

2022-2023 学年七年级下册数学检测卷

第8章《幂的运算》

姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____

一、选择题（共7小题）

1. 计算 $2^{2021} \times (\frac{1}{4})^{1010}$ 的值为（ ）
A. 2^{2021} B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $(\frac{1}{2})^{2021}$
2. 如果 $a = (-99)^0$, $b = (-0.1)^{-1}$, $c = (-\frac{1}{3})^{-2}$, 那么 a 、 b 、 c 的大小关系为（ ）
A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $a > c > b$ D. $c > b > a$
3. 若 $(a^m b^n)^3 = a^9 b^{15}$, 则 m 、 n 的值分别为（ ）
A. 9; 5 B. 3; 5 C. 5; 3 D. 6; 12
4. 已知 $a^m = 3$, $a^n = 2$, 那么 a^{m+n+2} 的值为（ ）
A. 8 B. 7 C. $6a^2$ D. $6+a^2$
5. $(-0.125)^{2018} \times 8^{2019}$ 等于（ ）
A. -8 B. 8 C. 0.125 D. -0.125
6. 下列计算① $(-1)^0 = -1$; ② $(-2)^{-2} = -\frac{1}{4}$; ③ $2a^{-2} = \frac{1}{2a^2}$; ④ 用科学记数法表示 $-0.0000108 = 1.08 \times 10^{-5}$; ⑤ $(-2)^{2011} + (-2)^{2010} = -2^{2010}$. 其中正确的个数是（ ）
A. 3个 B. 2个 C. 1个 D. 0个
7. 下列各项中的两个幂, 其中是同底数幂的是（ ）
A. $-a$ 与 $(-a)$ B. a 与 $(-a)$
C. $-a$ 与 a D. $(a-b)$ 与 $(b-a)$

二、填空题（共8小题）

8. 某球形病毒颗粒直径约为 0.0000001, 将 0.0000001 用科学记数法表示为 _____.
9. 计算 $(-2a^2b)^2 =$ _____.
10. 若 $a^m = 2$, $a^n = 3$, 则 $a^{3m+2n} =$ _____.
11. 若 $(2x-3)^{x+3} - 1 = 0$, 则 $x =$ _____.
12. 计算 $a^6 \div a^2$ 的结果等于 _____.

13. 若 $a+3b-2=0$, 则 $3^a \cdot 27^b =$ _____.

14. 计算: $2^{2018} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{2019} =$ _____.

15. 已学的“幂的运算”有: ①同底数幂的乘法, ②幂的乘方, ③积的乘方. 在“ $(a^2 \cdot a^3)^2 = (a^2)^2 (a^3)^2 = a^4 \cdot a^6 = a^{10}$ ”的运算过程中, 运用了上述幂的运算中的 _____ (按运算顺序填序号).

三、解答题 (共 8 小题)

16. 计算

(1) $(m-n)^2 \cdot (n-m)^3 \cdot (n-m)^4$

(2) $(b^{2n})^3 (b^3)^{4n} \div (b^5)^{n+1}$

(3) $(a^2)^3 - a^3 \cdot a^3 + (2a^3)^2$;

(4) $(-4a^{m+1})^3 \div [2(2a^m)^2 \cdot a]$.

17. (1) 已知 $10^m=4$, $10^n=5$, 求 10^{m+n} 的值.

(2) 如果 $a+3b=4$, 求 $3^a \times 27^b$ 的值.

18. 若 $a^m=a^n$ ($a>0$, $a \neq 1$, m 、 n 都是正整数), 则 $m=n$, 利用上面结论解决下面的问题:

(1) 如果 $2^x \cdot 2^3=32$, 求 x 的值;

(2) 如果 $2 \div 8^x \cdot 16^x=2^5$, 求 x 的值;

(3) 若 $x=5^m-2$, $y=3-25^m$, 用含 x 的代数式表示 y .

19. 如果 $a^b=b$, 那么我们规定 $(a, b)=c$, 例如: 因为 $2^3=8$, 所以 $(2, 8)=3$

(1) 根据上述规定, 填空:

$(3, 27) =$ _____, $(4, 1) =$ _____ $(2, 0.25) =$ _____;

(2) 记 $(3, 5) = a$, $(3, 6) = b$, $(3, 30) = c$. 求证: $a+b=c$.

20. 阅读材料:

(1) 1 的任何次幂都为 1;

(2) -1 的奇数次幂为 -1;

(3) -1 的偶数次幂为 1;

(4) 任何不等于零的数的零次幂为 1.

请问当 x 为何值时, 代数式 $(2x+3)^{x+2016}$ 的值为 1.

21. 已知 a 是大于 1 的实数, 且有 $a^3+a^{-3}=p$, $a^3-a^{-3}=q$ 成立.

(1) 若 $p+q=4$, 求 $p-q$ 的值;

(2) 当 $q^2=2^{2n}+\frac{1}{2^{2n}}-2$ ($n \geq 1$, 且 n 是整数) 时, 比较 p 与 $(a^3+\frac{1}{4})$ 的大小, 并说明理由.

22. 规定两数 a, b 之间的一种运算, 记作 (a, b) ; 如果 $a^c=b$, 那么 $(a, b)=c$. 例如: 因为 $2^3=8$, 所以 $(2, 8)=3$.

(1) 根据上述规定, 填空:

① $(5, 125) = \underline{\hspace{2cm}}$, $(-2, -32) = \underline{\hspace{2cm}}$;

② 若 $(x, \frac{1}{16}) = -4$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 若 $(4, 5) = a$, $(4, 6) = b$, $(4, 30) = c$, 试说明下列等式成立的理由: $a+b=c$.

23. 一般地, n 个相同的因数 a 相乘 $a \cdot a \cdot \dots \cdot a$, 记为 a^n , 如 $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$, 此时, 3 叫做以 2 为底 8 的对数, 记为 $\log_2 8$ (即 $\log_2 8 = 3$). 一般地, 若 $a^n = b$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$, $b > 0$), 则 n 叫做以 a 为底 b 的对数, 记为 $\log_a b$ (即 $\log_a b = n$). 如 $3^4 = 81$, 则 4 叫做以 3 为底 81 的对数, 记为 $\log_3 81$ (即 $\log_3 81 = 4$).

(1) 计算下列各对数的值: $\log_2 4 = \underline{\hspace{2cm}}$; $\log_2 16 = \underline{\hspace{2cm}}$; $\log_2 64 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 观察 (1) 中三数 4、16、64 之间满足怎样的关系式, $\log_2 4$ 、 $\log_2 16$ 、 $\log_2 64$ 之间又满足怎样的关系式;

(3) 由 (2) 的结果, 你能归纳出一个一般性的结论吗?

(4) 根据幂的运算法则: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ 以及对数的含义说明上述结论.

参考答案

幂的运算（提优）

一、选择题（共 7 小题）

1. *C*

【分析】先根据幂的乘方进行计算，再根据积的乘方进行计算，最后求出答案即可．

$$\text{【解答】解：} 2^{2021} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{1010}$$

$$= 2 \times 2^{2020} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{1010}$$

$$= (2^2)^{1010} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{1010} \times 2$$

$$= 4^{1010} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{1010} \times 2$$

$$= \left(4 \times \frac{1}{4}\right)^{1010} \times 2$$

$$= 1^{1010} \times 2$$

$$= 1 \times 2$$

$$= 2.$$

故选：*C*．

【点评】本题考查了幂的乘方与积的乘方和有理数的混合运算，能正确运用积的乘方的逆运算进行计算是解此题的关键．

2. *B*

【分析】根据负整数指数次幂等于正整数指数次幂的倒数，任何非零数的零指数次幂等于 1 求出 *a*、*b*、*c*，然后按照从大到小的顺序排列即可．

$$\text{【解答】解：} a = (-99)^0 = 1,$$

$$b = (-0.1)^{-1} = -10,$$

$$c = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9,$$

所以 $c > a > b$ ．

故选：*B*．

【点评】本题考查了负整数指数次幂等于正整数指数次幂的倒数的性质，零指数幂的定义，是基础题，熟记概念与性质是解题的关键．

3. B

【分析】根据积的乘方法则展开得出 $a^{3m}b^{3n}=a^9b^{15}$ ，推出 $3m=9$ ， $3n=15$ ，求出 m 、 n 即可．

【解答】解：∵ $(a^m b^n)^3 = a^9 b^{15}$ ，

$$\therefore a^{3m} b^{3n} = a^9 b^{15},$$

$$\therefore 3m=9, 3n=15,$$

$$\therefore m=3, n=5,$$

故选：B．

【点评】本题考查了积的乘方的运用，关键是检查学生能否正确运用法则进行计算，题目比较好，但是一道比较容易出错的题目．

4. C

【分析】根据同底数幂相乘，底数不变指数相加的性质的逆用解答即可．

【解答】解： $a^{m+n+2} = a^m \cdot a^n \cdot a^2 = 3 \times 2 \times a^2 = 6a^2$ ．

故选：C．

【点评】本题主要考查同底数幂的乘法，熟练掌握性质并灵活运用是解题的关键．

5. B

【分析】先将原式变形为 $(-0.125)^{2018} \times 8^{2018} \times 8$ ，再根据积的乘方法则进行计算即可．

【解答】解： $(-0.125)^{2018} \times 8^{2019} = (-0.125)^{2018} \times 8^{2018} \times 8 = (-0.125 \times 8)^{2018} \times 8 = 1 \times 8 = 8$ ，

故选：B．

【点评】本题主要考查积的乘方，解题的关键是掌握积的乘方运算法则的逆运算．

6. C

【分析】根据有理数的乘方、负整数指数幂运算及科学记数法等知识对每个计算注意判断得出答案．

【解答】解：① $(-1)^0 = 1 \neq -1$ ，错误；

$$\text{② } (-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4} \neq -\frac{1}{4}, \text{ 错误；}$$

$$\text{③ } 2a^{-2} = \frac{2}{a^2} \neq \frac{1}{2a^2}, \text{ 错误；}$$

$$\text{④ } -0.0000108 = -1.08 \times 10^{-5} \neq 1.08 \times 10^{-5}, \text{ 错误；}$$

$$\text{⑤ } (-2)^{2011} + (-2)^{2010} = (-2)^{2010} \times (-2+1) = -(-2)^{2010} = -2^{2010}, \text{ 正确；}$$

只有⑤正确；

故选：C.

【点评】此题考查的知识点是乘方的运算能力，关键是熟悉运算法则.

7. C

【分析】根据带有负号的数的乘方的书写规范，对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、 $-a$ 的底数是 a ， $(-a)$ 的底数是 $-a$ ，故不是同底数幂；

B、 a 的底数是 a ， $(-a)$ 的底数是 $-a$ ，故不是同底数幂；

C、 $-a$ 的底数是 a ， a 的底数是 a ，故是同底数幂

D、 $(a-b)$ 与 $(b-a)$ 底数互为相反数，故不是同底数幂.

故选：C.

【点评】本题主要考查带有负号的数的乘方的书写规范，良好的书写习惯对学好数学大有帮助.

二. 填空题（共 8 小题）

8. 1×10^{-7}

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： $0.0000001 = 1 \times 10^{-7}$ ，

故答案为： 1×10^{-7} .

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

9. $4a^4b^2$

【分析】直接利用积的乘方运算法则求出答案.

【解答】解： $(-2a^2b)^2 = 4a^4b^2$.

故答案为： $4a^4b^2$.

【点评】此题主要考查了积的乘方运算，正确运用积的乘方运算法则是解题关键.

10. 72

【分析】利用幂的乘方运算法则以及同底数幂的乘法运算法则将原式变形，进而求出答案.

【解答】解： $\because a^m = 2, a^n = 3$,

$$\therefore a^{3m+2n}$$

$$= (a^m)^3 \times (a^n)^2$$

$$= 2^3 \times 3^2$$

$$= 72.$$

故答案为：72.

【点评】此题主要考查了幂的乘方运算以及同底数幂的乘法运算，正确将原式变形是解题关键.

11. -3 或 2 或 1

【分析】根据任何非零数的零次幂等于 1 以及 -1 的偶次幂为 1 计算即可.

【解答】解： $\because (2x-3)^{x+3}-1=0$,

$$\therefore (2x-3)^{x+3}=1,$$

①当 $x+3=0$ ，即 $x=-3$ 时， $(-9)^0=1$ ；

②当 $2x-3=1$ ，即 $x=2$ 时， $1^5=1$ ；

③当 $2x-3=-1$ ，即 $x=1$ 时， $(-1)^4=1$ ；

故答案为 -3 或 2 或 1.

【点评】本题主要考查了零次幂和 -1 的偶次幂，熟记相关定义是解答本题的关键.

12. a^4

【分析】同底数幂的除法法则：同底数幂相除，底数不变，指数相减，据此求解即可.

【解答】解： $a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$.

故答案为： a^4 .

【点评】此题主要考查了同底数幂的除法法则：同底数幂相除，底数不变，指数相减，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①底数 $a \neq 0$ ，因为 0 不能做除数；②单独的一个字母，其指数是 1，而不是 0；③应用同底数幂除法的法则时，底数 a 可是单项式，也可以是多项式，但必须明确底数是什么，指数是什么.

13. 9

【分析】根据幂的乘方运算以及同底数幂的乘法运算法则得出即可.

【解答】解： $\because a+3b-2=0$,

$$\therefore a+3b=2,$$

$$\text{则 } 3^a \cdot 27^b = 3^a \times 3^{3b} = 3^{a+3b} = 3^2 = 9.$$

故答案为：9

【点评】此题主要考查了幂的乘方与同底数幂的乘法运算，熟练掌握运算法则是解题关键.

14. $-\frac{1}{2}$

【分析】(1) 幂的乘方法则：底数不变，指数相乘。 $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 是正整数)；(2) 积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。 $(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数)。

【解答】解：原式 $=2^{2018} \cdot (-\frac{1}{2})^{2018} \cdot (-\frac{1}{2})$

$$=[2 \times (-\frac{1}{2})]^{2018} \cdot (-\frac{1}{2})$$

$$=(-1)^{2018} \cdot (-\frac{1}{2})$$

$$=-\frac{1}{2}.$$

故答案为 $-\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了积的乘方与幂的乘方，熟练运用公式是解题的关键.

15. ③②①

【分析】根据同底数幂的乘法，幂的乘方，积的乘方，可得答案.

【解答】解：①同底数幂的乘法，②幂的乘方，③积的乘方. 在“ $(a^2 \cdot a^3)^2 = (a^2)^2 (a^3)^2 = a^4 \cdot a^6 = a^{10}$ ”的运算过程中，运用了上述幂的运算中的③②①，

故答案为：③②①.

【点评】本题考查了幂的乘方，熟记同底数幂的乘法，幂的乘方，积的乘方是解题关键.

三. 解答题 (共 8 小题)

16.

【分析】(1) 根据同底数幂的乘法计算即可；

(2) 根据幂的乘方和同底数幂的除法计算即可；

(3) 根据幂的乘方、同底数幂的乘法和合并同类项解答即可；

(4) 根据积的乘方和同底数幂的除法计算即可.

【解答】解：(1) $(m-n)^2 \cdot (n-m)^3 \cdot (n-m)^4$

$$= (n-m)^{2+3+4},$$

$$= (n-m)^9;$$

(2) $(b^{2n})^3 (b^3)^{4n} \div (b^5)^{n+1}$

$$= b^{6n} \cdot b^{12n} \div b^{5n+5}$$

$$= b^{6n+12n-5n-5}$$

$$= b^{13n-5};$$

(3) $(a^2)^3 - a^3 \cdot a^3 + (2a^3)^2$

$$=a^6 - a^6 + 4a^6$$

$$=4a^6;$$

$$(4) (-4a^{m+1})^3 \div [2(2a^m)^2 \cdot a]$$

$$= -64a^{3m+3} \div 8a^{2m+1}$$

$$= -8a^{m+2}$$

【点评】此题考查了整式的混合运算，涉及的知识有：同底数幂的乘法（除法）运算法则，积的乘方及幂的乘方运算法则以及合并同类项法则，熟练掌握法则是解本题的关键．

17.

【分析】根据同底数幂的乘法，可得答案．

【解答】解：（1） $10^m \cdot 10^n = 10^m \cdot 10^n = 5 \times 4 = 20$ ；

（2） $3^a \times 27^b = 3^a \times 3^{3b} = 3^{a+3b} = 3^4 = 81$ ．

【点评】本题考查了同底数幂的乘法，熟记法则并根据法则计算是解题关键．

18.

【分析】根据幂的乘方与积的乘方进行计算即可．

【解答】解：（1） $\because 2^x \cdot 2^3 = 32$,

$$\therefore 2^{x+3} = 2^5,$$

$$\therefore x+3=5,$$

$$\therefore x=2;$$

（2） $\because 2 \div 8^x \cdot 16^x = 2^5$,

$$\therefore 2 \div 2^{3x} \cdot 2^{4x} = 2^5,$$

$$\therefore 2^{1-3x+4x} = 2^5,$$

$$\therefore 1+x=5,$$

$$\therefore x=4;$$

（3） $\because x = 5^m - 2$,

$$\therefore 5^m = x+2,$$

$$\therefore y = 3 - 25^m,$$

$$\therefore y = 3 - (5^m)^2,$$

$$\therefore y = 3 - (x+2)^2 = -x^2 - 4x - 1.$$

【点评】本题考查幂的乘方与积的乘方，掌握幂的乘方与积的乘方的运算性质是正确计算的前提．

19.

【分析】（1）根据已知和同底数的幂法则得出即可；

(2) 根据已知得出 $3^a=5$, $3^b=6$, $3^c=30$, 求出 $3^a \times 3^b=30$, 即可得出答案.

【解答】解: (1) $(3, 27)=3$, $(4, 1)=0$, $(2, 0.25)=-2$,

故答案为: 3, 0, -2;

(2) 证明: $\because (3, 5)=a$, $(3, 6)=b$, $(3, 30)=c$,

$\therefore 3^a=5$, $3^b=6$, $3^c=30$,

$\therefore 3^a \times 3^b=30$,

$\therefore 3^a \times 3^b=3^c$,

$\therefore a+b=c$.

【点评】本题考查了同底数幂的乘法, 有理数的混合运算等知识点, 能灵活运用同底数幂的乘法法则进行变形是解此题的关键.

20.

【分析】分为 $2x+3=1$, $2x+3=-1$, $x+2016=0$ 三种情况求解即可.

【解答】解: ①当 $2x+3=1$ 时, 解得: $x=-1$, 此时 $x+2016=2015$, 则 $(2x+3)^{x+2016}=1^{2015}=1$, 所以 $x=-1$ 符合题意.

②当 $2x+3=-1$ 时, 解得: $x=-2$, 此时 $x+2016=2014$, 则 $(2x+3)^{x+2016}=(-1)^{2014}=1$, 所以 $x=-2$ 符合题意.

③当 $x+2016=0$ 时, $x=-2016$, 此时 $2x+3=-4029$, 则 $(2x+3)^{x+2016}=(-4029)^0=1$, 所以 $x=-2016$ 符合题意.

综上所述, 当 $x=-1$, 或 $x=-2$, 或 $x=-2016$ 时, 代数式 $(2x+3)^{x+2016}$ 的值为 1.

【点评】本题主要考查的是零指数幂的性质、有理数的乘方, 分类讨论是解题的关键.

21.

【分析】(1) 根据已知条件可得 $a^3=2$, 代入可求 $p-q$ 的值;

(2) 根据作差法得到 $p-(a^3+\frac{1}{4})=2^{-n}-\frac{1}{4}$, 分三种情况: 当 $n=1$ 时; 当 $n=2$ 时; 当 $n \geq 3$ 时进行讨论即可求解.

【解答】解: (1) $\because a^3+a^{-3}=p$ ①, $a^3-a^{-3}=q$ ②,

$\therefore$ ①+②得, $2a^3=p+q=4$,

$\therefore a^3=2$;

①-②得, $p-q=2a^{-3}=\frac{2}{a^3}=1$.

$$(2) \because q^2 = 2^{2n} + \frac{1}{2^{2n}} - 2 \quad (n \geq 1, \text{且 } n \text{ 是整数}),$$

$$\therefore q^2 = (2^n - 2^{-n})^2,$$

$$\therefore q = 2^n - 2^{-n},$$

$$\text{又由 (1) 中 ①+② 得 } 2a^3 = p+q, \quad a^3 = \frac{1}{2}(p+q),$$

$$\text{①-② 得 } 2a^{-3} = p-q, \quad a^{-3} = \frac{1}{2}(p-q),$$

$$\therefore p^2 - q^2 = 4,$$

$$p^2 = q^2 + 4 = (2^n + 2^{-n})^2,$$

$$\therefore p = 2^n + 2^{-n},$$

$$\therefore a^3 + a^{-3} = 2^n + 2^{-n} \text{ ③},$$

$$a^3 - a^{-3} = 2^n - 2^{-n} \text{ ④},$$

$$\therefore \text{③+④ 得 } 2a^3 = 2 \times 2^n,$$

$$\therefore a^3 = 2^n,$$

$$\therefore p - (a^3 + \frac{1}{4}) = 2^n + 2^{-n} - 2^n - \frac{1}{4} = 2^{-n} - \frac{1}{4},$$

$$\text{当 } n=1 \text{ 时, } p > a^3 + \frac{1}{4};$$

$$\text{当 } n=2 \text{ 时, } p = a^3 + \frac{1}{4};$$

$$\text{当 } n \geq 3 \text{ 时, } p < a^3 + \frac{1}{4}.$$

【点评】考查了负整数指数幂： $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数)，关键是加减消元法和作差法的熟练掌握。

22.

【分析】根据新定义的运算和表示方法，依据幂的乘方与积的乘方进行计算即可。

【解答】解：(1) ①因为 $5^3 = 125$ ，所以 $(5, 125) = 3$ ；

因为 $(-2)^5 = -32$ ，所以 $(-2, -32) = 5$ ；

②由新定义的运算可得，

$$x^{-4} = \frac{1}{16},$$

$$\text{因为 } (\pm 2)^{-4} = \frac{1}{(\pm 2)^4} = \frac{1}{16},$$

所以 $x = \pm 2$,

故答案为：①3, 5；② ± 2 ；

(2) 因为 $(4, 5) = a$, $(4, 6) = b$, $(4, 30) = c$,

所以 $4^a = 5$, $4^b = 6$, $4^c = 30$,

因为 $5 \times 6 = 30$,

所以 $4^a \cdot 4^b = 4^c$,

所以 $a + b = c$.

【点评】本题考查幂的乘方与积的乘方，掌握幂的乘方与积的乘方的运算性质是正确计算的前提，理解新定义的运算是解决问题的关键.

23.

【分析】(1) 根据题中给出已知概念，可得出答案.

(2) 观察可得：三数 4, 16, 64 之间满足的关系式为： $\log_2 4 + \log_2 16 = \log_2 64$.

(3) 通过分析，可知对数之和等于底不变，各项 b 值之积；

(4) 首先可设 $M = a^m$, $N = a^n$ ，再根据幂的运算法则： $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ 以及对数的含义证明结论.

【解答】解：(1) $\log_2 4 = 2$; $\log_2 16 = 4$; $\log_2 64 = 6$,

故答案为：2; 4; 6;

(2) $\because 4 \times 16 = 64$,

$$\therefore \log_2 4 + \log_2 16 = \log_2 64;$$

(3) $\log_a M + \log_a N = \log_a MN$;

(4) 设 $M = a^m$, $N = a^n$,

$$\therefore \log_{a^{a^m}} = m, \log_{a^{a^n}} = n,$$

$$\log_{a^{a^{m+n}}} = m+n,$$

$$\therefore \log_{a^m} + \log_{a^n} = \log_{a^{m+n}},$$

$$\therefore \log_{a^M} + \log_{a^N} = \log_{a^{MN}}.$$

【点评】本题是开放性的题目，难度较大，借考查对数，实际考查学生对指数的理解、掌握的程度；要求学生不但能灵活、准确的应用其运算法则，还要会类比、归纳，推测出对数应有的性质．