

备战 2023 年中考考前冲刺全真模拟卷（南京）

数学试卷

本卷满分 120 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

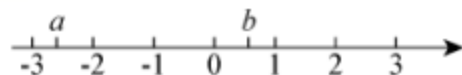
1. 要使式子 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x < 2$ D. $x \leq 2$

2. 下列计算正确的是（ ）

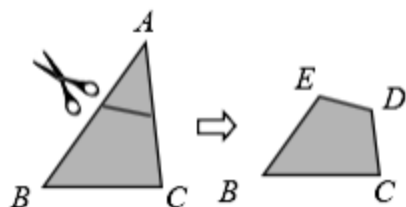
- A. $a^2 \cdot a^6 = a^8$ B. $a^8 \div a^4 = a^2$
C. $2a^2 + 3a^2 = 6a^4$ D. $(-3a)^2 = -9a^2$

3. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



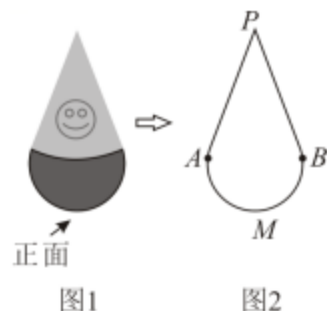
- A. $a > -2$ B. $|a| > b$ C. $a + b > 0$ D. $b - a < 0$

4. 如图，将三角形纸片剪掉一角得四边形，设 $\triangle ABC$ 与四边形 $BCDE$ 的外角和的度数分别为 α ， β ，则正确的是（ ）



- A. $\alpha - \beta = 0$ B. $\alpha - \beta < 0$
C. $\alpha - \beta > 0$ D. 无法比较 α 与 β 的大小

5. 某款“不倒翁”（图 1）的主视图是图 2， PA, PB 分别与 $\square AMB$ 所在圆相切于点 A, B ．若该圆半径是 9cm， $\angle P = 40^\circ$ ，则 $\square AMB$ 的长是（ ）



- A. 11π cm B. $\frac{11}{2}\pi$ cm C. 7π cm D. $\frac{7}{2}\pi$ cm

6.如图,用绳子围成周长为 的矩形,记矩形的一边长为 ,它的邻边长为 ,矩形的面积为 .当在一定范围内变化时, 和 都随 的变化而变化,则 与 与 满足的函数关系分别是 ()

- A. 一次函数关系, 二次函数关系 B. 反比例函数关系, 二次函数关系
C. 一次函数关系, 反比例函数关系 D. 反比例函数关系, 一次函数关系

二、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分.)

7. _____; _____.

8.计算 _____ 的结果等于_____.

9.方程 _____ 有两个相等的实数根, 则 m 的值为_____.

10.如图, 点 B、F、C、E 在一条直线上, $AB \parallel ED$, $AC \parallel FD$, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 还需添加一个条件是_____. (只需添一个)

11.在平面直角坐标系中, 将点 _____ 向下平移 5 个单位长度得到点 _____, 若点 _____ 恰好在反比例函数的图像上, 则 _____ 的值是_____.

12.如图, 从一个边长是 _____ 的正五边形纸片上剪出一个扇形, 这个扇形的面积为_____ (用含 _____ 的代数式表示)

13.根据物理学规律, 如果不考虑空气阻力, 以 _____ 的速度将小球沿与地面成 _____ 角的方向击出, 小球的飞行高度 h (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间的函数关系是 _____, 当飞行时间 t 为_____s 时, 小球达到最高点.

14.如图, AB 是 _____ 的直径, 弦 CD 交 AB 于点 E , 连接 AC , AD . 若 _____, 则 _____°.

15. 如图所示的象棋盘中，各个小正方形的边长均为 1. “马”从图中的位置出发，不走重复路线，按照“马走日”的规则，走两步后的落点与出发点间的最短距离为_____.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$. 用一条始终绷直的弹性染色线连接 A ， B 从起始位置（点 A 与点 B 重合）平移至终止位置（点 A 与点 C 重合），且斜边 BC 始终在线段 BC 上，则 $\triangle ABC$ 的外部被染色的区域面积是_____.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分.）

17.（7 分）计算：

18.（7 分）解不等式组：

19.（8 分）已知 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ ，求 $\frac{x+y}{xy}$ 的值.

20.（8 分）已知：如图，点 A 、 B 、 C 、 D 在一条直线上，且 $AB = 3$ ， $BC = 4$ ， $CD = 5$. 求 AD 的长.

证：_____.

21. (8分) 某公司要在甲、乙两人中招聘一名职员，对两人的学历、能力、经验这三项进行了测试，各项满分均为10分，成绩高者被录用. 图1是甲、乙测试成绩的条形统计图.

(1) 分别求出甲、乙三项成绩之和，并指出会录用谁；

(2) 若将甲、乙的三项测试成绩，按照扇形统计图(图2)各项所占之比，分别计算两人各自的综合成绩，并判断是否会改变(1)的录用结果.

22. (8分) 某社区举行新冠疫情防控核酸检测大演练，卫生防疫部门在该社区设置了三个核酸检测点A、B、C，甲、乙两人任意选择一个检测点参加检测. 求甲、乙两人不在同一检测点参加检测的概率. (用画树状图或列表的方法求解)

23. (8分) 2022年6月5日，“神舟十四号”载人航天飞船搭载“明星”机械臂成功发射. 如图是处于工作状态的某型号手臂机器人示意图，_____是垂直于工作台的移动基座，_____、_____为机械臂，_____m，_____m，_____. 机械臂端点_____到工作台的距离_____m.

(1)求 、 两点之间的距离；

(2)求 长.

(结果精确到 $0.1m$, 参考数据: , , ,)

24. (8分) 小丽从甲地匀速步行去乙地, 小华骑自行车从乙地匀速前往甲地, 同时出发, 两人离甲地的距离 (m) 与出发时间 (min) 之间的函数关系如图所示.

(1)小丽步行的速度为_____m/min;

(2)当两人相遇时, 求他们到甲地的距离.

25. (8分) 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, D 为 BA 的延长线上一点, 连接 CD .

(1)如图 1, 若 $CO \perp AB$, $\angle D = 30^\circ$, $OA = 1$, 求 AD 的长;

(2)如图 2, 若 DC 与 $\odot O$ 相切, E 为 OA 上一点, 且 $\angle ACD = \angle ACE$, 求证: $CE \perp AB$.

26. (9分) 如图, 点 P 在抛物线 $C: y = -x^2 + 2x + 3$ 上, 且在 C 的对称轴右侧.

(1) 写出 C 的对称轴和 y 的最大值, 并求 a 的值;

(2) 坐标平面上放置一透明胶片, 并在胶片上描画出点 P 及 C 的一段, 分别记为 l_1 和 l_2 . 平移该胶片, 使 l_1 所在抛物线对应的函数恰为 $y = -x^2 + 2x + 3$. 求点 P 移动的最短路程.

27. (10分) 【经典回顾】

梅文鼎是我国清初著名的数学家, 他在《勾股举隅》中给出多种证明勾股定理的方法图 1 是其中一种方法的示意图及部分辅助线.

在图 1 中, $ABCD$ 是正方形, 四边形 $AEFG$ 、 $GHMN$ 和 $NPQR$ 分别是以 AB 、 BC 、 CD 的三边为一边的正方形. 延长 AB 和 CD , 交于点 S , 连接 AS 并延长交 EF 于点 T , 交 GH 于点 U , 延长 CD 交 NP 于点 V .

(1) 证明: $AS \perp TS$;

(2) 证明: 正方形 $AEFG$ 的面积等于四边形 $GHMN$ 的面积;

(3) 请利用 (2) 中的结论证明勾股定理.

(4) 【迁移拓展】

如图 2, 四边形 $AEFG$ 和 $GHMN$ 分别是以 AB 、 BC 的两边为一边的平行四边形, 探索在 AB 下方是否存在平行四边形 $NPQR$, 使得该平行四边形的面积等于平行四边形 $AEFG$ 、 $GHMN$ 的面积之和. 若存在, 作出满足条件的平行四边形 $NPQR$ (保留适当的作图痕迹); 若不存在, 请说明理由.

参考答案

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、B

【解析】解：根据题意，得

，
解得 ．

故选：B．

2、A

【解析】解：A. $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1$ ，故该选项正确，符合题意；

B. $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$ ，故该选项不正确，不符合题意；

C. $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ ，故该选项不正确，不符合题意；

D. $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ ，故该选项不正确，不符合题意；

故选 A.

3、B

【解析】解：由数轴及题意可得： $a < -1$ ， $b > 1$ ，

$\therefore a + b > 0$ ，

$\therefore$ 只有 B 选项正确，

故选 B．

4、A

【解析】解： $\because$ 多边形的外角和为 360° ，

$\therefore \triangle ABC$ 与四边形 $BCDE$ 的外角和 与 均为 360° ，

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

故选：A．

5、A

【解析】解：如图，

PA, PB 分别与 $\odot O$ 所在圆相切于点 A, B .

连接 OA, OB ，
 $\angle P = 40^\circ$ ，
则 $\angle AOB =$ _____，

该圆半径是 9cm ，

_____ cm ，

故选：A.

6、A

【解析】解：由题意得：

_____，整理得：_____，
_____，

$\therefore y$ 与 x 成一次函数的关系， S 与 x 成二次函数的关系；

故选 A.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分.）

7、2 -2

【解析】解：_____ 2；

_____ -2.

故答案为 2，-2.

8. 计算 _____ 的结果等于_____.

【答案】18

【解析】解：_____，

故答案为：18.

9、1

【解析】解：∵关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4m = 4 - 4m = 0,$$

解得： $m=1$ ．

故答案为：1．

10、BC=EF 或 AB=DE 或 AC=DF（填一个）

【解析】解：∵ $AB \parallel ED$ ， $AC \parallel FD$ ，

$$\therefore \angle B = \angle E, \angle ACB = \angle DFE,$$

∴任意添加一组对应边相等即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，

故可添加 $BC=EF$ 或 $AB=DE$ 或 $AC=DF$ ，

故答案为 $BC=EF$ 或 $AB=DE$ 或 $AC=DF$ （填一个）．

11、

【解析】将点 $A(1, 2)$ 向下平移 5 个单位长度得到点 $B(1, -3)$ ，则

∵点 B 恰好在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上，

$$\therefore -3 = \frac{k}{1},$$

故答案为：-3．

12、

【解析】解：∵五边形 $ABCDE$ 为正五边形， $\angle A = 108^\circ$ ，

∴ $\angle A$ 所对的扇形的圆心角为 108° ，这个扇形的面积为： $\frac{108}{360} \times \pi \times 2^2 = \frac{4}{5}\pi$ ，

设圆锥的底面圆半径为 r ，则直径为： $2r$ ，则：

$$2\pi r = 2\pi \times 2 \times \frac{4}{5},$$

$$\therefore r = \frac{4}{5}.$$

故答案为： $\frac{4}{5}$ ．

13、2

【解析】根据题意，有 $y = -x^2 + 4x - 3$ ，

当 $x = 2$ 时， y 有最大值．

故答案为：2．

14、62

【解析】解：连接 AC ，

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，

∴ $\angle ACB = 90^\circ$ ，

∴ $\angle ACD = 90^\circ - \angle BCD$ ，

∴ $\angle ACD = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$ ，

故答案为：62

15、

【解析】解：如下图所示：

马第一步往外跳，可能的落点为 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 点，

第二步往回跳，但路线不与第一步的路线重合，这样走两步后的落点与出发点距离最短，

比如，第一步马跳到 A 点位置，第二步在从 A 点跳到 G 点位置，此时落点与出发点的距离最短为 2 ，

故答案为：2

16、21

【解析】解：过点 A 作 $AD \perp BC$ 的垂线交于 D ，同时在图上标出 D 点，如下图所示：

∵ $AD \perp BC$ ，

∴ $\angle ADB = 90^\circ$ ，

∴ $\angle ACD = 90^\circ - \angle BCD$ ，

∴ $\angle ACD = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$ ，

故答案为：62

$\therefore \angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ， $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，
 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\therefore \angle C = 75^\circ$ ，
 $\therefore \angle D = 75^\circ$ ， $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，
 $\therefore AB = CD$ ， $BC = AD$ ， $\therefore$ 解得： $AB = 2$ ， $BC = 1$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $2 \times 1 = 2$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的外部被染色的区域面积为 $21 - 2 = 19$ ，
 同理可证： $\triangle ADE$ 的面积也为 2，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的外部被染色的区域面积为 $21 - 2 - 2 = 17$ ，
 故答案为：21.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分.）

17、4

【解析】解：

$\therefore \angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ， $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，
 $\therefore AB = CD$ ， $BC = AD$ ， $\therefore$ 解得： $AB = 2$ ， $BC = 1$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $2 \times 1 = 2$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的外部被染色的区域面积为 $21 - 2 = 19$ ，
 同理可证： $\triangle ADE$ 的面积也为 2，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的外部被染色的区域面积为 $21 - 2 - 2 = 17$ ，
 故答案为：21.

18、

$\therefore \angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ， $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，
 $\therefore AB = CD$ ， $BC = AD$ ， $\therefore$ 解得： $AB = 2$ ， $BC = 1$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $2 \times 1 = 2$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的外部被染色的区域面积为 $21 - 2 = 19$ ，
 同理可证： $\triangle ADE$ 的面积也为 2，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的外部被染色的区域面积为 $21 - 2 - 2 = 17$ ，
 故答案为：21.

由①可得： $AB = 2$ ， $BC = 1$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $2 \times 1 = 2$ ，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的外部被染色的区域面积为 $21 - 2 = 19$ ，
 同理可证： $\triangle ADE$ 的面积也为 2，
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的外部被染色的区域面积为 $21 - 2 - 2 = 17$ ，
 故答案为：21.

由②可得： $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{2}$ ，

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $\frac{1}{2} \leq x < 2$ ．

19、 $\frac{1}{2}$ ， 3

【解析】原式

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$$

$$\because \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{x-2+x}{x(x-2)} = \frac{2x-2}{x(x-2)} = \frac{2}{x}$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$$

$\therefore$ 原式

$$= \frac{2}{x} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$$

20、见解析

【解析】证明： $\because \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$$

$\therefore$ 在 $\frac{a}{b}$ 和 $\frac{a+c}{b+d}$ 中 $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$ ，

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$$

21、(1)甲；(2)乙

【解析】(1) 解：甲三项成绩之和为：9+5+9=23；

乙三项成绩之和为：8+9+5=22；

$$\therefore 23 > 22$$

录取规则是分高者录取，所以会录用甲．

(2) “能力”所占比例为： $\frac{3}{3+2+1} = \frac{1}{2}$ ；

“学历”所占比例为： $\frac{2}{3+2+1} = \frac{2}{6}$ ；

“经验”所占比例为： $\frac{1}{3+2+1} = \frac{1}{6}$ ；

$\therefore$ “能力”、“学历”、“经验”的比为 3：2：1；

甲三项成绩加权平均为：_____；

乙三项成绩加权平均为：_____；

$\therefore 8 > 7$

所以会录用乙．

$\therefore$ 会改变录用结果

22、

【解析】解：画树状图如下：

由图可知，共有 9 种等可能的结果，其中甲、乙两人不在同一检测点参加检测的结果有 6 种，故甲、乙两人不在同一检测点参加检测的概率为_____．

23、(1)6.7m；(2)4.5m

【解析】(1) 解：如图 2，连接_____，过点_____作_____，交_____的延长线于_____．

在_____中，_____，

_____，所以_____，

_____，所以_____，

在_____中，_____m，_____m，

根据勾股定理得_____m，

答：_____、_____两点之间的距离约 6.7m．

(2) 如图 2，过点 P 作 $PQ \perp AC$ ，垂足为 Q ，

则四边形 $PQED$ 为矩形， $DE = PQ = 4.5$ m， $PD = EQ$ ，
所以 $AD = AE + DE = 4.5 + 4.5 = 9$ m，
在 $\triangle ADP$ 中， $AD = 9$ m， $PD = 4.5$ m，
根据勾股定理得 $AP = \sqrt{AD^2 + PD^2} = \sqrt{9^2 + 4.5^2} = 10$ m.

答： AP 的长为 4.5m.

24、(1)80；(2)960m

【解析】(1) 解：由图象可知，小丽步行 30 分钟走了 2400 米，
小丽的速度为： $2400 \div 30 = 80$ (m/min)，
故答案为： 80.

(2) 解法 1：小丽离甲地的距离 y (m) 与出发时间 x (min) 之间的函数表达式是 $y = 80x$ ，
小华离甲地的距离 y (m) 与出发时间 x (min) 之间的函数表达式是 $y = 60(x - 10)$ ，
两人相遇即 $80x = 60(x - 10)$ 时，
解得 $x = 15$ ，
当 $x = 15$ 时， $y = 80 \times 15 = 1200$ (m).

答：两人相遇时离甲地的距离是 960m.

解法 2：设小丽与小华经过 x min 相遇，
由题意得 $80x = 60(x - 10)$ ，解得 $x = 15$ ，
所以两人相遇时离甲地的距离是 $80 \times 15 = 1200$ m.

答：两人相遇时离甲地的距离是 960m.

25、(1) $100\sqrt{3}$ ；(2)见解析

【解析】(1) 解：∵ $OA=1=OC$ ， $CO \perp AB$ ， $\angle D=30^\circ$

$$\therefore CD=2 \cdot OC=2$$

∴ $\angle ACD=60^\circ$ ；∴ $\angle OCA=30^\circ$

(2) 证明：∵ DC 与 $\odot O$ 相切，∴ $OC \perp CD$ ，即 $\angle ACD + \angle OCA = 90^\circ$

$$\because OC=OA, \therefore \angle OCA=\angle OAC$$

$$\because \angle ACD=\angle ACE, \therefore \angle OAC+\angle ACE=90^\circ, \therefore \angle AEC=90^\circ$$

$$\therefore CE \perp AB$$

26、(1)对称轴为直线 $x=1$ ， a 的最大值为 4， b ；(2)5

【解析】(1) $y=a(x-1)^2+b$ ，

∴对称轴为直线 $x=1$ ，

$$\because a < 0,$$

∴抛物线开口向下，有最大值，即 a 的最大值为 4，

把 $x=1$ 代入 $y=a(x-1)^2+b$ 中得：

$$b=5-a$$

解得： $a=4$ 或 $a=0$ ，

∵点 C 在 C 的对称轴右侧，

$$\therefore a=4$$
；

(2) ∵ $y=a(x-1)^2+b$ ，

∴ $y=4(x-1)^2+1$ 是由 $y=4x^2+1$ 向左平移 3 个单位，再向下平移 4 个单位得到，

平移距离为 $\sqrt{3^2+4^2}=5$ ，

∴ P 移动的最短路程为 5.

27、(1)见解析；(2)见解析；(3)见解析；(4)存在，见解析

【解析】(1) 证明：如图1，连接 HG ，

$\therefore$ 四边形 $ACHI$, $ABED$ 和 $BCGF$ 是正方形,
 $\therefore AC=CH$, $BC=CG$, $\angle ACH=\angle BCG=90^\circ$, $AB=AD$,
 $\therefore \angle ACB=90^\circ$, $\therefore \angle GCH=360^\circ-90^\circ-90^\circ-90^\circ=90^\circ$,
 $\therefore \angle GCH=\angle ACB$, $\therefore \triangle ACB \cong \triangle HCG$ (SAS), $\therefore GH=AB=AD$,
 $\therefore \angle GCH=\angle CHI=\angle CGL=90^\circ$, $\therefore$ 四边形 $CGLH$ 是矩形,
 $\therefore CL=GH$, $\therefore AD=LC$;

(2) 证明: $\therefore \angle CAI=\angle BAM=90^\circ$, $\therefore \angle BAC=\angle MAI$,
 $\therefore AC=AI$, $\angle ACB=\angle I=90^\circ$, $\therefore \triangle ABC \cong \triangle AMI$ (ASA),
 由 (1) 知: $\triangle ACB \cong \triangle HCG$, $\therefore \triangle AMI \cong \triangle HGC$,
 $\therefore$ 四边形 $CGLH$ 是矩形, $\therefore S_{\triangle CHG}=S_{\triangle CHL}$, $\therefore S_{\triangle AMI}=S_{\triangle CHL}$,
 $\therefore$ 正方形 $ACHI$ 的面积等于四边形 $ACLM$ 的面积;

(3) 证明: 由正方形 可得 ,
 又 , 所以四边形 是平行四边形,
 由 (2) 知, 四边形 是平行四边形,
 由 (1) 知, ,
 所以 ,
 延长 交 于 ,
 同理有 ,
 所以 .
 所以 .

(4) 解: 如图为所求作的平行四边形 .

