两个角相等时，∠B 的度数为（　　）



A．35°或 20°　　B．20°或 27.5°

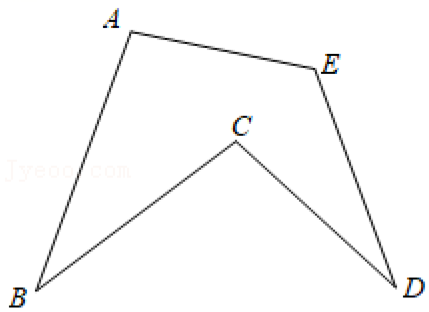
C．35°或 25°或 32.5°　　　　　　D．35°或 20°或 27.5°

5．如图，△ABC中，∠C＝90°，将△ABC沿 DE折叠，使得点 B落在 AC边上的点 F处，若∠CFD＝60°且△AEF中有两个内角相等，则∠A的度数为（　　）



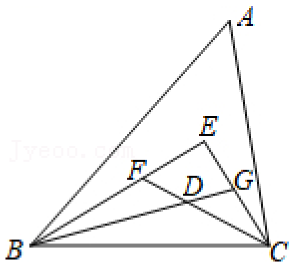
A．30°或 40°　　B．40°或 50°　　C．50°或 60°　　D．30°或 60°

6．如图，点 A、B、C、D、E在同一平面内，连接 AB、BC、CD、DE、EA，若∠BCD＝100°，则∠A+∠B+∠D+∠E＝（　　）



A．220°　　B．240°　　C．260°　　D．280°

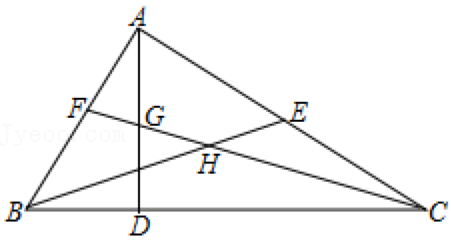
7．如图，△ABC中，∠ABC、∠ACB的三等分线交于点 E、D，若∠E＝90°，则∠BDC的度数为（　　）



A．120°　　B．125°　　C．130°　　D．135°

8．如图，在△ABC中，∠BAC＝90°，AD是高，BE是中线，CF是角平分线，CF交 AD于点 G，交 BE于点 H，下面说法正确的是（　　）

①△ABE的面积＝△BCE的面积；②∠AFG＝∠AGF；③∠FAG＝2∠ACF；④BH＝CH．

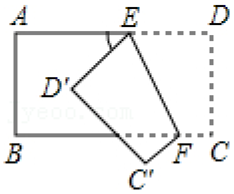


A．①②③④　　B．①②③　　C．②④　　D．①③

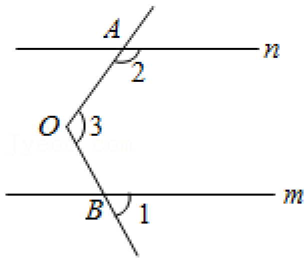
二、填空题（共8小题）

9．两根木棒分别长 3*cm*、7*cm*，第三根木棒与这两根木棒首尾依次相接构成三角形．如果第三根木棒的长为偶数（单位：*cm*），那么所构成的三角形周长为____*cm*．

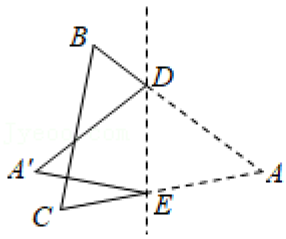
10．如图把一个长方形纸片沿 *EF* 折叠后，点 *D*、*C* 分别落在 *D*′、*C*′处，∠*AED*′＝40°，则∠*BFC*′＝____．



11．如图，直线 *m* 与∠*AOB* 的一边射线 *OB* 相交，∠3＝120°，向上平移直线 *m* 得到直线 *n*，与∠*AOB* 的另一边射线 *OA* 相交，则∠2－∠1＝____．



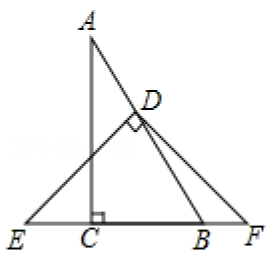
第 11 题图



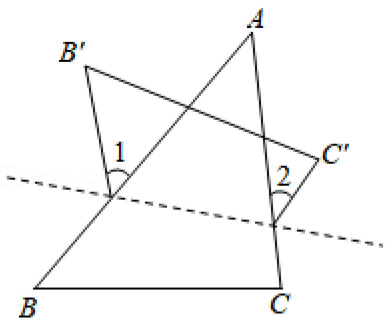
第 12 题图

12．如图，将△*ABC* 沿着 *DE* 对折，点 *A* 落到 *A*′处，若∠*BDA*′+∠*CEA*′＝70°，则∠*A*＝____°．

13．将一副直角三角板如图放置，∠*A*＝30°，∠*F*＝45°．若边 *AB* 经过点 *D*，则∠*EDB*＝____°．



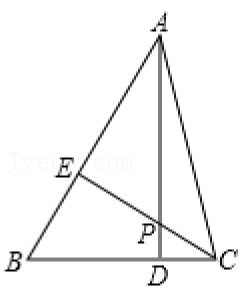
第 13 题图

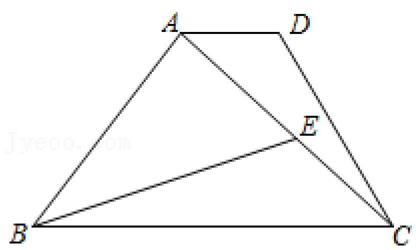


第 14 题图

14．如图△*ABC* 中，将边 *BC* 沿虚线翻折，若∠1+∠2＝110°，则∠*A* 的度数是____度．

15．如图，*AD*，*CE* 是△*ABC* 的两条高，它们相交于点 *P*，已知∠*BAC* 的度数为α，∠*BCA* 的度数为β，则∠*APC* 的度数是____．





第 15 题图　　　　　　　　　　　　　　第 16 题图

16．如图，$AD \parallel BC$，$\angle ADC=120°$，$\angle BAD=3\angle CAD$，E 为 AC 上一点，且 $\angle ABE=2\angle CBE$，在直线 AC 上取一点 P，使 $\angle ABP=\angle DCA$，则 $\angle CBP$：$\angle ABP$ 的值为____．

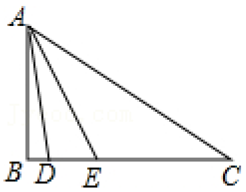
三、解答题（共 9 小题）

17．如果一个多边形的内角和是外角和的 3 倍还多 180°，那么这个多边形的边数是多少？

18．如图，在△ABC 中，$\angle B=90°$，D 是 BC 上一点，AE 平分 $\angle DAC$．

（1）若 $\angle ADC=116°$，$\angle C=26°$，求 $\angle BAE$ 的度数．

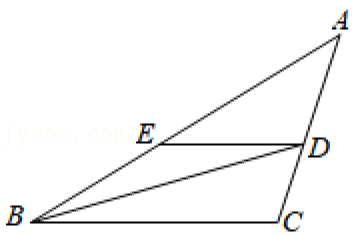
（2）若 $\angle ADC=m°$，$\angle C=n°$，请探求 $\angle BAE$ 的度数与 $\angle ADC$、$\angle C$ 度数之间的关系（用含 m、n 的代数式表示）．



19．如图，BD 是△ABC 的角平分线，$DE \parallel BC$，交 AB 于点 E．

（1）若 $\angle A=40°$，$\angle BDC=60°$，求 $\angle BED$ 的度数；

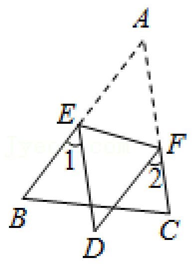
（2）若 $\angle A-\angle ABD=20°$，$\angle EDC=65°$，求 $\angle A$ 的度数．



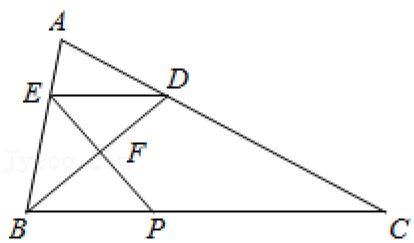
20．如图，把△ABC 沿 EF 折叠，使点 A 落在点 D 处，

（1）若 $DE \parallel AC$，试判断 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的数量关系，并说明理由；

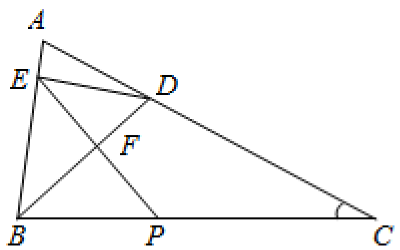
（2）若$\angle B+\angle C=130°$，求$\angle 1+\angle 2$的度数．



21．已知：在$\triangle ABC$中，$\angle A=60°$，$\angle C=40°$，BD平分$\angle ABC$，交AC于点D，点E、P分别是线段AB、BC上的动点．（E、P不与点B重合）



（图1）



（图2）

（1）如图1，若$DE\parallel BC$，则

①$\angle EDB$的度数是____°．

②当$\angle EDF=\angle DEF$时，$\angle EPB=$____°；当$\angle DEF=\angle EFD$时，$\angle EPB=$____°．

（2）如图2，若$DE\perp AB$，当$\triangle DEF$中有两个相等的角时，求出$\angle EPB$的度数．

22．已知$AB\parallel CD$，点E、F分别在直线AB、CD上，PF交AB于点G．

（1）如图1，直接写出$\angle P$、$\angle PEB$与$\angle PFD$之间的数量关系：____；

（2）如图2，EQ、FQ分别为$\angle PEB$与$\angle PFD$的平分线，且交于点Q，试说明$\angle P=2\angle Q$；

（3）如图3，若$\angle BEQ=\frac{1}{3}\angle PEB$，$\angle DFQ=\frac{1}{3}\angle PFD$，（2）中的结论还成立吗？若成立，请说明理由；若不成立，请求出$\angle P$与$\angle Q$的数量关系；

（4）在（3）的条件下，若$\angle CFP=72°$，当点E在A、B之间运动时，是否存在$PE\parallel FQ$？若存在，

请求出$\angle Q$的度数；若不存在，请说明理由．

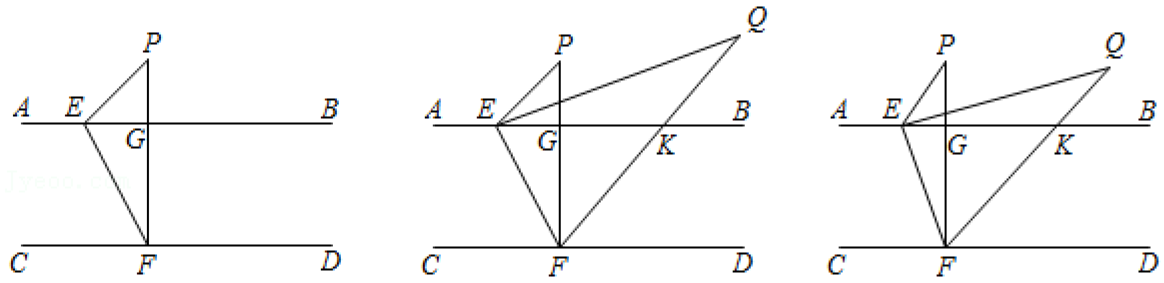


图1 图2 图3

23．【探究】

（1）如图1，$\angle ADC=120°$，$\angle BCD=130°$，$\angle DAB$和$\angle CBE$的平分线交于点F，则$\angle AFB=$____°；

（2）如图2，$\angle ADC=\alpha$，$\angle BCD=\beta$，且$\alpha+\beta>180°$，$\angle DAB$和$\angle CBE$的平分线交于点F，则$\angle AFB$＝____；（用α、β表示）

（3）如图3，$\angle ADC=\alpha$，$\angle BCD=\beta$，当$\angle DAB$和$\angle CBE$的平分线AG、BH平行时，α、β应该满足怎样的数量关系？请证明你的结论．

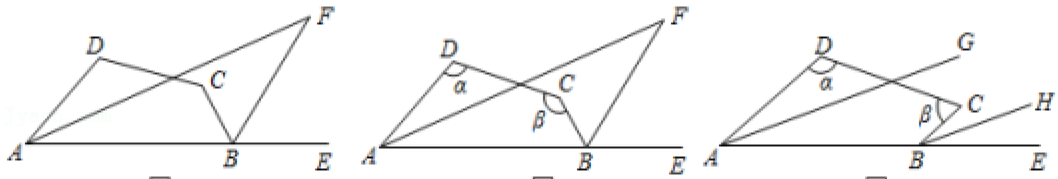


图1 图2 图3

【挑战】

如果将（2）中的条件$\alpha+\beta>180°$改为$\alpha+\beta<180°$，再分别作$\angle DAB$和$\angle CBE$的平分线，你又可以找到怎样的数量关系？画出图形并直接写出结论．

24．$\triangle ABC$中，三个内角的平分线交于点O，过点O作$\angle ODC=\angle AOC$，交边BC于点

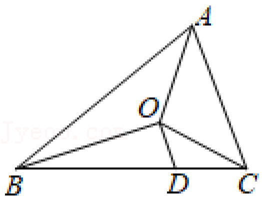


图1

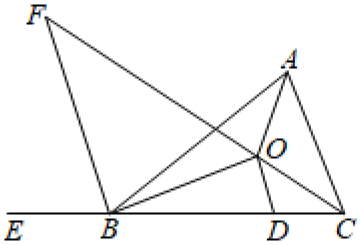


图2

D．

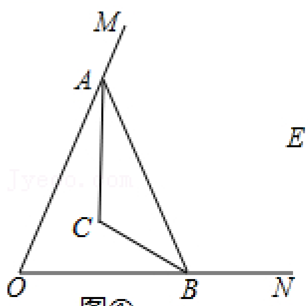
（1）如图1，若∠*ABC*＝50°，求∠*BOD*的度数；

（2）如图1，若∠*ABC*＝n°，求∠*BOD*的度数；

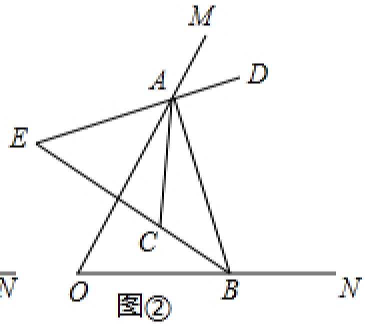
（3）如图2，作∠*ABC*外角∠*ABE*的平分线交*CO*的延长线于点*F*．求证：*BF*∥*OD*；

（4）若∠*F*＝∠*ABC*＝40°，将△*BOD*绕点*O*顺时针旋转一定角度α后得△*B'OD'*（0°＜α＜360°），*B'D'*所在直线与*FC*平行，请直接写出所有符合条件的旋转角度α的值．

25．如图①，∠*MON*＝80°，点*A*、*B*在∠*MON*的两条边上运动，∠*OAB*与∠*OBA*的平分线交于点*C*．



图①



图②

（1）点*A*、*B*在运动过程中，∠*ACB*的大小会变吗？如果不会，求出∠*ACB*的度数；如果会，请说明理由．

（2）如图②，*AD*是∠*MAB*的平分线，*AD*的反向延长线交*BC*的延长线于点*E*，点*A*、*B*在运动过程中，∠*E*的大小会变吗？如果不会，求出∠*E*的度数；如果会，请说明理由．

（3）若∠*MON*＝n，请直接写出∠*ACB*＝____；∠*E*＝____．

参考答案

一．选择题（共8小题）

1．C

【分析】根据不同的截法，找出前后的多边形的边数之间的关系得出答案．

【解答】解：如图，n边形，$A_1A_2A_3\dots A_n$，

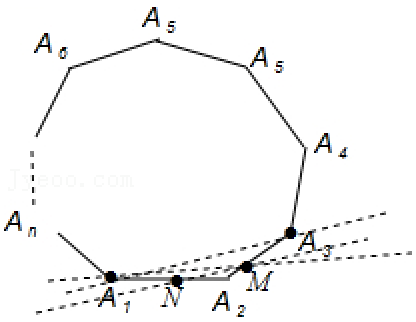
若沿着直线A_1A_3截去一个角，所得到的多边形，比原来的多边形的边数少1，

若沿着直线A_1M截去一个角，所得到的多边形，与原来的多边形的边数相等，

若沿着直线MN截去一个角，所得到的多边形，比原来的多边形的边数多1，

因此将一个多边形截去一个角后，变成十四边形，则原来的多边形的边数为13或14或15，

故选：C．

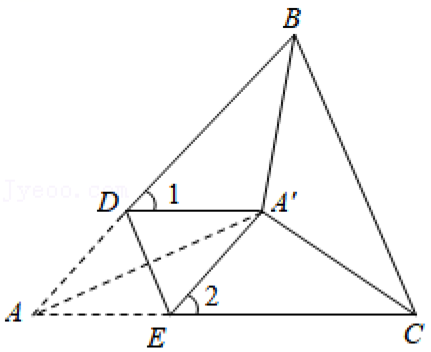


【点评】考查多边形的意义，根据截线的不同位置得出不同的答案，是解决问题的关键．

2．D

【分析】连接$A'A$，先求出$\angle BAC$，再证明$\angle 1+\angle 2=2\angle BAC$即可解决问题．

【解答】解：如图，连接AA'，



$\because A'B$平分$\angle ABC$，$A'C$平分$\angle ACB$，

$\therefore \angle A'BC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle A'CB=\frac{1}{2}\angle ACB$，

$\because \angle BA'C=120°$，

$\therefore \angle A'BC+\angle A'CB=180°-120°=60°$，

$\therefore\angle ABC+\angle ACB=120°$，

$\therefore\angle BAC=180°-120°=60°$，

∵沿 DE 折叠，

$\therefore\angle DAA'=\angle DA'A$，$\angle EAA'=\angle EA'A$，

$\because\angle 1=\angle DAA'+\angle DA'A=2\angle DAA'$，$\angle 2=\angle EAA'+\angle EA'A=2\angle EAA'$，

$\therefore\angle 1+\angle 2=2\angle DAA'+2\angle EAA'=2\angle BAC=2\times 60°=120°$，

故选：D．

【点评】本题考查了三角形内角和定理、角平分线定义、三角形外角的性质、折叠变换等知识，解题的关键是正确添加辅助线，灵活应用所学知识，属于中考常考题型．

3．C

【分析】由平行可求得$\angle DEF$，又由折叠的性质可得$\angle DEF=\angle D'EF$，结合平角可求得$\angle AED'$．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 为长方形，

$\therefore AD\parallel BC$，

$\therefore\angle DEF=\angle EFB=65°$，

又由折叠的性质可得$\angle D'EF=\angle DEF=65°$，

$\therefore\angle AED'=180°-65°-65°=50°$，

故选：C．

【点评】本题主要考查平行线的性质及折叠的性质，掌握两直线平行，内错角相等是解题的关键．

4．D

【分析】分三种情况，利用三角形的内角和定理、等腰三角形的性质先求出$\angle APC$的度数，再利用折叠的性质和三角形的内角和定理求出$\angle B$．

【解答】解：由折叠的性质知：$\angle BPD=\angle APD=\frac{1}{2}\angle BPA$，

$\angle BDP=\angle ADP=90°$．

当 $AP=AC$ 时，$\angle APC=\angle C=70°$，

$\because\angle BPD=\frac{1}{2}(180°-\angle APC)=55°$，

$\therefore\angle B=90°-55°=35°$；

当 $AP=PC$ 时，$\angle PAC=\angle C=70°$，

则$\angle APC=40°$．

$\because \angle BPD=\frac{1}{2}(180°-\angle APC)=70°$,

$\therefore \angle B=90°-70°=20°$;

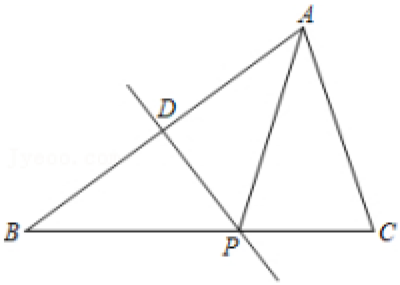
当 $PC=AC$ 时，$\angle APC=\angle PAC$，

则$\angle APC=55°$.

$\because \angle BPD=\frac{1}{2}(180°-\angle APC)=62.5°$,

$\therefore \angle B=90°-62.5°=27.5°$.

故选：D.



【点评】本题考查了折叠的性质、三角形的内角和定理、等腰三角形的性质等知识点，掌握折叠、等腰三角形的性质、三角形的内角和定理及分类讨论的思想方法是解决本题的关键．

5．B

【分析】分三种情形：①当 $AE=AF$时，②当 $AF=EF$时，③当 $AE=EF$时，分别求解即可．

【解答】解：①当 $AE=AF$时，则$\angle AFE=\angle AEF=\frac{1}{2}(180°-\angle A)$，

$\because \angle B=\angle EFD=90°-\angle A$，$\angle CFD=60°$,

$\therefore \angle AFD=120°$,

$\therefore \frac{1}{2}(180°-\angle A)+90°-\angle A=120°$,

$\therefore \angle A=40°$.

②当 $AF=EF$时，$\angle AFE=180°-2\angle A$，

同法可得 $180°-2\angle A+90°-\angle A=120°$,

$\therefore \angle A=50°$.

③当 $AE=EF$时，点 F 与 C 重合，不符合题意．

综上所述，$\angle A=40°$或 $50°$,

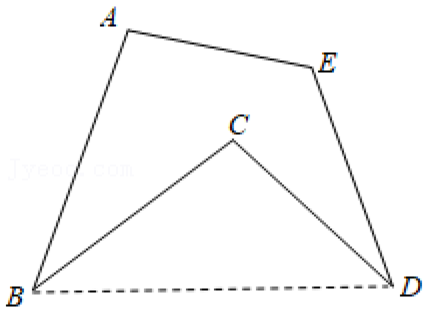
故选：B.

【点评】本题考查三角形内角和定理，翻折变换等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考常考题型．

6．D

【分析】连接 BD，根据三角形内角和求出$\angle CBD+\angle CDB$，再利用四边形内角和减去$\angle CBD$ 和$\angle CDB$ 的和，即可得到结果．

【解答】解：连接 BD，



$\because\angle BCD=100°$，

$\therefore\angle CBD+\angle CDB=180°-100°=80°$，

$\therefore\angle A+\angle ABC+\angle E+\angle CDE=360°-\angle CBD-\angle CDB=360°-80°=280°$，

故选：D．

【点评】本题考查了三角形内角和，四边形内角和，解题的关键是添加辅助线，构造三角形和四边形．

7．D

【分析】根据三角形内角和定理求出$\angle EBC+\angle ECB=90°$，再根据三等分线求出$\angle DBC+\angle DCB$ 即可解决问题．

【解答】解：在$\triangle BEC$中，

$\because\angle BEC=90°$，

$\therefore\angle EBC+\angle ECB=90°$，

$\because\angle ABC$、$\angle ACB$ 的三等分线交于点 E、D，

$\therefore\angle DBC=\frac{1}{2}\angle EBC$，$\angle DCB=\frac{1}{2}\angle ECB$，

$\therefore\angle DBC+\angle DCB=\frac{1}{2}\times 90°=45°$，

$\therefore\angle BDC=180°-(\angle DBC+\angle DCB)=135°$，

故选：D．

【点评】本题考查三角形的内角和定理，角平分线的定义等知识，解题的关键是掌握基本知识，属于

中考常考题型．

8．B

【分析】根据等底等高的三角形的面积相等即可判断①；根据三角形内角和定理求出$\angle ABC=\angle CAD$，根据三角形的外角性质即可推出②；根据三角形内角和定理求出$\angle FAG=\angle ACD$，根据角平分线定义即可判断③；根据等腰三角形的判定判断④即可．

【解答】解：$\because BE$是中线，

$\therefore AE=CE$，

$\therefore \triangle ABE$的面积$=\triangle BCE$的面积（等底等高的三角形的面积相等），故①正确；

$\because CF$是角平分线，

$\therefore \angle ACF=\angle BCF$，

$\because AD$为高，

$\therefore \angle ADC=90°$，

$\because \angle BAC=90°$，

$\therefore \angle ABC+\angle ACB=90°$，$\angle ACB+\angle CAD=90°$，

$\therefore \angle ABC=\angle CAD$，

$\because \angle AFG=\angle ABC+\angle BCF$，$\angle AGF=\angle CAD+\angle ACF$，

$\therefore \angle AFG=\angle AGF$，故②正确；

$\because AD$为高，

$\therefore \angle ADB=90°$，

$\because \angle BAC=90°$，

$\therefore \angle ABC+\angle ACB=90°$，$\angle ABC+\angle BAD=90°$，

$\therefore \angle ACB=\angle BAD$，

$\because CF$是$\angle ACB$的平分线，

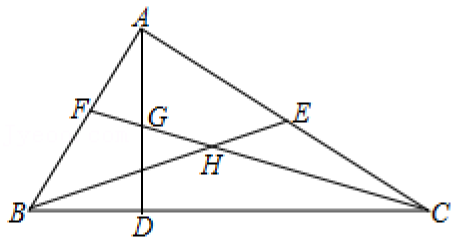
$\therefore \angle ACB=2\angle ACF$，

$\therefore \angle BAD=2\angle ACF$，

即$\angle FAG=2\angle ACF$，故③正确；

根据已知条件不能推出$\angle HBC=\angle HCB$，即不能推出$BH=CH$，故④错误；

故选：B．



【点评】本题考查了三角形内角和定理，三角形的外角性质，三角形的角平分线、中线、高，等腰三角形的判定等知识点，能综合运用定理进行推理是解此题的关键，题目比较好，属于中考题型．

二．填空题（共 8 小题）

9．__16 或 18__cm．

【分析】首先根据三角形的三边关系确定第三边的取值范围，再根据第三边是偶数确定其值．

【解答】解：根据三角形的三边关系，得

第三根木棒的长大于 $4cm$ 而小于 $10cm$．

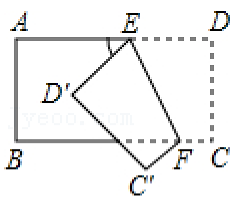
又第三根木棒的长是偶数，则应为 $6cm$，$8cm$．

∴所构成的三角形周长为 $16cm$ 或 $18cm$，

故答案为：16 或 18．

【点评】本题考查的是三角形三边关系，熟知三角形任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边是解答此题的关键

10．__40°__．



【分析】根据图形折叠的性质，得$\angle D'EF=\angle DEF=\frac{1}{2}$□$DED'$，$\angle EFC=\angle EFC'$．欲求$\angle BFC'$，需求$\angle EFC$、$\angle EFB$．根据长方形的性质，得 $AD\parallel BC$，那么$\angle DEF=\angle BFE$，$\angle EFC=180°-\angle DEF$．欲求$\angle EFC$、$\angle EFB$，需求$\angle DEF$，从而解决此题．

【解答】解：由题意得：$\angle D'EF=\angle DEF=\frac{1}{2}$□$DED'$，$\angle EFC=\angle EFC'$．

∵$\angle AED'=40°$，

∴$\angle DED'=180°-\angle AED'=140°$．

∴$\angle DEF=\frac{1}{2}$□$DED'=70°$．

∵四边形 $ABCD$ 是长方形，

∴$AD\parallel BC$.

∴$\angle DEF=\angle BFE=70°$，$\angle EFC=180°-\angle DEF=110°$．

∴$\angle EFC'=110°$．

∴$\angle BFC'=\angle EFC'-\angle BFE=110°-70°=40°$．

故答案为：40°．

【点评】本题主要考查平行线的性质、图形折叠的性质，熟练掌握平行线的性质、图形折叠的性质是解决本题的关键．

11．__60°__．

【分析】作 $OC\parallel m$，如图，利用平移的性质得到 $m\parallel n$，则判断 $OC\parallel n$，根据平行线的性质得$\angle 1=\angle OBC=30°$，$\angle 2+\angle AOC=180°$，从而得到$\angle 2+\angle 3$ 的度数．

【解答】解：作 $OC\parallel m$，如图，

∵直线 m 向上平移直线 m 得到直线 n，

∴$m\parallel n$，

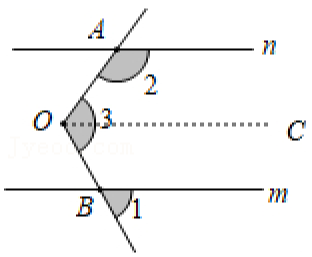
∴$OC\parallel n$，

∴$\angle 1=\angle BOC$，$\angle 2+\angle AOC=180°$，$\angle AOC=\angle 3-\angle 1$，

∴$\angle 2+\angle 3-\angle 1=180°$，

∴$\angle 2-\angle 1=180°-120°=60°$，

故答案为：60°．



【点评】本题考查了平移的性质：把一个图形整体沿某一直线方向移动，会得到一个新的图形，新图形与原图形的形状和大小完全相同．新图形中的每一点，都是由原图形中的某一点移动后得到的，这两个点是对应点．连接各组对应点的线段平行（或共线）且相等．

12．__35__°．

【分析】根据折叠的性质得到$\angle EDA'=\angle EDA$，$\angle DEA'=\angle DEA$，由角平分线及平角定义可得$\angle BDA'+2\angle EDA=180°$，$\angle CEA'+2\angle DEA=180°$，再根据已知条件得到$\angle EDA+\angle DEA=145°$，由三角形内角和定理即可得到结果．

【解答】解：∵将△ABC沿着 DE 对折，点 A 落到 A'处，

∴$\angle EDA'=\angle EDA$，$\angle DEA'=\angle DEA$，

∵$\angle BDA'+2\angle EDA=180°$，$\angle CEA'+2\angle DEA=180°$，

∴$\angle BDA'+2\angle EDA+\angle CEA'+2\angle DEA=360°$，

∵$\angle BDA'+\angle CEA'=70°$，

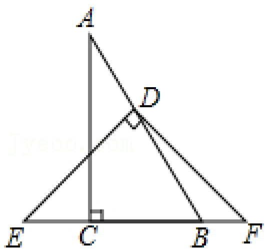
∴$\angle EDA+\angle DEA=145°$，

∴$\angle A=35°$，

故答案为：35．

【点评】本题考查了图形的折叠变化及三角形内角和定理，理解折叠是一种轴对称变化，运用轴对称的性质及三角形内角和定理是解决问题的关键．

13．__75__°．



【分析】由三角形内角和定理可求解$\angle ABC$的度数，利用三角形外角的性质可求解$\angle BDF$的度数，进而可求解．

【解答】解：∵$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，

∴$\angle ABC=90°-30°=60°$，

∵$\angle ABC=\angle F+\angle BDF$，$\angle F=45°$，

∴$\angle BDF=\angle ABC-\angle F=60°-45°=15°$，

∵$\angle EDF=90°$，

∴$\angle EDB=\angle EDF-\angle BDF=90°-15°=75°$，

故答案为 75．

【点评】本题主要考查三角形内角和定理，三角形外角的性质，求解$\angle BDF$的度数是解题的关键．

14．__55__度．

【分析】延长 $B'E$，$C'F$，交于点 D，依据$\angle A=\angle D$，$\angle AED+\angle AFD=250°$，即可得到$\angle A$的度数．

【解答】解：如图，

延长 $B'E$，$C'F$，交于点 D，

由折叠可得，$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$，

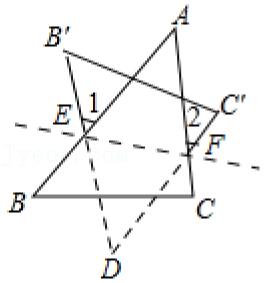
∴$\angle A=\angle D$，

又∵∠1+∠2＝110°，

∴$\angle AED+\angle AFD$＝360°﹣110°＝250°，

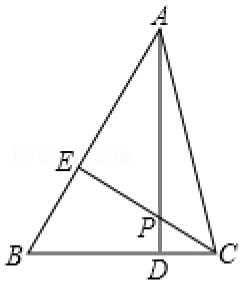
∴四边形$AEDF$中，$\angle A=\frac{1}{2}$（360°﹣250°）＝55°，

故答案为：55．



【点评】本题主要考查了三角形内角和定理，解决问题的关键是构造四边形，利用四边形内角和进行计算．

15．$\underline{\ \ \alpha+\beta\ \ }$．



【分析】利用三角形的内角和定理和三角形的外角性质解决问题即可．

【解答】解：$\angle B$＝180°﹣$\angle BAC$﹣$\angle ACB$＝180°﹣（α+β），

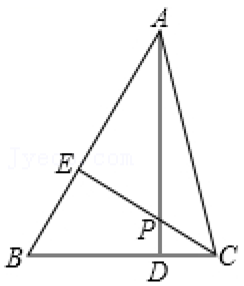
∵$AD\perp BC$，$CE\perp AB$，

∴$\angle AEC=\angle ADB$＝90°，

∴$\angle BAD$＝90°﹣[180°﹣（α+β）]＝α+β﹣90°，

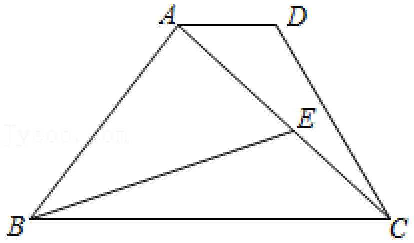
∴$\angle APC=\angle AEC+\angle BAD$＝α+β

故填α+β．



【点评】主要考查了三角形的内角和是180度．求角的度数常常要用到"三角形的内角和是180°这一隐含的条件，同时考查了四边形内角和定理．垂直和直角总是联系在一起．

16．$\underline{\quad 2或4 \quad}$．



【分析】分两种情况进行解答，分别画出图形，结合图形，利用三角形内角和、平行线的性质，等量代换，得出各个角之间的倍数关系．

【解答】解：如图，①当$\angle ABP_1=\angle DCA$时，即$\angle 1=\angle 2$，

$\because \angle D=120°$，

$\therefore \angle 1+\angle 3=180°-120°=60°$，

$\because \angle BAD=3\angle CAD$，$\angle ABE=2\angle CBE$，$AD\parallel BC$，

$\therefore 3\angle 3+3\angle EBC=180°$，

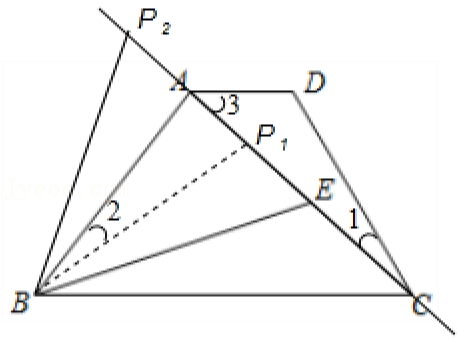
$\therefore \angle 3+\angle EBC=60°$，

$\therefore \angle EBC=\angle 1=\angle 2=\angle P_1BE$，

$\therefore \angle CBP_1$：$\angle ABP_1$的值为 2，

②当$\angle ABP_2=\angle DCA$时，$\therefore \angle CBP_2$：$\angle ABP_2$的值为 4，

故答案为：2或4．



【点评】考查三角形内角和定理、平行线的性质，以及分类讨论思想的应用等知识，画出相应图形，利用等量代换得出各个角之间的关系是解决问题的关键．

三．解答题（共9小题）

17．

【分析】多边形的内角和比外角和的3倍多180°，而多边形的外角和是360°，则内角和是1260度．n边形的内角和可以表示成$(n-2)\cdot 180°$，设这个多边形的边数是n，就得到方程，从而求出边数．

【解答】解：设这个多边形的边数为n，根据题意，得

$(n-2)\cdot 180=360\times 3+180$，

解得：$n=9$．

则这个多边形的边数是 9．

【点评】考查了多边形内角与外角，此题要结合多边形的内角和公式寻求等量关系，构建方程即可求解．

18．

【分析】（1）根据三角形的内角和定理得到$\angle BAC=64°$，根据三角形外角的性质得到$\angle BAD=26°$，根据角平分线的定义得到$\angle DAE=19°$，于是得到结论；

（2）方法同（1）．

【解答】解：（1）$\because\angle B=90°$，$\angle C=26°$，

$\therefore\angle BAC=64°$，

$\because\angle ADC=116°$，

$\therefore\angle BAD=26°$，

$\therefore\angle DAC=64°-26°=38°$，

$\because AE$ 是$\angle DAC$的平分线，

$\therefore\angle DAE=19°$，

$\therefore\angle BAE=\angle BAD+\angle DAE=26°+19°=45°$；

（2）$\because\angle B=90°$，$\angle C=n°$，

$\therefore\angle BAC=90°-n°$，

$\because\angle ADC=m°$，

$\therefore\angle BAD=m°-90°$，

$\therefore\angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=(90°-n°)-(m°-90°)$，

$\because AE$ 是$\angle DAC$的角平分线，

$\therefore\angle DAE=\frac{1}{2}$□$DAC=\frac{1}{2}(180°-n°-m°)$，

$\therefore\angle BAE=\angle BAD+\angle DAE=m°-90°+\frac{1}{2}(180°-n°-m°)=\frac{1}{2}m°-\frac{1}{2}n°$．

【点评】本题考查了三角形外角的性质，三角形的内角和定理，角平分线的定义，熟练掌握三角形外角的性质是解题的关键．

19．

【分析】（1）由外角的性质可得$\angle ABD=20°$，由角平分线的性质可得$\angle EBC=40°$，由平行线的性质即可求解；

（2）由外角的性质和角平分线的性质可得$\angle A+2\angle ABD=65°$，再由$\angle A-\angle ABD=20°$，即可求出$\angle A$的度数．

【解答】解：（1）$\because \angle A=40°$，$\angle BDC=60°$，$\angle BDC=\angle A+\angle ABD$，

$\therefore \angle ABD=\angle BDC-\angle A=60°-40°=20°$，

$\because BD$是$\triangle ABC$的角平分线，

$\therefore \angle EBC=2\angle ABD=40°$，

$\because DE\parallel BC$，

$\therefore \angle BED+\angle EBC=180°$，

$\angle BED=180°-40°=140°$；

（2）$\because BD$是$\triangle ABC$的角平分线，

$\therefore \angle ABD=\angle DBC$，

$\because DE\parallel BC$，

$\therefore \angle EDB=\angle DBC=\angle ABD$，

$\because \angle EDC=\angle EDB+\angle BDC=\angle EDB+\angle A+\angle ABD$，

$\therefore \angle EDC=\angle A+2\angle ABD$，

$\because \angle EDC=65°$，

$\therefore \angle A+2\angle ABD=65°$，

$\because \angle A-\angle ABD=20°$，

$\therefore \angle A=35°$．

【点评】本题考查了平行线的性质，外角的性质，角平分线的性质，灵活应用这些性质解决问题是解决本题的关键．

20．

【分析】（1）根据折叠的性质得到$\angle D=\angle A$，根据平行线的性质得到$\angle 1=\angle A$，$\angle 2=\angle D$，所等量代换得到$\angle 1=\angle 2$．

（2）根据三角形的内角和定理得到$\angle AEF+\angle AFE=\angle B+\angle C=130°$，根据折叠的性质得到$\angle AED=2\angle AEF$，$\angle AFD=2\angle AFE$，所根据四边形的内角和等于360°得到$\angle AED+\angle AFD=260°$，于是得到结论．

【解答】解：（1）$\angle 1=\angle 2$，理由如下：

$\because \angle D$是由$\angle A$翻折得到，

$\therefore \angle D=\angle A$，

$\because DE\parallel AC$，

$\therefore \angle 1 = \angle A$，$\angle 2 = \angle D$，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$．

（2）$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180°$，$\angle A + \angle AEF + \angle AFE = 180°$，

$\therefore \angle AEF + \angle AFE = \angle B + \angle C = 130°$，

$\because \triangle DEF$ 是 $\triangle AEF$ 由翻折得到，

$\because \angle AED = 2\angle AEF$，$\angle AFD = 2\angle AFE$，

$\therefore \angle AED + \angle AFD = 260°$，

$\because \angle 1 + \angle 2 + \angle AED + \angle AFD = 360°$，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 100°$．

【点评】本题考查了折叠的性质，三角形的内角和定理，四边形内角和定理，灵活运用这些性质进行推理是本题的关键．

21．

【分析】根据三角形的内角和定理求解$\angle ABC$的度数，结合角平分线的定义可得$\angle ABD$，$\angle CBD$的度数，

（1）①由平行线的性质可求解；

②当$\angle EDF = \angle DEF$时，利用平行线的性质可求解；当$\angle DEF = \angle EFD$时，利用三角形的内角和定理可求得$\angle DEF$的度数，进而可求解；

（2）由垂直的定义及三角形的内角和定理可求解$\angle EDF$的度数，再分三种情况：当$\angle DEF = \angle EDF = 50°$时，当$\angle DEF = \angle DFE$时，当$\angle EDF = \angle DFE$时，计算可求解．

【解答】解：$\because \angle A = 60°$，$\angle C = 40°$，

$\therefore \angle ABC = 180° - \angle A - \angle C = 80°$，

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC = 40°$，

（1）①$\because ED \parallel BC$，

$\therefore \angle EDB = \angle CBD = 40°$，

故答案为 40；

②当$\angle EDF = \angle DEF$时，$\angle DEF = \angle EDB = 40°$，

$\because ED \parallel BC$，

$\therefore \angle EPB = \angle DEF = 40°$；

当$\angle DEF = \angle EFD$时，

∵$\angle EDF=40°$，

∴$\angle DEF=\frac{180°-40°}{2}=70°$，

∵$ED\parallel BC$，

∴$\angle EPB=\angle DEF=70°$；

故答案为 40；70；

（2）∵$DE\perp AB$，

∴$\angle EDF=180°-90°-40°=50°$，

当$\angle DEF=\angle EDF=50°$时，

∴$\angle DFE=180°-2\times50°=80°$，

∴$\angle BFP=\angle DFE=80°$，

∵$\angle BFP+\angle EPB+\angle DBC=180°$，

∴$\angle EPB=180°-40°-80°=60°$；

当$\angle DEF=\angle DFE$时，

∴$\angle DFE=\frac{180°-50°}{2}=65°$，

∴$\angle BFP=\angle DFE=65°$，

∵$\angle BFP+\angle EPB+\angle DBC=180°$，

∴$\angle EPB=180°-40°-65°=75°$；

当$\angle EDF=\angle DFE$时，

∴$\angle DFE=50°$，

∴$\angle BFP=\angle DFE=50°$，

∵$\angle BFP+\angle EPB+\angle DBC=180°$，

∴$\angle EPB=180°-40°-50°=90°$．

综上，$\angle EPB$的度数为 60°或 75°或 90°．

【点评】本题主要考查三角形的内角和定理，等腰三角形的性质，平行线的性质，灵活运用等腰三角形的性质求解角度时分类讨论时解题的关键．

22．

【分析】（1）由补角性质得$\angle P+\angle PEB=\angle PGB$，再根据平行线的性质可得结论；

（2）根据三角形外角性质及平行线性质可得$\angle QEB+\angle Q=\angle KFD$，再由平分线的定义可得结论；

（3）根据（1）（2）的结论可得答案；

（4）根据角的关系得$\angle DFQ$，$\angle PFQ$的度数，最后根据平行线的性质可得结论．

【解答】解：（1）$\because \angle P+\angle PEB+\angle PGE=180°$，$\angle PGE+\angle BGB=180°$，

$\therefore \angle P+\angle PEB=\angle PGB$，

$\because AB\parallel CD$，

$\therefore \angle PGB=\angle PFD$，

$\therefore \angle P+\angle PEB=\angle PFD$．

故答案为：$\angle P+\angle PEB=\angle PFD$．

（2）$\because$在三角形EQK中，$\angle QEB+\angle Q=\angle QKB$，$AB\parallel CD$，

$\therefore \angle QKB=\angle KFD$，

$\therefore \angle QEB+\angle Q=\angle KFD$，

$\because EQ$、FQ分别为$\angle PEB$与$\angle PFD$的平分线，

$\therefore 2\angle QEB=\angle PEB$，$2\angle KFD=\angle PFD$，

由（1）知，$\angle P+\angle PEB=\angle PFD$，

$\therefore \angle P+2\angle QEB=2\angle KFD$，即：$\angle P=2\angle KFD-2\angle QEB=2\angle Q$，

（3）$\angle P=3\angle Q$，理由如下：

由（1）知，$\angle P+\angle PEB=\angle PFD$，

由（2）知，$\angle Q+\angle QEB=\angle QFD$，

$\because \angle BEQ=\frac{1}{3}\angle PEB$，$\angle DFQ=\frac{1}{3}\angle PFD$，

$\therefore \angle P=3\angle Q$，

（4）$\because \angle CFP=72°$，

$\therefore \angle PFD=108°$，

$\therefore \angle DFQ=\frac{1}{3}\angle PFD=36°$，$\angle PFQ=108°-36°=72°$，

$\because PE\parallel FQ$，

$\therefore \angle EPF=\angle PFQ=72°$，

$\because AB\parallel CD$，

$\therefore \angle PGB=\angle PFD=108°$，

$\therefore \angle PEB=\angle PGB-\angle EPF=108°-72°=36°$，

$\because \angle BEQ=\frac{1}{3}\angle PEB=12°$，

$\therefore\angle Q=\angle QKB-\angle BEQ=\angle QFD-\angle BEQ=36°-12°=24°$，

$\therefore$存在 $PE\parallel FQ$，$\angle Q=24°$．

【点评】此题考查的是平行线的判定与性质，能够在解答过程中找准同位角、内错角是解决此题关键．

23．

【分析】利用三角形外角的性质，列出$\angle F=\angle FBE-\angle FAB$．再通过角平分线的定义以及四边形内角和的性质，将$\angle F=\angle FBE-\angle FAB$转化为含有α与β的关系式，进而求出$\angle AFB$．

【解答】解：（1）如图1．

$\because BF$平分$\angle CBE$，AF平分$\angle DAB$，

$\therefore\angle FBE=\frac{1}{2}\angle CBE$，$\angle FAB=\frac{1}{2}\angle DAB$．

$\because\angle D+\angle DCB+\angle DAB+\angle ABC=360°$，

$\therefore\angle DAB+\angle ABC=360°-\angle D-\angle DCB$

$=360°-120°-130°=110°$．

又$\because\angle F+\angle FAB=\angle FBE$，

$\therefore\angle F=\angle FBE-\angle FAB=\frac{1}{2}\angle CBE-\frac{1}{2}\angle DAB$

$=\frac{1}{2}(\angle CBE-\angle DAB)=\frac{1}{2}(180°-\angle ABC-\angle DAB)$

$=\frac{1}{2}\times(180°-110°)=35°$．

（2）如图2．

由（1）得：$\angle AFB=\frac{1}{2}(180°-\angle ABC-\angle DAB)$，$\angle DAB+\angle ABC=360°-\angle D-\angle DCB$．

$\therefore\angle AFB=\frac{1}{2}(180°-360°+\angle D+\angle DCB)=\frac{1}{2}\angle D+\frac{1}{2}\angle DCB-90°=\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\beta-90°$．

（3）若$AG\parallel BH$，则$\alpha+\beta=180°$．

证明：如图3．

若$AG\parallel BH$，则$\angle GAB=\angle HBE$．

$\because AG$平分$\angle DAB$，BH平分$\angle CBE$，

$\therefore\angle DAB=2\angle GAB$，$\angle CBE=2\angle HBE$．

$\therefore\angle DAB=\angle CBE$．

∴$AD \parallel BC$.

∴$\angle DAB+\angle DCB=\alpha+\beta=180°$.

挑战：如图4.

∵AM平分$\angle DAB$，BN平分$\angle CBE$，

∴$\angle BAM=\frac{1}{2}\square DAB$，$\square NBE=\frac{1}{2}\square CBE$.

∵$\angle D+\angle DAB+\angle ABC+\angle BCD=360°$，

∴$\angle DAB+\angle ABC=360°-\angle D-BCD=360°-\alpha-\beta$.

∴$\angle DAB+180°-\angle CBE=360°-\alpha-\beta$.

∴$\angle DAB-\angle CBE=180°-\alpha-\beta$.

∵$\angle ABF$与$\angle NBE$是对顶角，

∴$\angle ABF=\angle NBE$.

又∵$\angle F+\angle ABF=\angle MAB$，

∴$\angle F=\angle MAB-\angle ABF$.

∴$\angle F=\frac{1}{2}\square DAB-\square NBE=\frac{1}{2}\square DAB-\frac{1}{2}\square CBE$

$$=\frac{1}{2}(\square DAB-\square CBE)=\frac{1}{2}(180°-\alpha-\beta)$$

$=90°-\frac{1}{2}\alpha-\frac{1}{2}\beta$.

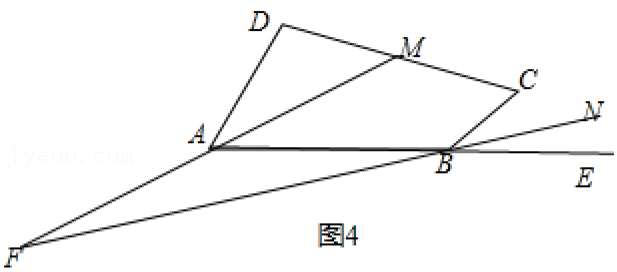


图4

【点评】本题主要考查三角形外角的性质、四边形内角和的性质、平行线的性质、角平分线的定义．借助转化的数学思想，将未知条件转化为已知条件解题．

24．

【分析】（1）利用三角形内角和、角平分线的定义、三角形外角性质解题；

（2）将（1）中特殊角改为$n°$，按步骤解题；

（3）由角平分线的定义和平行线的判定定理证明；

（4）数形结合，分类讨论．

【解答】（1）解：$\because \angle ABC=50°$，

$\therefore \angle BAC+\angle BCA=130°$，

$\because \triangle ABC$的三个内角的平分线交于点O，

$\therefore \angle OBD=25°$，$\angle OAC+\angle OCA=65°$，

$\therefore \angle AOC=115°$，

$\because \angle ODC=\angle AOC$，

$\therefore \angle ODC=115°$，

$\because \angle ODC$是$\triangle OBD$的一个外角，

$\therefore \angle BOD=\angle ODC-\angle OBD=115°-25°=90°$．

（2）解：$\because \angle ABC=n°$，

$\therefore \angle BAC+\angle BCA=180°-n°$，

$\because \triangle ABC$的三个内角的平分线交于点O，

$\therefore \angle OBD=\frac{1}{2}n°$，$\angle OAC+\angle OCA=90°-\frac{1}{2}n°$，

$\therefore \angle AOC=180°-(90°-\frac{1}{2}n°)=90°+\frac{1}{2}n°$，

$\because \angle ODC=\angle AOC$，

$\therefore \angle ODC=90°+\frac{1}{2}n°$，

$\because \angle ODC$是$\triangle OBD$的一个外角，

$\therefore \angle BOD=\angle ODC-\angle OBD=90°+\frac{1}{2}n°-\frac{1}{2}n°=90°$．

（3）证明：由（2）得，$\angle BOD=90°$，

$\because BO$平分$\angle ABC$，BF平分$\angle ABE$，

$\therefore \angle ABF=\frac{1}{2}\angle ABE$，$\angle ABO=\frac{1}{2}\angle ABC$，

$\therefore \angle FBO=\frac{1}{2}\angle ABE+\frac{1}{2}\angle ABC=90°$，

由（2）得，$\angle BOD=90°$，

$\therefore \angle FBO=\angle BOD$，

∴$BF\parallel OD$．

（4）∵$\angle F=\angle ABC=40°$，$\angle FBO=\angle BOD=90°$，

∴$\angle OBD=\angle OB'D'=20°$，$\angle FOB=50°$，

∴$\angle ODB=\angle OD'B'=70°$，$\angle DOC=180°50°-90°=40°$，、

如图（1），∵$D'B'\parallel FC$，

∴$\angle OD'B'=\angle D'OC=70°$，

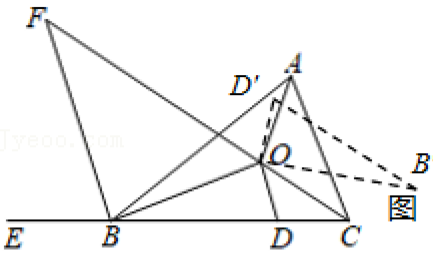
∴$\angle DOD'=\angle D'OC-\angle DOC=70°-40°=30°$，即$\alpha=30°$，

如图（2），∵$D'B'\parallel FC$，

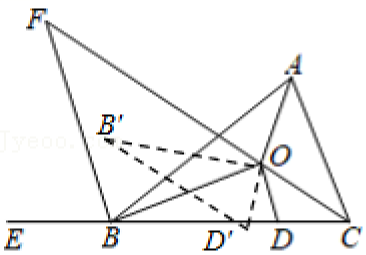
∴$\angle OD'B'=\angle D'OF=70°$，

∴$\alpha=\angle FOD'+\angle FOB+\angle DOB=70°+50°+90°=210°$，

∴旋转角α为 30°或 210°时，$B'D'$所在直线与 FC 平行．



图（2）



图（1）

【点评】本题考查了三角形的内角和、角平分线的定义、三角形外角性质和平行线的性质，要求学生学会由特殊到一般的探究思路和分类讨论的思想解题．

25．

【分析】（1）先根据三角形内角和定理及角平分线的性质求出$\angle CAB+\angle CBA$的度数，再根据三角形内角和是 180°即可求解；

（2）根据 AD 是$\angle MAB$ 的平分线，AC 平分$\angle OAB$．可知$\angle CAD=90°$，$\angle CAE=90°$，再根据三角形内角和是 180°即可求解

（3）仿照（1）（2）中的计算方法即可得到$\angle ACB=90°+\frac{1}{2}n$，$\angle E=\frac{1}{2}n$．

【解答】解：（1）$\angle ACB$ 的大小不变．

在△AOB中，由∠AOB＝80°，得∠OAB+∠OBA＝100°，

因为AC、BC分别平分∠OAB和∠OBA，

所以∠CAB= $\frac{1}{2}$∠OAB，∠CBA= $\frac{1}{2}$∠OBA，

所以∠CAB+∠CBA= $\frac{1}{2}$（∠OAB+∠OBA）= $\frac{1}{2}$×100°＝50°，

所以∠ACB＝180°－（∠CAB+∠CBA）＝180°－50°＝130°；

（2）∠E的大小不变．

证明：因为AC、AD分别平分∠OAB和∠BAM，

所以∠CAB= $\frac{1}{2}$∠OAB，∠DAB= $\frac{1}{2}$∠BAM，

所以∠CAB+∠DAB= $\frac{1}{2}$（∠OAB+∠BAM）= $\frac{1}{2}$×180°＝90°，

即∠CAD＝90°，

所以∠CAE＝90°，

又由（1）可知∠ACB＝130°，

所以∠ACE＝50°，

在△AEC中，由∠CAE＝90°，∠ACE＝50°，得

∠E＝180°－90°－50°＝40°；

（3）∠ACB＝90°+$\frac{1}{2}n$，∠E= $\frac{1}{2}n$．

理由：因为AC、BC分别平分∠OAB和∠OBA，

所以∠CAB= $\frac{1}{2}$∠OAB，∠CBA= $\frac{1}{2}$∠OBA，

所以∠CAB+∠CBA= $\frac{1}{2}$（∠OAB+∠OBA），

所以∠ACB＝180°－（∠CAB+∠CBA）＝180°－$\frac{1}{2}$（∠OAB+∠OBA）＝180°－$\frac{1}{2}$（180°－∠AOB）＝

$90°+\frac{1}{2}\angle AOB=90°+\frac{1}{2}n$；

因为 BC、AD 分别平分 $\angle OBA$ 和 $\angle BAM$，

所以 $\angle ABE=\frac{1}{2}\angle OBA$，$\angle DAB=\frac{1}{2}\angle BAM$，

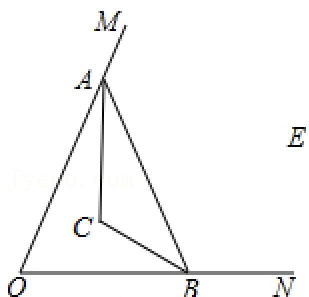
因为 $\angle BAM$ 是 $\triangle ABO$ 的外角，

所以 $\angle O=\angle BAM-\angle ABO$，

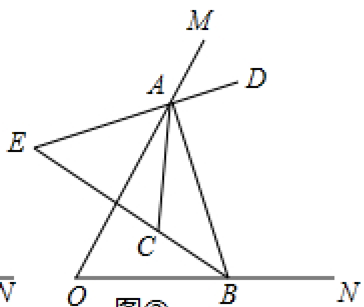
$\because \angle DAB$ 是 $\triangle ABE$ 的外角，

$\therefore \angle E=\angle DAB-\angle ABE=\frac{1}{2}\angle BAM-\frac{1}{2}\angle OBA=\frac{1}{2}(\angle BAM-\angle ABO)=\frac{1}{2}\angle O=\frac{1}{2}n$.

故答案为：$90°+\frac{1}{2}n$，$\frac{1}{2}n$.



图①



图②

【点评】本题考查的是三角形的内角和定理及三角形外角的性质的运用，解答此题的关键是熟知以下知识：①三角形的外角等于与之不相邻的两个内角的和；②三角形的内角和是 180°．