

八年级上册数学第3章勾股定理测试卷

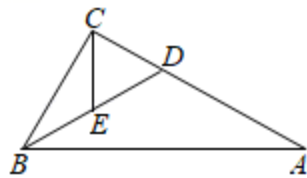
姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____

一、选择题（每小题3分，共18分）

1. 已知直角三角形的两条边长分别是3和4，那么这个三角形的第三条边的长为（ ）

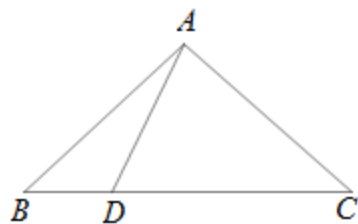
- A. 5 B. 25 C. $\sqrt{7}$ D. 5或 $\sqrt{7}$

2. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ 交边 AC 于点 D ， E 为 BD 的中点，若 $BC=2\sqrt{3}$ ，则 CE 的长为（ ）



- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3

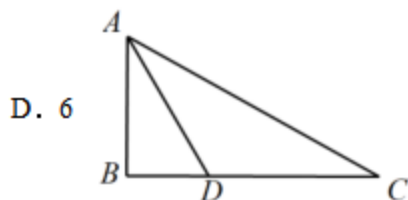
3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=5$ ， $BC=8$ ， D 是线段 BC 上的动点(不含端点 B ， C)。若线段 AD 长为正整数，则点 D 的个数共有（ ）



- A. 5个 B. 4个 C. 3个 D. 2个

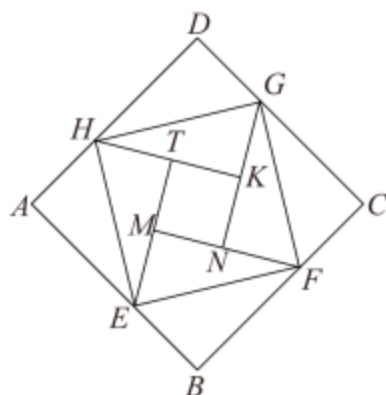
4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $AC=5$ ， AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线，则 $\triangle ABD$ 的面积为（ ）

- A. 3 B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{9}{2}$

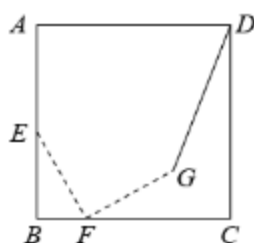


5. 我国汉代数学家赵爽为了证明勾股定理，创制了一幅“弦图”，后人称其为“赵爽弦图”。如图是由弦图变化得到，它是由八个全等的直角三角形拼接而成。记图中正方形 $ABCD$ ，正方形 $EFGH$ ，正方形 $MNKT$ 的面积分别为 S_1, S_2, S_3 ，若 $S_1 + S_2 + S_3 = 24$ ，则 S_2 的值是（ ）

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12



第5题图



第6题图

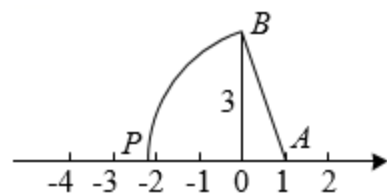
6. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=4$, E 为 AB 边上一点, 点 F 在 BC 边上, 且 $BF=1$, 将点 E 绕着点 F 顺时针旋转 90° 得到点 G , 连接 DG , 则 DG 的长的最小值为 ()

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. $\sqrt{10}$

二、填空题 (每小题 2 分, 共 20 分)

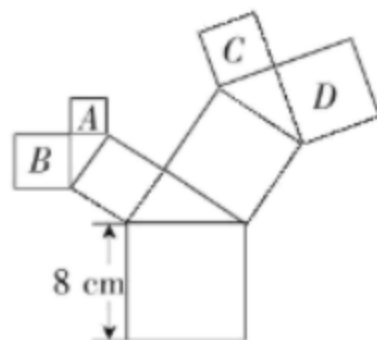
7. 一直角三角形的斜边长比直角边长大 2, 另一直角边长为 6, 则斜边长为_____.

8. 如图, 点 P 是以 A 为圆心, AB 为半径的圆弧与数轴的交点, 则数轴上点 P 表示的实数是_____.

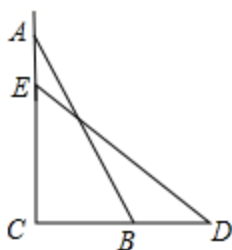


9. 已知 x, y 为直角三角形的两边且满足 $\sqrt{x-3} + (x-y+1)^2 = 0$, 则该直角三角形的第三边为_____.

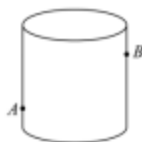
10. 如图, 所有的四边形都是正方形, 所有的三角形都是直角三角形, 其中最大的正方形的边长为 8 cm, 正方形 A 的面积是 10cm^2 , B 的面积是 11cm^2 , C 的面积是 13cm^2 , 则 D 的面积为_____ cm^2 .



11. 如图, 一个梯子 AB 长 2.5 米, 顶端 A 靠在墙 AC 上, 这时梯子下端 B 与墙角 C 距离为 0.7 米, 梯子滑动后停在 DE 的位置上, 测得 BD 长为 0.8 米, 求梯子顶端 A 下落了_____米.



第 11 题图

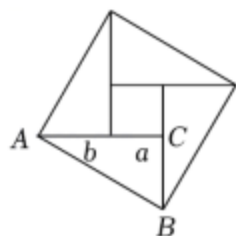


第 12 题图

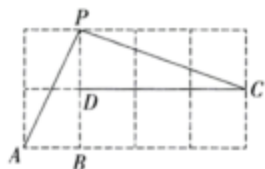
12. 如图，圆柱形玻璃容器高 12cm，底面周长为 24cm，在容器外侧距下底 1cm 的点 A 处有一只蚂蚁，在蚂蚁正对面距容器上底 2cm 的点 B 处有一滴蜂蜜，则蚂蚁要吃到蜂蜜所爬行的最短距离为 _____ cm.

13. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 45^\circ$ ，BC 边上的高 AD 为 2， $AB = \sqrt{5}$ ，则 BC 的长为 _____.

14. 如图，“赵爽弦图”由 4 个完全一样的直角三角形所围成，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC = b$ ， $BC = a$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，若图中大正方形的面积为 60，小正方形的面积为 10，则 $(a+b)^2$ 的值为 _____.



15. 如图，在正方形网格中，每个小正方形的边长均为 1，点 A, B, C, D, P 都在格点上，连接 AP, CP, CD，则 $\angle PAB - \angle PCD =$ _____.

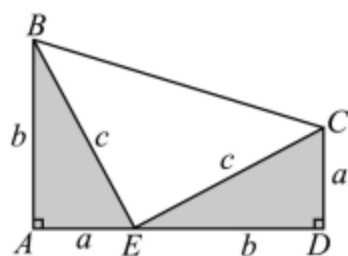


16. 如图 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 12$ ， $BC = 5$. 若动点 P 从点 C 开始以每秒 1 个单位的速度，按 $C \rightarrow A \rightarrow B$ 的路径运动，设运动的时间为 t 秒，当 t 为 _____ 时， $\triangle BCP$ 为等腰三角形.

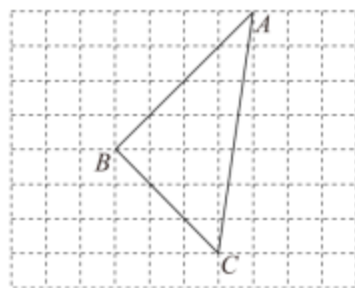


三、解答题 (共 62 分)

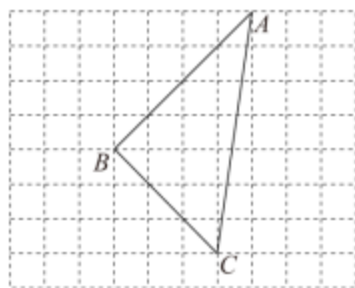
17. (6 分) 数学之美，不仅是几何图形经过排列组合后呈现的炫美图案，还包括严谨推理引发的思维律动. 已超过 400 种勾股定理的证明方法呈现的数学之美让我们陶醉，其中一种方法是：将两个全等的 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle DEC$ 如图所示摆放，使点 A, E, D 在同一条直线上， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ 中，即可借助图中几何图形的面积关系来证明 $a^2 + b^2 = c^2$. 请写出证明过程.



18. (8分) 如图, 在正方形网格中的每个小正方形边长都是 1, 每个小格的顶点叫格点, 以格点为顶点的三角形叫格点三角形, 请在网格中仅用无刻度直尺画图, (用虚线表示画图过程, 实线表示画图结果) .



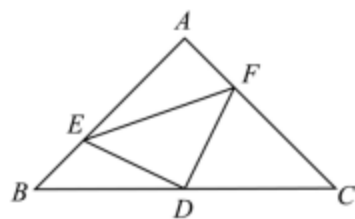
图①



图②

- (1) 在图①中画出 $\triangle ABC$ 中 AC 边上的高 BD ;
- (2) 在图①中过点 A 画直线 l , 使直线 l 平分 $\triangle ABC$ 的面积;
- (3) 在图②中画出 $\triangle ABC$ 的角平分线 CE ;
- (4) 在图②中的 AC 边上画出点 F , 连接 BF , 使 $BF=BC$.

19. (8分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $AB=AC$, D 为 BC 的中点, E, F 分别是 AB, AC 上的点, 且 $BE=AF$.



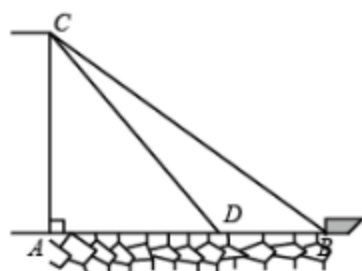
- (1) 求证: $ED=DF$.
- (2) $ED=2$, 求 EF .

20. (10分) 如图, 有人在岸上点 C 的地方, 用绳子拉船靠岸, 开始时, 绳长 $CB = 25$ 米, $CA \perp AB$ 且 $CA = 15$ 米, 拉动绳子将船从点 B 沿 BA 方向行驶到点 D 后, 绳长 $CD = 15\sqrt{2}$ 米.

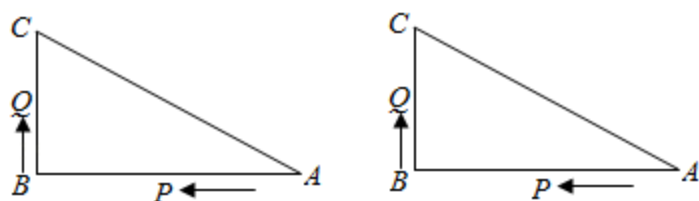
(1) 试判定 $\triangle ACD$ 的形状, 并说明理由;

(2) 求船体移动距离 BD 的长度.

(3) 若在 BD 段拉动船的速度为 1 米/秒, 到达 D 后增加了人力, 拉动船的速度变为 2 米/秒, 求把船从 B 拉到岸边 A 点所用时间.



21. (10分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 16\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, P 、 Q 是 $\triangle ABC$ 边上的两个动点, 其中点 P 从点 A 开始沿 $A \rightarrow B$ 方向运动, 且速度为每秒 1cm , 点 Q 从点 B 开始沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 方向运动, 且速度为每秒 2cm , 它们同时出发, 设出发的时间为 t 秒.



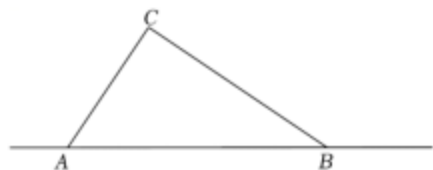
备用图

(1) 出发 4 秒后, 求 PQ 的长;

(2) 从出发几秒钟后, $\triangle PQB$ 第一次能形成等腰三角形?

(3) 当点 Q 运动到 CA 上时, 求能使 $\triangle BCQ$ 是等腰三角形时点 Q 的运动时间, 请直接写出 t 的值.

22. (10分) 今年第6号台风“烟花”登录我国沿海地区, 风力强, 累计降雨量大, 影响范围大, 有极强的破坏力. 如图, 台风“烟花”中心沿东西方向 AB 由 A 向 B 移动, 已知点 C 为一海港, 且点 C 与直线 AB 上的两点 A 、 B 的距离分别为 $AC=300\text{km}$, $BC=400\text{km}$, 又 $AB=500\text{km}$, 经测量, 距离台风中心 260km 及以内的地区会受到影响.



(1) 求 $\angle ACB$ 的度数;

(2) 海港 C 受台风影响吗? 为什么?

(3) 若台风中心的移动速度为 28 千米/时, 则台风影响该海港持续的时间有多长?

23. (10分) 阅读理解: 我国是最早了解勾股定理的国家之一, 它被记载于我国古代的数学著作《周髀算经》中, 汉代数学家赵爽为了证明勾股定理, 创制了一幅如图1所示的“弦图”, 后人称之为“赵爽弦图”(边长为 c 的大正方形中放四个全等的直角三角形, 两直角边长分别为 a , b , 斜边长为 c).

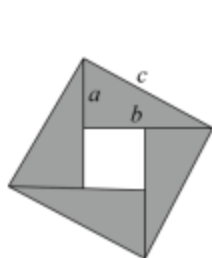


图1



图2

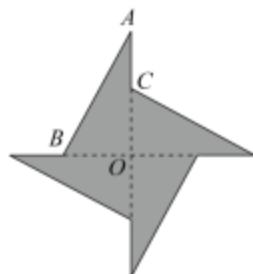


图3

(1) 请根据“赵爽弦图”写出勾股定理的推理过程;

探索研究:

(2) 小亮将“弦图”中的2个三角形进行了运动变换, 得到图2, 请利用图2证明勾股定理;

问题解决:

(3) 如图2, 若 $a=6$, $b=8$, 此时空白部分的面积为_____;

(4) 如图3, 将这四个直角三角形紧密地拼接, 形成风车状, 已知外围轮廓(实线)的周长为 24 , $OC=3$, 求该风车状图案的面积.

参考答案

一、选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1、D

【解析】解：当边长为 4 的边作斜边时，第三条边的长度为 $\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$ ；

当边长为 4 的边作直角边时，第三条边的长度为 $\sqrt{4^2+3^2}=5$ ；

综上所述可知，这个三角形的第三条边的长为 5 或 $\sqrt{7}$ ，故 D 正确。

故选：D。

2、B

【解析】解： $\because \angle ACB=90^\circ$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，BD 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle CBD=\angle DBA=30^\circ$ ，

设 $CD=x$ ， $\therefore BD=2CD=2x$ ，

在 $Rt\triangle BCD$ 中， $BD^2=BC^2+CD^2$ ，得 $(2x)^2=(2\sqrt{3})^2+x^2$ ，得 $3x^2=12$ ，解得 $x=2$ （负值舍去），

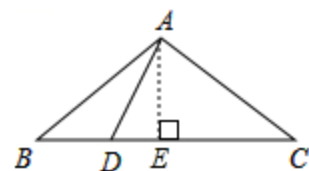
故 $CD=2$ ， $BD=4$ ，

$\because E$ 点是 BD 的中点， $\therefore CE=\frac{1}{2}BD=2$ 。

故选：B。

3、C

【解析】解：过 A 作 $AE \perp BC$ ，



$\because AB=AC$ ， $\therefore EC=BE=\frac{1}{2}BC=4$ ， $\therefore AE=\sqrt{5^2-4^2}=3$ ，

QD 是线段 BC 上的动点（不含端点 B、C）， $3 \leq AD < 5$ ，

$\therefore AD=3$ 或 4，

$\because$ 线段 AD 长为正整数， $\therefore AD$ 的可以有 3 条，长为 4，3，4，

$\therefore$ 点 D 的个数共有 3 个，

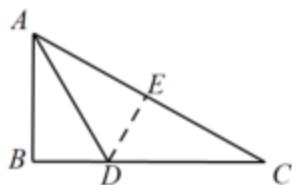
故选：C。

4、B

【解析】如图，过点 D 作 $DE \perp AC$ ，垂足为 E，

$\because \angle B=90^\circ$, $AB=3$, $AC=5$, AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线, $\therefore BC=\sqrt{5^2-3^2}=4$, $BD=DE$,

$\because AD=AD$, $\therefore \triangle ABD \cong \triangle AED$, $\therefore AD=AE=3$, $EC=AC-AE=5-3=2$,



设 $BD=DE=x$, 则 $DC=4-x$,

根据勾股定理, 得 $2^2+x^2=(4-x)^2$, 解得 $x=\frac{3}{2}$, $\therefore \triangle ABD$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$,

故选 B.

5、B

【解析】解: 设全等的直角三角形的两条直角边为 a 、 b 且 $a > b$,

由题意可知: $S_1=(a+b)^2$, $S_2=a^2+b^2$, $S_3=(a-b)^2$,

因为 $S_1+S_2+S_3=24$, 即 $(a+b)^2+a^2+b^2+(a-b)^2=24$, $3(a^2+b^2)=24$, 所以 $3S_2=24$, S_2 的值是 8.

故选: B.

6、C

【解析】解: 过点 G 作 $GP \perp BC$ 于点 P , 延长 PG 交 AD 于点 H , 则 $\angle GPF=90^\circ$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore \angle ADC=\angle C=\angle B=90^\circ$, $\therefore$ 四边形 $CDHP$ 是矩形,

$\therefore CD=PH=AB=4$, $PC=DH$,

$\because \angle EFG=90^\circ$, $\therefore \angle BFE+\angle PFG=90^\circ$,

又 $\angle BFE+\angle BEF=90^\circ$, $\therefore \angle PFG=\angle BEF$,

$\because FE=FG$, $\angle B=\angle GPF=90^\circ$, $\therefore \triangle BEF \cong \triangle PFG$ (AAS),

$\therefore BE=PF$, $PG=BF=1$, $\therefore GH=PH-PG=4-1=3$,

设 $BE=PF=x$, 则 $PC=DH=4-1-x=3-x$,

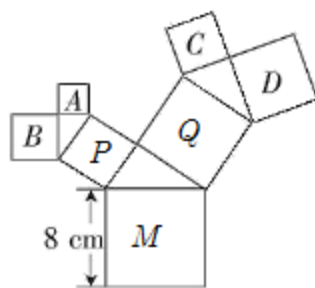
在 $Rt\triangle DGH$ 中, 由勾股定理得,

$$DG^2=DH^2+GH^2=(3-x)^2+3^2=(3-x)^2+9,$$

当 $x=3$ 时, DG^2 有最小值为 9, $\therefore DG$ 的最小值为 3,

故选: C

【解析】解：如图记图中三个正方形分别为 P 、 Q 、 M 。



根据勾股定理得到： A 与 B 的面积的和是 P 的面积； C 与 D 的面积的和是 Q 的面积；而 P 、 Q 的面积的和是 M 的面积。

即 A 、 B 、 C 、 D 的面积之和为 M 的面积。

$\because M$ 的面积是 $8^2=64$ ， $\therefore A$ 、 B 、 C 、 D 的面积之和为 64，设正方形 D 的面积为 x ，

$\therefore 11+10+13+x=64$ ， $\therefore x=30$ ，

故答案为 30。

11、0.4

【解析】解：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB=2.5$ 米， $BC=0.7$ 米，

故 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{(2.5)^2-(0.7)^2}=2.4$ （米），

在 $Rt\triangle ECD$ 中， $AB=DE=2.5$ 米， $CD=0.8+0.7=1.5$ （米），

故 $EC=\sqrt{DE^2-CD^2}=\sqrt{(2.5)^2-(1.5)^2}=2$ （米），

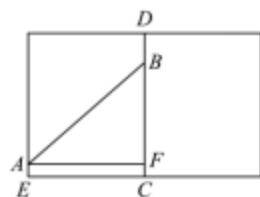
故 $AE=AC-CE=2.4-2=0.4$ （米）。

答：梯子下滑了 0.4 米。

故答案为：0.4；

12、15

【解析】解：圆柱体玻璃杯展开图如下， $AE=1\text{cm}$ ， $BD=2\text{cm}$ ， $CD=12\text{cm}$ ，作 $AF\perp CD$ ；



$\because$ 底面周长为 24cm ， $\therefore EC=12\text{cm}$ ，

$\because AF\perp CD$ ， $\therefore AE=CF=1\text{cm}$ ，

$\therefore AB=\sqrt{AF^2+BF^2}=\sqrt{12^2+(12-1-2)^2}=15\text{cm}$ ，

故答案为：15。

13、1 或 3

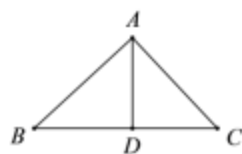
【解析】解：由题意，分以下两种情况：

①如图，当 $\angle B$ 是锐角时，

$\because AD \perp BC, \angle C = 45^\circ$ ， $\therefore \text{Rt}\triangle ACD$ 是等腰直角三角形， $\therefore CD = AD = 2$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = 1$ ，

则 $BC = BD + CD = 3$ ；



②如图，当 $\angle B$ 是钝角时，

同理可得： $CD = AD = 2, BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = 1$ ， $\therefore BC = CD - BD = 1$ ；

综上， BC 的长为 1 或 3，

故答案为：1 或 3.



14、110

【解析】解：由图可知， $(b-a)^2 = 10$ ， $4 \times \frac{1}{2}ab = 60 - 10 = 50$ ，

$\therefore 2ab = 50$ ，

$\therefore (a+b)^2 = (b-a)^2 + 4ab = 10 + 2 \times 50 = 110$ 。

故答案为：110

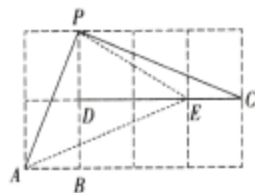
15、 45°

【解析】如图，取 CD 边上的格点 E ，连接 AE ， PE ，易得 $\angle BAE = \angle PCD$ 。

由题意可得 $AP^2 = PE^2 = 1^2 + 2^2 = 5$ ， $AE^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ 。

$\therefore AE^2 = AP^2 + PE^2$ 。 $\therefore \triangle APE$ 是等腰直角三角形。 $\therefore \angle PAE = 45^\circ$

$\therefore \angle PAB - \angle PCD = \angle PAB - \angle BAE = \angle PAE = 45^\circ$ 。



16、5 或 20 或 $\frac{275}{13}$ 或 $\frac{37}{2}$

【解析】解：∵ $\angle ACB = 90^\circ$ ，∴ $\triangle ABC$ 是直角三角形，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理得： $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ ，

当点 P 在 AC 上时， $CP = CB = 5$ ，∴ $t = 5$ ；

当点 P 在 AB 上时，分三种情况：

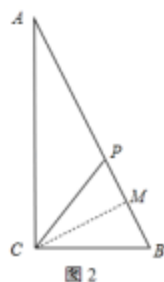
①当 $BP = BC = 5$ ，如图 1 所示：



则 $AP = 13 - 5 = 8$ ，∴ $t = 12 + 8 = 20$ ；

②当 $CP = CB = 5$ 时，

过点 C 作 $CM \perp AB$ 于 M ，如图 2 所示：



则 $BM = PM = \frac{1}{2}BP$ ，

∵ $\frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot CM$ ，∴ $CM = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12 \times 5}{13} = \frac{60}{13}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BCM$ 中，由勾股定理得： $BM = \sqrt{BC^2 - CM^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{60}{13}\right)^2} = \frac{25}{13}$ ，

∴ $BP = 2BM = \frac{50}{13}$ ，∴ $AP = 13 - \frac{50}{13} = \frac{119}{13}$ ，∴ $t = 12 + \frac{119}{13} = \frac{275}{13}$ ；

③当 $PC = PB$ 时，如图 3 所示：



则 $\angle B = \angle BCP$ ，

$\because \angle B + \angle A = 90^\circ$, $\angle BCP + \angle ACP = 90^\circ$, $\therefore \angle A = \angle ACP$, $\therefore AP = PC$,

$$\therefore AP = PB = \frac{1}{2} AB = \frac{13}{2}, \therefore t = 12 + \frac{13}{2} = \frac{37}{2};$$

综上所述, 当 $t = 5$ 或 20 或 $\frac{275}{13}$ 或 $\frac{37}{2}$ 时, $\triangle BCP$ 为等腰三角形.

三、解答题 (共 62 分)

17、详见解析.

【解析】证明: 由已知可知, $Rt\triangle ABE \cong Rt\triangle DEC$, $\therefore \angle AEB = \angle DCE$,

又 $\because \angle D = 90^\circ$, $\therefore \angle DCE + \angle DEC = 90^\circ$, $\therefore \angle AEB + \angle DEC = 90^\circ$, $\therefore \angle BEC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle BEC$ 是直角三角形,

$$\because S_{\text{梯形}ABCD} = S_{Rt\triangle ABE} + S_{Rt\triangle DEC} + S_{Rt\triangle BEC},$$

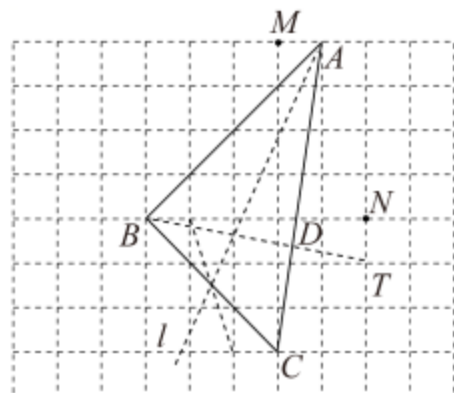
$$\therefore \frac{(AB+CD) \cdot AD}{2} = \frac{AE \cdot AB}{2} + \frac{ED \cdot DC}{2} + \frac{BE \cdot EC}{2},$$

$$\text{即 } \frac{(a+b)(a+b)}{2} = \frac{ab}{2} + \frac{ba}{2} + \frac{c \cdot c}{2}, \therefore \frac{a^2 + 2ab + b^2}{2} = \frac{c^2 + 2ab}{2},$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2.$$

18、(1)见解析; (2)见解析; (3)见解析; (4)见解析

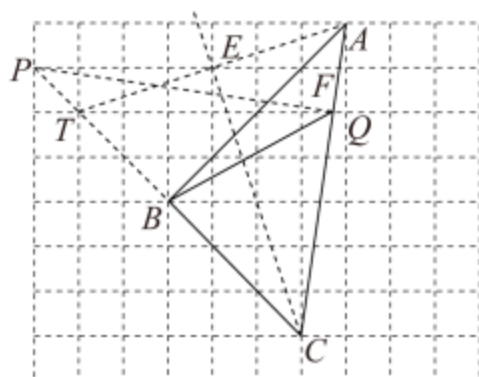
【解析】(1)解: 如图 1 中, 线段 BD 即为所求;



图①

(2)解: 如图 1 中, 直线 l 即为所求;

(3)解: 如图 2 中, 线段 CE 即为所求;

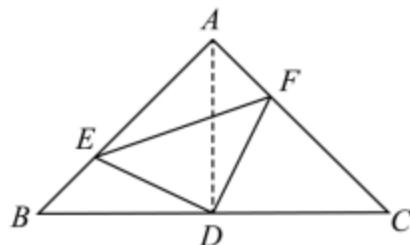


图②

(4)解：如图 2 中，点 F 即为所求．

19、(1)见解析；(2) $2\sqrt{2}$

【解析】(1)证明：连接 AD ，



$\because AB=AC$ ， $\angle A=90^\circ$ ， D 为 BC 中点， $\therefore AD=\frac{1}{2}BC=BD=CD$ ，

且 AD 平分 $\angle BAC$ ， $\therefore \angle BAD=\angle CAD=45^\circ$ ，

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle ADF$ 中，

$BD=AD$ ， $\angle B=\angle DAF=45^\circ$ ， $BE=AF$ ， $\therefore \triangle BDE \cong \triangle ADF$ ， $\therefore DE=DF$ ；

(2)由 (1) 得 $\triangle BDE \cong \triangle ADF$ ， $\therefore \angle BDE=\angle ADF$ ，

$\because \angle BDE+\angle ADE=90^\circ$ ， $\therefore \angle ADF+\angle ADE=90^\circ$ ，即： $\angle EDF=90^\circ$ ， $\therefore \triangle EDF$ 为等腰直角三角形．

$\because ED=2$ ， $\therefore EF=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ ．

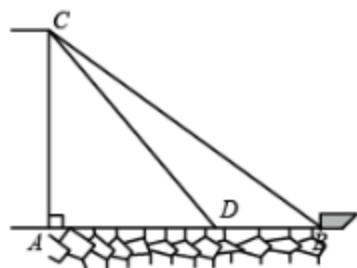
20、

(1) $\triangle ACD$ 是等腰直角三角形，理由见解析

(2)船体移动距离 BD 的长度为 5 米

(3)把船从 B 拉到岸边 A 点所用时间为 12.5 秒

【解析】(1)解： $\triangle ACD$ 是等腰直角三角形．理由如下：



由题意可得：CA=15 米，CD=15 $\sqrt{2}$ 米， $\angle CAD=90^\circ$ ，

可得 $AD=\sqrt{CD^2-CA^2}=\sqrt{(15\sqrt{2})^2-15^2}=15$ （米）， $\therefore AC=AD$ ，

又 $\because \angle CAD=90^\circ$ ，故 $\triangle ACD$ 是等腰直角三角形；

(2)解： $\because CA=15$ 米， $CB=25$ 米， $\angle CAD=90^\circ$ ， $\therefore AB=\sqrt{CB^2-CA^2}=\sqrt{25^2-15^2}=20$ （米），

$\therefore BD=AB-AD=20-15=5$ （米）。

答：船体移动距离 BD 的长度为 5 米。

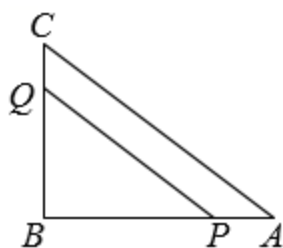
(3)解：船在 BD 段所用时间为： $\frac{5}{1}=5$ （秒），

船在 AD 段所用时间为： $\frac{15}{2}=7.5$ （秒）， $\therefore 5+7.5=12.5$ （秒）。

答：把船从 B 拉到岸边 A 点所用时间为 12.5 秒。

21、(1) $PQ=4\sqrt{13}$ cm； (2)11 秒； (3)当 t 为 11 秒或 12 秒或 13.2 秒时， $\triangle BCQ$ 为等腰三角形。

【解析】(1)如图所示：



$BQ=4 \times 2=8$ cm， $BP=AB-AP=16-1 \times 4=12$ cm，

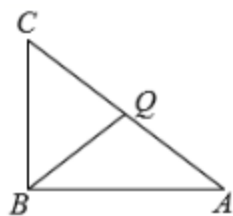
$\because \angle B=90^\circ$ ， $\therefore PQ=\sqrt{BQ^2+BP^2}=\sqrt{8^2+12^2}=4\sqrt{13}$ cm；

(2)当 $\triangle PQB$ 第一次形成等腰三角形时， $BQ=BP$ ，

$\because BQ=2t$ ， $BP=16-t$ ， $\therefore 2t=16-t$ ，解得： $t=\frac{16}{3}$ ；

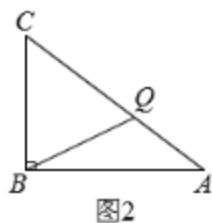
(3) $\because \angle B=90^\circ$ ， $AB=16$ cm， $BC=12$ cm， $\therefore AC=\sqrt{16^2+12^2}=20$ cm，

①当 $CQ=BQ$ 时，如图



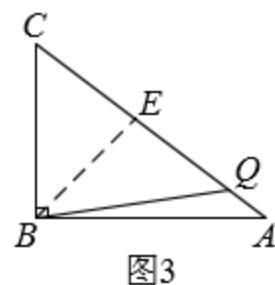
则 $\angle C = \angle CBQ$, $\because \angle ABC = 90^\circ$, $\therefore \angle CBQ + \angle ABQ = 90^\circ$,
 $\because \angle A + \angle C = 90^\circ$, $\therefore \angle A = \angle ABQ$, $\therefore BQ = AQ$, $\therefore CQ = AQ = 10\text{cm}$, $\therefore BC + CQ = 22\text{cm}$, $\therefore t = 22 \div 2 = 11$
 秒;

②当 $CQ = BC$ 时, 如图 2,



则 $BC + CQ = 24\text{cm}$, $\therefore t = 24 \div 2 = 12$ 秒;

③当 $BC = BQ$ 时, 如图 3, 过 B 点作 $BE \perp AC$ 于点 E,



则 $BE = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{12 \times 16}{20} = \frac{48}{5} \text{cm}$, $\therefore CE = \sqrt{BC^2 - BE^2} = \sqrt{12^2 - \left(\frac{48}{5}\right)^2} = \frac{36}{5} \text{cm}$,

$\therefore CQ = 2CE = 14.4\text{cm}$, $\therefore BC + CQ = 26.4\text{cm}$,

$\therefore t = 26.4 \div 2 = 13.2$ 秒;

综上所述, 当 t 为 11 秒或 12 秒或 13.2 秒时, $\triangle BCQ$ 为等腰三角形.

22、

(1) $\angle ACB = 90^\circ$;

(2) 海港 C 受台风影响, 理由见解析

(3) 台风影响该海港持续的时间为 $\frac{50}{7}$ 小时

【解析】(1)解: $\because AC = 300\text{km}$, $BC = 400\text{km}$, $AB = 500\text{km}$, $\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$,
 $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$;

(2)解: 海港 C 受台风影响, 理由:

过点 C 作 $CD \perp AB$,

$\because \triangle ABC$ 是直角三角形, $\therefore \frac{1}{2} AC \times BC = \frac{1}{2} CD \times AB$, $\therefore \frac{1}{2} \times 300 \times 400 = \frac{1}{2} \times 500 \times CD$, $\therefore CD = 240$ (km),

$\therefore$ 距离台风中心 260km 及以内的地区会受到影响, $\therefore$ 海港 C 受台风影响;

(3) 解: 设台风中心的移动到点 E 处开始影响该海港, 移动到点 F 处开始该海港开始不受影响, 则 $EC = FC = 260$ km,

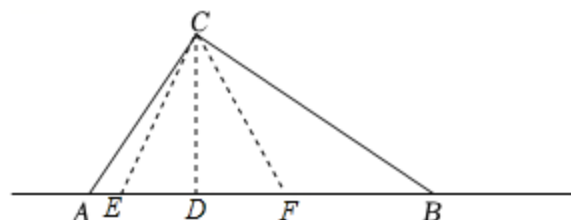
由 (2) 得: $CD \perp AB$, $CD = 240$ km, $\therefore EF = 2ED$,

$\therefore ED = \sqrt{CE^2 - CD^2} = 100$ (km), $\therefore EF = 200$ km,

$\therefore$ 台风的速度为 28 千米/小时,

$\therefore 200 \div 28 = \frac{50}{7}$ (小时).

答: 台风影响该海港持续的时间为 $\frac{50}{7}$ 小时.



23、(1)见详解; (2)见详解; (3)52; (4)24.

【解析】(1)证明: 由图可知, 每个直角三角形的面积为 $S_{\triangle} = \frac{1}{2} ab$,

空白小正方形的面积为 $S_{\text{小正方形}} = (b-a)^2$,

整个围成的大正方形的面积为 $S_{\text{大正方形}} = c^2$,

$\therefore S_{\text{大正方形}} = S_{\text{小正方形}} + 4S_{\triangle}$, 即 $c^2 = (b-a)^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} ab = b^2 + a^2 - 2ab + 2ab = b^2 + a^2$,

故 $c^2 = b^2 + a^2$;

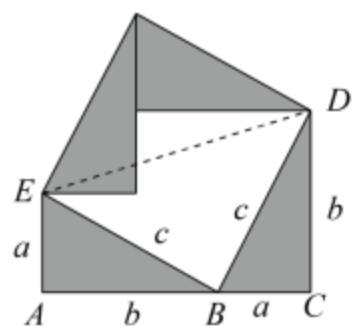
(2)如下图所示, 连接大正方形一条对角线 DE

可知 $S_{\text{梯形} ACDE} = 2S_{\triangle} + S_{\triangle BDE}$,

其中, $S_{\text{梯形} ACDE} = \frac{1}{2} (a+b)(a+b)$, $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} c^2$, $S_{\triangle} = \frac{1}{2} ab$,

代入可得, $\frac{1}{2} (a+b)^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} ab + \frac{1}{2} c^2$,

即 $a^2 + b^2 = c^2$;



(3)由图 2 可知, $S_{\text{空白}} = S_{\text{大正方形}} - 2S_{\triangle}$,

$\because a=6, b=8, \therefore c = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

则 $S_{\text{大正方形}} = c^2 = 100$, $\therefore S_{\text{空白}} = c^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}ab = 100 - 6 \cdot 8 = 52$,

故空白部分的面积为 52;

(4)由题意可知, 风车的周长为 $C_{\text{风车}} = 4(c+b-a) = 24$,

其中 $OC=a=3$, 代入上式可得 $c+b=9$, 则 $c=9-b$,

且 $a^2 + b^2 = c^2$, 即 $c^2 - b^2 = a^2 = 9$, 将 $c=9-b$ 代入得,

$(9-b)^2 - b^2 = 9$, 解得 $b=4$,

则 $S_{\text{风车}} = 4 \cdot \frac{1}{2}ab = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 24$.