

备战 2023 年中考考前冲刺全真模拟卷（无锡）

数学试卷

本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1. 9 的平方根是（ ）

- A. 3 B. ± 3 C. $\sqrt{3}$ D. $\pm\sqrt{3}$

2. 函数 $y=\sqrt{x-7}$ 中，自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x>7$ B. $x\leq 7$ C. $x\geq 7$ D. $x<7$

3. 李奶奶买了一筐草莓，连筐共 $a\text{kg}$ ，其中筐 1kg ．将草莓平均分给 4 位小朋友，每位小朋友可分得（ ）

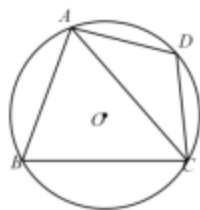


- A. $\frac{a}{4}\text{kg}$ B. $(\frac{a}{4}-1)\text{kg}$ C. $\frac{a-1}{4}\text{kg}$ D. $\frac{a+1}{4}\text{kg}$

4. 关于反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ ，下列说法正确的是（ ）

- A. 函数图象经过点 $(2, 4)$ ； B. 函数图象位于第一、三象限
C. 当 $x>0$ 时， y 随 x 的增大而减小； D. 当 $-8<x<-1$ 时， $1<y<8$

5. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， D 是 $\widehat{AC}$ 的中点，若 $\angle B=70^\circ$ ，则 $\angle CAD$ 的度数为（ ）



- A. 70° B. 55° C. 35° D. 20°

6. 两组数据：3， a ， b ，5 与 a ，4， $2b$ 的平均数都是 3．若将这两组数据合并为一组新数据，则这组新数据的众数为（ ）

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

7. 下列命题中：（1）两组对边分别相等的四边形是平行四边形；（2）对角线相等的平行四边形是矩形；（3）一组邻边相等的平行四边形是菱形；（4）对角线相等且互相垂直的四边形是正方形，正确的命题

个数为（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 下列说法①三角形的三条角平分线交于一点，这点到三个顶点的距离相等．②三角形的三条中线交于一点，这个交点叫做三角形的重心；③三角形的三条高线交于一点；④三角形的三条边的垂直平分线交于一点，这点到三条边的距离相等；其中正确的个数有（ ）

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. 如图，平行四边形的顶点 在双曲线上，顶点 在双曲线上， 中点 恰好落在轴上，已知 ，则 的值为（ ）

- A. -8 B. -6 C. -4 D. -2

10. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 的顶点坐标分别为 $O(0,0)$ ， $A(4,0)$ ， $B(4,3)$ ， $C(0,3)$ 。动点 P 从点 O 出发，以每秒 3 个单位长度的速度沿边 OA 向终点 A 运动；动点 Q 从点 B 同时出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿边 BC 向终点 C 运动。作 $PQ \perp AC$ 于点 G ，则运动过程中， AG 的最大值为（ ）

- A. B. C. D. 8

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。）

11. 分解因式：_____.

12. 已知一张纸的厚度大约为 _____，这个数用科学记数法表示为_____.

13. 某工厂现在平均每天比原计划多生产 50 台机器，现在生产 600 台机器所需时间与原计划生产 450 台机器所需时间相同，现在平均每天生产多少台机器？若设现在平均每天生产 x 台机器，根据题意，则可列方程为_____.

14.请举出一个轴对称但不是中心对称的几何图形：_____.

15.若二次函数_____，当_____时，与 x 轴有唯一的交点.

16.如图，平移图形 M ，与图形 N 可以拼成一个平行四边形，则图中_____的度数是_____.

17.如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $A(-3, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，若在直线 $y = -x + m$ 上存在点 P 满足 $\angle APB = 60^\circ$ ，则 m 的取值范围是_____.

18.如图，矩形_____中，_____，_____，点_____是边_____上一个动点，过点_____作_____的垂线，交直线_____于点_____，则_____ + _____ + _____的最小值为_____.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.）

19.（8 分）（1）计算_____；（2）化简_____.

20.（8 分）解方程与不等式组：

解方程：_____；解不等式组：_____.

21. (10 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = BD$, 点 E 在 BD 上, $\angle A = \angle BEC = 90^\circ$.

(1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ECB$;

(2) 若 $AD = 4$, $CE = 3$, 求 CD 的长.

22. (10 分) 小明参加某网店的“翻牌抽奖”活动. 如图, 4 张牌分别对应价值 5, 10, 15, 20 (单位: 元) 的 4 件奖品.

(1) 如果随机翻 1 张牌, 求抽中 20 元奖品的概率;

(2) 如果随机翻两张牌, 且第一次翻过的牌不再参加下次翻牌, 求所获奖品总值不低于 30 元的概率.

23. (10 分) 在一次中学生田径运动会上, 根据参加男子跳高初赛的运动员的成绩 (单位: m), 绘制出如下两幅统计图. 请根据相关信息, 解答下列问题:

(1) 扇形统计图中, 初赛成绩为 1.65m 所在扇形图形的圆心角为 _____ $^\circ$;

(2) 补全条形统计图；

(3) 这组初赛成绩的中位数是_____m；

(4) 根据这组初赛成绩确定 8 人进入复赛，那么初赛成绩为 1.60m 的运动员杨强能否进入复赛？为什么？

24. (10 分) 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AD > AB$ ，

(如需画草图，请使用备用图)

(1) 请用无刻度的直尺和圆规按下列要求作图：(不写作法，保留作图痕迹)

① 在 BC 边上取一点 E ，使 $AE = BC$ ；

② 在 CD 上作一点 F ，使点 F 到点 D 和点 E 的距离相等．

(2) 在 (1) 中，若 $AB = 6$ ， $AD = 10$ ，则 $\triangle AEF$ 的面积 = _____．

25. (10 分) 如图，已知 _____ 是 _____ 的直径，_____ 与 _____ 相切于 C ，过点 B 作 _____，交 _____ 延长线于点 E ．

(1) 求证：_____ 是 _____ 的平分线；

(2) 若 _____，_____ 的半径 _____，求 _____ 的长．

26. (10 分) 某企业承接了 27000 件产品的生产任务，计划安排甲、乙两个车间的共 50 名工人，合作生产 20 天完成．已知甲、乙两个车间利用现有设备，工人的工作效率为：甲车间每人每天生产 25 件，

乙车间每人每天生产 30 件.

(1) 求甲、乙两个车间各有多少名工人参与生产?

(2) 为了提前完成生产任务, 该企业设计了两种方案:

方案一 甲车间租用先进生产设备, 工人的工作效率可提高 20%, 乙车间维持不变.

方案二 乙车间再临时招聘若干名工人 (工作效率与原工人相同), 甲车间维持不变.

设计的这两种方案, 企业完成生产任务的时间相同.

①求乙车间需临时招聘的工人数;

②若甲车间租用设备的租金每天 900 元, 租用期间另需一次性支付运输等费用 1500 元; 乙车间需支付临时招聘的工人每人每天 200 元. 问: 从新增加的费用考虑, 应选择哪种方案能更节省开支? 请说明理由.

27. (10 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD=12$, $AB=6$, 点 G , E 分别在边 AB , AD 上, $\angle EGF=90^\circ$, $EG=FG$, GF , EF 分别交 BC 于点 N , M , 连接 EN .

(1) 当 GN 平分 $\angle ENB$ 时, 求证: $EN=AE+BN$;

(2) 当 $MF^2=MN \cdot BM$ 时, 求 AE 的值.

(3) 当点 E 是 AD 的中点, 点 Q 是 EN 的中点, 当点 G 从点 A 运动到点 B 时, 直接写出点 Q 运动的路径长.

28.(10分)如图,在平面直角坐标系中,抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴正半轴于点 B , 与过 A 点的直线相交于另一点 C , 过点 C 作 $CD \perp AB$ 轴,垂足为 D .

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 点 E 在线段 AB 上(不与点 A 、 B 重合),过 E 作 $EF \perp AB$ 轴,交直线 AC 于 F , 交抛物线于点 G , 连接 AG , 求 $\triangle AEG$ 面积的最大值;
- (3) 若 P 是 x 轴正半轴上的一动点, 设 AP 的长为 t , 是否存在, 使以点 A 、 B 、 P 、 G 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由。

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、B

【解析】解： $\because (\pm 3)^2=9$ ，
 $\therefore 9$ 的平方根是 ± 3 ．

故选：B．

2、C

【解析】根据题意得： $x-7 \geq 0$ ，解得： $x \geq 7$ ．
故选 C．

3、C

【解析】解：由题意得：草莓的重量为 $\frac{1}{2}x$ kg，
 $\therefore$ 每位小朋友可分得的重量为： $\frac{1}{2}x$ kg，
故选：C．

4、D

【解析】A、因为 $2 \times 4 = 8 \neq -8$ ，故本选项错误；
B、因为 $k = -8$ ，所以函数图象位于二、四象限故本选项错误；
C、因为 $k = -8 < 0$ ，所以函数图象位于二、四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大，故本选项错误；
D、因为当 $x = -8$ 时， $y = 1$ ，当 $x = -1$ 时， $y = 8$ ，所以当 $-8 < x < -1$ 时， $1 < y < 8$ ，故本选项正确；
故选：D．

5、C

【解析】 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，
 $\angle B = 70^\circ$ ，
 $\angle D = 110^\circ$ ，
 D 是 AC 的中点，
 $\therefore \angle AOC = 140^\circ$ ．

故选：C．

6、B

【解析】 $\because$ 两组数据：3， a ， b ，5 与 a ，4， 的平均数都是 3，

$\therefore \begin{cases} a+b=4 \\ a-b=2 \end{cases}$ ，

解得 $a=3$ ， $b=1$ ，

则新数据 3，3，1，5，3，4，2，

众数为 3，

故选 B．

7、C

【解析】解：（1）两组对边分别相等的四边形是平行四边形，根据平行四边形的判定得出，表述正确，符合题意；

（2）对角线相等的平行四边形是矩形；根据矩形的判定得出，表述正确，符合题意；

（3）一组邻边相等的平行四边形是菱形；根据菱形的判定得出，表述正确，符合题意；

（4）对角线相等且互相垂直的平行四边形是正方形；原表述错误，不符合题意．

故选：C．

8、A

【解析】（1）第①种说法错误，因为三角形的三条角平分线是相交于一点，但这点到三边的距离相等，而不是到三个顶点的距离相等；（2）第②种说法正确；（3）第③种说法错误，因为三角形的三条高所在的直线是相交于一点的，但三条高本身不一定相交于一点；（4）第④种说法错误，因为三角形的三边的垂直平分线是交于一点的，但这点到三个顶点的距离相等，而不是到三边的距离相等；即正确的说法只有 1 种．

故选 A．

9、C

【解析】解：连接 OB，过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D，过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E，

$\because$ 点 P 是 BC 的中点 $\therefore PC=PB$

$\therefore \angle PBC = \angle PCB$ $\therefore \angle PBC + \angle BCP = \angle PCB + \angle BCP$ $\therefore \angle BPC = \angle BPC$

$\therefore \quad \therefore$

$\therefore$ 点 P 在双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 上, $\therefore \quad \therefore$, $\therefore$

$\therefore$

$\therefore$ 点 Q 在双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ 上, $\therefore \quad$, $\therefore \quad$.

故选: C.

10、A

【解析】连接 OB 交 PQ 于 F , 过点 F 作 $FH \perp OC$ 于 H , 连接 AF , 如图.

设运动时间为 t 秒, 则 $BQ=2t$, $OP=3t$,

$\therefore B、C$ 的纵坐标相同, $\therefore BC \parallel OA$, $\therefore \triangle BFQ \sim \triangle OFP$, $\therefore \quad$,
 $\therefore PQ$ 恒过定点 F .

$\therefore FH \parallel BC$, $\therefore \triangle OFH \sim \triangle OBC$, $\therefore \quad$, 即 $\quad$,
 $\therefore \quad$, $\therefore \quad$.

$\therefore$ 由勾股定理得: $\quad$.

$\therefore PQ$ 恒过定点 F , 且 $AG \perp PQ$, $\therefore AG \leq AF$,

$\therefore AG$ 的最大值为 AF , 即 AG 的最大值为 $\frac{5}{2}$.

故选: A.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.)

11、

【解析】解: 原式 $=x(1-y^2)=\quad$.

故答案为: $\quad$.

12、

【解析】解：∵ $\frac{1}{x} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x(x+1)}$ ，

故答案为： $\frac{1}{x(x+1)}$ ．

13、 $\frac{1}{2}$ =

【解析】解：设现在每天生产 x 台，则原来可生产 $(x-50)$ 台．

依题意得： $\frac{1}{x-50} = \frac{1}{x}$ ．

故答案为： $\frac{1}{2}$ =

14、正三角形（答案不唯一）

【解析】根据轴对称和中心对称图形的定义得，正三角形是轴对称图形但不是中心对称图形．

故答案为：正三角形（答案不唯一）

15、

【解析】解：∵二次函数 $y = x^2 - 2x + m$ 与 x 轴有唯一的交点，

∴ $\Delta = 4 - 4m = 0$ ，解得： $m = 1$ ，

故答案为： $m = 1$ ．

16、 30° 度

【解析】解：如图所示：

∵ $AD \parallel BC$ ，

∴ $\angle D + \angle C = 180^\circ$ ，

∵五边形的内角和为：

$(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ，

∴ $\angle A = 540^\circ - 70^\circ - 140^\circ - 180^\circ = 30^\circ$ ．

故答案为： 30° ．

17、 $-2 \leq m \leq 2$

【解析】解：如图，

作等边三角形 ABE ，

∵ $A(-3, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，∴ $OA = OB = 3$ ，∴ E 在 y 轴上，

当 E 在 AB 上方时，作等边三角形 ABE 的外接圆 $\odot Q$ ，

设直线 $y = -x + m$ 与 $\odot Q$ 相切，切点为 P ，当 P

与 P_1 重合时 m 的值最大，

当 P 与 P_1 重合时，连接 QP_1 ，则 $QP_1 \perp$ 直线 $y = -x + m$ ，

$\because OA = 3$ ， $\therefore OE =$ _____，

设 $\odot Q$ 的半径为 x ，在 $Rt\triangle AOQ_1$ 中则 $x^2 = 3^2 + (3 - x)^2$ ，

解得 $x = 2$ ， $\therefore EQ_1 = AQ_1 = P_1Q_1 = 2$ ， $\therefore OQ =$ _____，

由直线 $y = -x + m$ 可知 $OD = OC = m$ ， $\therefore \angle ODP_1 = 45^\circ$ ， $\therefore DQ_1 =$ _____，

_____，即 $m =$ _____ $+ 2$ _____，

当 E 在 AB 下方时，作等边三角形 ABE 的外接圆 $\odot Q$ ，设直线 $y = -x + m$ 与 $\odot Q$ 相切，切点为 P ，当 P 与 P_2 重合时 m 的值最小，

当 P 与 P_2 重合时，同理证得 $m =$ _____ $- 2$ _____，

$\therefore m$ 的取值范围是 _____ $- 2$ _____ $\leq m \leq$ _____ $+ 2$ _____，

故答案为：_____ $- 2$ _____ $\leq m \leq$ _____ $+ 2$ _____。

18、

【解析】

过点 D 作 _____ 交 BC 于 M ，过点 A 作 _____，使 _____，连接 NE ，

_____ 四边形 $ANEF$ 是平行四边形，_____，

当 N 、 E 、 C 三点共线时，_____ 最小，

四边形 $ABCD$ 是矩形，
 四边形 $EFMD$ 是平行四边形，
 在 $\triangle EMD$ 中，由勾股定理得
 在 $\triangle EMD$ 中，由勾股定理得
 的最小值为

$$\therefore \angle ADB = \angle ECB,$$

$$\because CE \perp BD, \angle A = 90^\circ, \therefore \angle A = \angle BEC = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ECB$ 中,

,

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECB \text{ (AAS)};$$

$$(2) \because \triangle ABD \cong \triangle ECB, \therefore AB = CE = 3,$$

$$\because AD = 4, \therefore \text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, 由勾股定理可得: } BD = 5,$$

$$\because \triangle ABD \cong \triangle ECB, \therefore AD = BE = 4, \therefore DE = BD - BE = 1,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle CDE \text{ 中, 由勾股定理得: } CD = \quad .$$

22、(1) ; (2) .

【解析】(1) 抽中 20 元奖品的概率为 ;

(2) 设分别对应着 5, 10, 15, 20(单位: 元)奖品的四张牌分别为 A、B、C、D. 画树状图如下:

由树状图知, 共有 12 种可能的结果: AB、AC、AD、BA、BC、BD、CA、CB、CD、DA、DB、DC,

其中所获奖品总值不低于 30 元有 4 种: BD、CD、DB、DC, 所以, $P(\text{所获奖品总值不低于 30 元}) =$

$=$. 所以, 所获奖品总值不低于 30 元的概率为 .

23、(1) 54° ; (2) 补全图形见解析; (3) 1.60; (4) 不一定, 理由见解析.

【解析】(1) 根据题意得: $1 - 20\% - 10\% - 25\% - 30\% = 15\%$; 则 a 的值是 15;

初赛成绩为 1.65m 所在扇形图形的圆心角为: $360^\circ \times 15\% = 54^\circ$;

(2) 跳 1.70m 的人数是: $\quad \times 20\% = 4$ (人),

补图如下:

(3) 将这组数据从小到大排列，其中处于中间的两个数都是 1.60m，

则这组数据的中位数是 1.60m.

(4) 不一定能进入复赛. 因为高于 1.60m 的有 7 人，确定 8 人进入复赛，还有一名需要在 1.60m 的选手中选择，而初赛成绩为 1.6m 的有 6 人，因此初赛成绩为 1.60m 的运动员杨强不一定能进入复赛好.

24、(1)①见解析；②见解析；(2)

【解析】(1) 解：①如图所示

②如图所示

点 E 即为所求

②如图所示

③如图所示

点 F 即为所求

(2) 解：连接 EF, AF

在矩形 ABCD 中 $AD=BC=10$

又 $AE=BC$, $\therefore AE=AD=10$

又 $DF=EF$, $\therefore \triangle AEF \cong \triangle ADF$ (SSS), $\therefore \angle AEF = \angle ADF = 90^\circ$

在 Rt $\triangle ABE$ 中

$$BE = \frac{AB^2}{AE} = \frac{6^2}{10} = 3.6, \therefore EC = BC - BE = 6.4$$

令 $DF=FE=x$, 则 $FC=6-x$

在 $Rt\triangle FCE$ 中, $FE^2 =$, $\therefore x^2 =$, 解得 $x =$

$\therefore \triangle AEF$ 的面积为 $\times \times 10 =$

故答案为: .

25、(1) 见解析; (2)

【解析】解: (1) $\because$ 切 与 C , $\therefore$,

$\because$. $\therefore$, $\therefore$,

$\therefore$.

$\because$, $\therefore$, $\therefore$,

$\therefore$ 是 的平分线;

(2) 在 中,

$\because$, , $\therefore$.

$\because$, $\therefore$, $\therefore$, $\therefore$.

26、(1) 甲车间有 30 名工人参与生产, 乙车间各有 20 名工人参与生产; (2) ①乙车间需临时招聘 5 名工人; ②选择方案一能更节省开支.

【解析】(1) 设甲车间有 x 名工人参与生产, 乙车间各有 y 名工人参与生产, 由题意得:

, 解得 .

$\therefore$ 甲车间有 30 名工人参与生产, 乙车间各有 20 名工人参与生产;

(2) ①设方案二中乙车间需临时招聘 m 名工人, 由题意得:

= , 解得 $m=5$.

经检验, $m=5$ 是原方程的解, 且符合题意,

$\therefore$ 乙车间需临时招聘 5 名工人;

②企业完成生产任务所需的时间为:

=18 (天).

∴选择方案一需增加的费用为 $900 \times 18 + 1500 = 17700$ (元).

选择方案二需增加的费用为 $5 \times 18 \times 200 = 18000$ (元).

∵ $17700 < 18000$,

∴选择方案一能更节省开支.

27、(1)证明见解析；(2) $\frac{1}{2}AC$ ；(3) Q 的运动路径为

【解析】(1)证明：延长 NG 与 DA 交于 H ，

∵ GN 平分 $\angle ENB$ ，∴ $\angle BNG = \angle ENG$ ，

∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $AD \parallel BC$ ，∴ $\angle H = \angle GNB$ ，∴ $\angle H = \angle ENG$ ，∴ $HE = EN$ ，

∵ $EG \perp HN$ ，∴ $HG = GN$ ，

∴ $\angle AGH = \angle BGN$ ，

在 $\triangle AGH$ 和 $\triangle BGN$ 中，

∴ $\triangle AHG \cong \triangle BNG$ (ASA)，∴ $AH = BN$ ，∴ $HE = BN + AE$ ，∴ $EN = BN + AE$.

(2)解：作 $FP \perp AB$ ，交 AB 的延长线于 P ，

∵ $\angle AGE + \angle BGF = 90^\circ$ ， $\angle AGE + \angle AEG = 90^\circ$ ，∴ $\angle PGF = \angle AEG$ ，

在 $\triangle AGE$ 和 $\triangle PFG$ 中，

，

∴ $\triangle AGE \cong \triangle PFG$ (AAS)，∴ $AE = PG$ ， $AG = PF$ ，

$\because MF^2 = MN \cdot BM$, $\angle NMF = \angle BMF$, $\therefore \triangle MFN \sim \triangle MBF$,

$\therefore \angle NBF = \angle MFN = 45^\circ$, $\therefore \angle PBF = 45^\circ$,

$\therefore \triangle PBF$ 是等腰直角三角形, $\therefore BP = PF$,

$\therefore AE = BG + BP = AB = 6$.

(3) 解: 作 $ET \perp BC$ 于 T , $QS \perp BC$ 于 S ,

$\therefore QS = ET = 3$,

当点 G 与 A 重合时, 点 Q 为 BE 的中点,

当点 G 与 B 重合时, 点 Q 仍为 BE 的中点,

$\therefore$ 点 Q 运动路径是一条来回的线段,

$\because \angle AEG = \angle BGN$, $\angle A = \angle B$, $\therefore \triangle AEG \sim \triangle BGN$, $\therefore$ _____ ,

设 $AG = x$, $\therefore$ _____ , $\therefore BN = -$ _____ ,

当 $x = 3$ 时, BN 最大为 _____ , $\therefore QQ$ 的最大值为 _____ ,

$\therefore$ 点 Q 的运动路径为 _____ .

28、(1) _____ ; (2) 当 $m =$ _____ 时, _____ ; (3) 当 _____ 时, 以点 _____ 为

顶点的四边形是平行四边形.

【解析】

(1) 把点 _____ , _____ 代入抛物线 _____ 可得, _____ 解得

$\therefore$ _____ ;

(2) $\because$ _____ ,

$\therefore A(0, 1)$.

设直线 AD 的表达式为 $y = kx + b$,

把 $A(0, 1)$, 代入得, , 解得, ,

$\therefore$

设 $(0 < m < 3)$, $\therefore MP =$,

$\therefore$, $\therefore PC =$,

$\therefore$,

$\therefore$ 二次函数的顶点坐标为 ()

即当 $m =$ 时, ;

(3) 存在. ①点 P 在点 C 的左边,

$\therefore OP$ 的长为 t , 设 $(0 < t < 3)$, 则 , ,

$\therefore MN =$,

$\therefore MN = CD =$, $\therefore$,

$\therefore \Delta = -39$, $\therefore$ 方程无解;

②点 P 在点 C 的右边,

OP 的长为 t , 设 $(t > 3)$, 则 , ,

$\therefore MN =$,

$\therefore MN = CD =$, $\therefore$,

解得 (舍去), ;

综上所述，当 $\lambda = 1$ 时，以点 A, B, C, D 为顶点的四边形是平行四边形．