

第3章 代数式

一、字母表示数

字母可以表示任意的数，但在一道题中只能表示一个数。也可以表示特定意义的公式，还可以表示符合条件的某一个数，甚至可以表示具有某些规律的数，总之字母可以简明地将数量关系表示出来。

字母表示数

用字母表示数的意义：有助于概念的本质特征，能使数量的关系变得更加简明，更具有普遍意义。使思维过程简化，易于形成概念系统。

1. 用字母表示数时，数字与字母，字母与字母相乘，中间的乘号可以省略不写；或用“ $\cdot$ ”(点)表示。

2. 字母和数字相乘时，省略乘号，并把数字放到字母前。

3. 出现除式时，用分数表示。

4. 结果含加减运算的，单位要加“（ ）”。

5. 系数是带分数时，带分数要化成假分数。

例如：

乘法分配律： $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

乘法结合律： $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

乘法交换律： $a \cdot b = b \cdot a$

二、代数式

代数式的书写规范：

- (1) 字母与数字或字母与字母相乘时，通常把乘号写成“ $\cdot$ ”或省略不写；
- (2) 除法运算一般以分数的形式表示；
- (3) 字母与数字相乘时，通常把数字写在字母的前面；
- (4) 字母前面的数字是分数的，如果既能写成带分数又能写成假分数，一般写成假分数的形式；
- (5) 如果字母前面的数字是1，通常省略不写。

1、单项式

单项式的概念：如 $-2xy^2$ ， $\frac{1}{3}mn$ ， -1 ，它们都是数与字母的积，像这样的式子叫单项式，单独的一个数或一个字母也是单项式。

要点：

- (1) 单项式包括三种类型：①数字与字母相乘或字母与字母相乘组成的式子；②单独的一个数；③单

独的一个字母.

(2) 单项式中不能含有加减运算, 但可以含有除法运算. 如: $\frac{st}{2}$ 可以写成 $\frac{1}{2}st$. 但若分母中含有字

母, 如 $\frac{5}{m}$ 就不是单项式, 因为它无法写成数字与字母的乘积.

单项式的系数: 单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数.

要点:

- (1) 确定单项式的系数时, 最好先将单项式写成数与字母的乘积的形式, 再确定其系数;
- (2) 圆周率 π 是常数. 单项式中出现 π 时, 应看作系数;
- (3) 当一个单项式的系数是 1 或 -1 时, “1”通常省略不写; (4) 单项式的系数是带分数时, 通常写成

假分数, 如: $1\frac{1}{4}x^2y$ 写成 $\frac{5}{4}x^2y$.

单项式的次数: 一个单项式中, 所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数.

要点: 单项式的次数是计算单项式中所有字母的指数和得到的, 计算时要注意以下两点:

- (1) 没有写指数的字母, 实际上其指数是 1, 计算时不能将其遗漏;
- (2) 不能将数字的指数一同计算.

2、多项式

1. 多项式的概念: 几个单项式的和叫做多项式.

要点: “几个”是指两个或两个以上.

多项式的项: 每个单项式叫做多项式的项, 不含字母的项叫做常数项.

要点:

- (1) 多项式的每一项包括它前面的符号.
- (2) 一个多项式含有几项, 就叫几项式, 如: $6x^2 - 2x - 7$ 是一个三项式.

多项式的次数: 多项式里次数最高项的次数, 叫做这个多项式的次数.

要点:

(1) 多项式的次数不是所有项的次数之和, 而是多项式中次数最高的单项式的次数. (2) 一个多项式中的最高次项有时不止一个, 在确定最高次项时, 都应写出.

升幂排列与降幂排列: 把一个多项式按某一个字母的指数从大到小的顺序排列起来, 叫做把多项式按这个字母降幂排列; 若按某一个字母的指数从小到大的顺序排列起来, 叫做把多项式按这个字母升幂排列.

如: 多项式 $2x^3y^2 - xy^3 + \frac{1}{2}x^2y^4 - 5x^4 - 6$ 是六次五项式, 按 x 的降幂排列为

$-5x^4+2x^3y^2+\frac{1}{2}x^2y^4-xy^3-6$, 在这里只考虑 x 的指数, 而不考虑其它字母; 按 y 的升幂排列为 $-6-5x^4+2x^3y^2-xy^3+\frac{1}{2}x^2y^4$.

要点:

- (1) 重新排列多项式时, 每一项一定要连同它的正负号一起移动;
- (2) 含有两个或两个以上字母的多项式, 常常按照其中某一个字母的升幂排列或降幂排列.

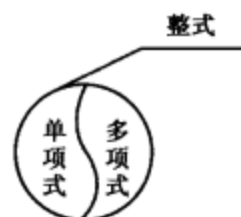
3、整式

单项式与多项式统称为整式.

要点: (1) 单项式、多项式、整式这三者之间的关系如图所示.

即单项式、多项式必是整式, 但反过来就不一定成立.

- (2) 分母中含有字母的式子一定不是整式.



三、代数式的值

用数值代表代数式里的字母, 按照代数式中的运算关系计算得出的结果叫做代数式的值.

在代数式的值的概念中, 实际也指明了求代数式的值的方法. 即

一是代入,

二是计算.

求代数式的值时,

一要弄清楚运算符号

二要注意运算顺序.

在计算时, 要注意按代数式指明的运算进行.

求代数式的值时的注意事项:

- (1) 代数式中的运算符号和具体数字都不能改变.
- (2) 字母在代数式中所处的位置必须搞清楚.
- (3) 如果字母取值是分数时, 作乘方运算必须加上小括号, 将来学了负数后, 字母给出的值是负数也必须加上括号.

四、同类项

定义: 所含字母相同, 并且相同字母的指数也分别相等的项叫做同类项. 几个常数项也是同类项.

要点:

- (1) 判断几个项是否是同类项有两个条件: ①所含字母相同; ②相同字母的指数分别相等, 同时具备这两个条件的项是同类项, 缺一不可.
- (2) 同类项与系数无关, 与字母的排列顺序无关.

(3)一个项的同类项有无数个，其本身也是它的同类项。

五、合并同类项

1. 概念：把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项。

2. 法则：合并同类项后，所得项的系数是合并前各同类项的系数的和，且字母部分不变。

要点：合并同类项的根据是乘法的分配律逆用，运用时应注意：

(1)不是同类项的不能合并，无同类项的项不能遗漏，在每步运算中照抄；

(2)系数相加(减)，字母部分不变，不能把字母的指数也相加(减)。

六、去括号法则

如果括号外的因数是正数，去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相同；

如果括号外的因数是负数，去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相反。

要点：

(1)去括号法则实际上是根据乘法分配律得到的结论：当括号前为“+”号时，可以看作+1与括号内的各项相乘；当括号前为“-”号时，可以看作-1与括号内的各项相乘。

(2)去括号时，首先要弄清括号前面是“+”号，还是“-”号，然后再根据法则去掉括号及前面的符号。

(3)对于多重括号，去括号时可以先去小括号，再去中括号，也可以先去中括号，再去小括号，但是一定要注意括号前的符号。

(4)去括号只是改变式子形式，不改变式子的值，它属于多项式的恒等变形。

七、添括号法则

添括号后，括号前面是“+”号，括到括号里的各项都不变符号；

添括号后，括号前面是“-”号，括到括号里的各项都要改变符号。

要点：

(1)添括号是添上括号和括号前面的符号，也就是说，添括号时，括号前面的“+”号或“-”号也是新添的，不是原多项式某一项的符号“移”出来得到的。

(2)去括号和添括号的关系如下：

如： $a+b-c$ $\xrightarrow[\text{去括号}]{\text{添括号}}$ $a+(b-c)$, $a-b+c$ $\xrightarrow[\text{去括号}]{\text{添括号}}$ $a-(b-c)$

八、整式的加减运算法则

一般地，几个整式相加减，如果有括号就先去括号，然后再合并同类项。

要点：

(1)整式加减的一般步骤是：①先去括号；②再合并同类项。

(2)两个整式相减时，减数一定先要用括号括起来。

(3)整式加减的最后结果的要求：①不能含有同类项，即要合并到不能再合并为止；②一般按照某一字母的降幂或升幂排列；③不能出现带分数，带分数要化成假分数．