备战2023年中考考前冲刺全真模拟卷（苏州）

数学试卷

本卷满分130分，考试时间120分钟。

一．选择题（本大题共8小题，每小题3分，共24分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1.与$-3\frac{1}{2}$相等的是（　）

A．$-3-\frac{1}{2}$　　B．$3-\frac{1}{2}$　　C．$-3+\frac{1}{2}$　　D．$3+\frac{1}{2}$

2.2022年十三届全国人大五次会议审议通过的政府工作报告中提出，今年城镇新增就业目标为11000000人以上．数据11000000用科学记数法表示应为（　）

A．0.11×10^{8}　　B．1.1×10^{7}　　C．11×10^{6}　　D．1.1×10^{6}

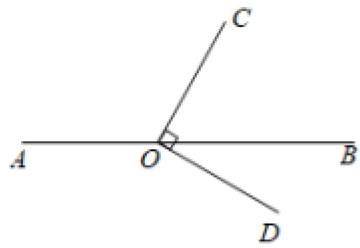
3.下列运算正确的是（　）

A．$a^{2}\cdot a^{3}=a^{5}$　　B．$\left(a^{2}\right)^{3}=a^{8}$　　C．$\left(a^{2}b\right)^{3}=a^{2}b^{3}$　　D．$a^{6}\div a^{3}=a^{2}$

4.五名同学捐款数分别是5，3，6，5，10（单位：元），捐10元的同学后来又追加了10元．追加后的5个数据与之前的5个数据相比，集中趋势相同的是（　）

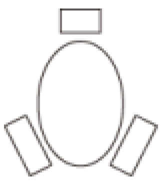
A．只有平均数　　B．只有中位数　　C．只有众数　　D．中位数和众数

5.如图，点O在直线AB上，$OC\perp OD$．若$\angle AOC=120°$，则$\angle BOD$的大小为（ ）



A．30°　　B．40°　　C．50°　　D．60°

6.如图，一张圆桌共有3个座位，甲、乙，丙3人随机坐到这3个座位上，则甲和乙相邻的概率为( )

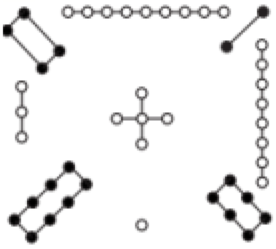


A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．1

7. 相传大禹在治洛水的时候，洛水神龟献给大禹一本洛书，书中有一幅奇怪的图（如图所示），这幅图用今天的符号翻译出来，就是一个三阶幻方，也就是在3×3的方阵中填入9个数，每行、每列和每条对角线上的数字和相等．我们定义：在3×3的方阵图中，每行、每列和每条对角线上的数字和都相

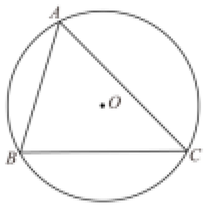
等，称为三阶幻方．下图为三阶幻方的一部分，图中“**?** ”代表的有理数是（　　）.

A.8　　　　　　B. 9　　　　　　C. 12　　　　　　D.13



	10	4
	15	
18	?	

8.如图，已知$\triangle ABC$内接于半径为 1 的$\odot O$，$\angle BAC=\theta$（θ是锐角），则$\triangle ABC$的面积的最大值为（　）



A． $\cos\theta(1+\cos\theta)$　　　　B． $\cos\theta(1+\sin\theta)$

C． $\sin\theta(1+\sin\theta)$　　　　D． $\sin\theta(1+\cos\theta)$

二．填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.）

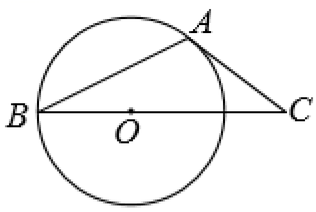
9.计算$m\cdot m^7$的结果等于___________.

10.分解因式：$xy^2-x=$______.

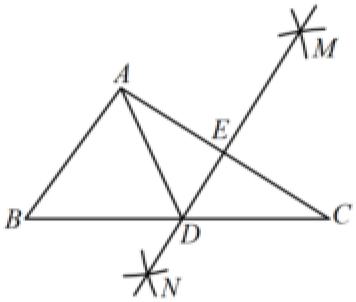
11.计算：$\dfrac{x^2+xy}{xy}+\dfrac{xy-x^2}{xy}=$___________.

12.若一次函数$y=x+b$（b是常数）的图象经过第一、二、三象限，则b的值可以是___________（写出一个即可）.

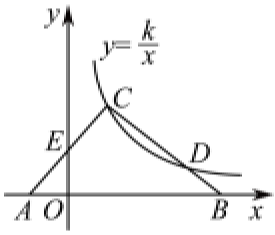
13.如图，在$\triangle ABC$中，$AC=2$，$BC=4$，点O在BC上，以OB为半径的圆与AC相切于点A，D是BC边上的动点，当$\triangle ACD$为直角三角形时，AD的长为___________.



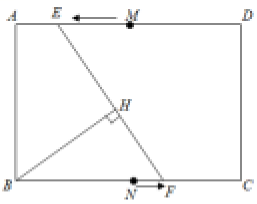
14.如图，在□ABC中，分别以点A和点C为圆心，大于$\frac{1}{2}AC$长为半径画弧，两弧相交于点M、N，作直线MN分别交BC、AC于点D、E，若□ABC的周长为23cm，$\triangle ABD$的周长为13cm，则AE为___________cm.



15.图，在□ABC中，边AB在x轴上，边AC交y轴于点E．反比例函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象恰好经过点C，与边BC交于点D．若$AE=CE$，$CD=2BD$，$S_{□ABC}=6$，则k=____．



16.如图，在矩形$ABCD$中，AB=6，BC=8，点M、N分别是边AD、BC的中点，某一时刻，动点E从点M出发，沿MA方向以每秒 2 个单位长度的速度向点 A 匀速运动；同时，动点F从点N出发，沿NC方向以每秒 1 个单位长度的速度向点C匀速运动，其中一点运动到矩形顶点时，两点同时停止运动，连接EF，过点B作EF的垂线，垂足为H．在这一运动过程中，点H所经过的路径长是_____．



三．解答题（本大题共 11 小题，共 82 分．）

17.（5 分）计算：$(-1)^{2021}+\left|1-\sqrt{2}\right|-\sqrt{\frac{1}{16}}$

18.（5 分）解方程：$\frac{2x}{x-2}=1+\frac{1}{x-2}$．

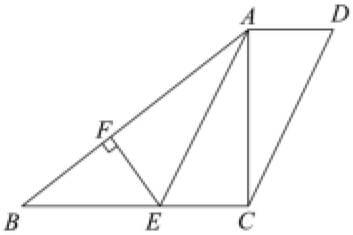
19.（6 分）已知$x^2+2x-2=0$，求代数式$x(x+2)+(x+1)^2$的值．

20.（6 分）从甲、乙、丙、丁 4 名学生中选 2 名学生参加一次乒乓球单打比赛，求下列事件发生的概率．

(1)甲一定参加比赛，再从其余 3 名学生中任意选取 1 名，恰好选中丙的概率是____；

(2)任意选取 2 名学生参加比赛，求一定有乙的概率．(用树状图或列表的方法求解)．

21.（6分）如图，在四边形$ABCD$中，$\angle ACB=\angle CAD=90^{\circ}$，点$E$在$BC$上，$AE//DC,EF\perp AB$，垂足为$F$．

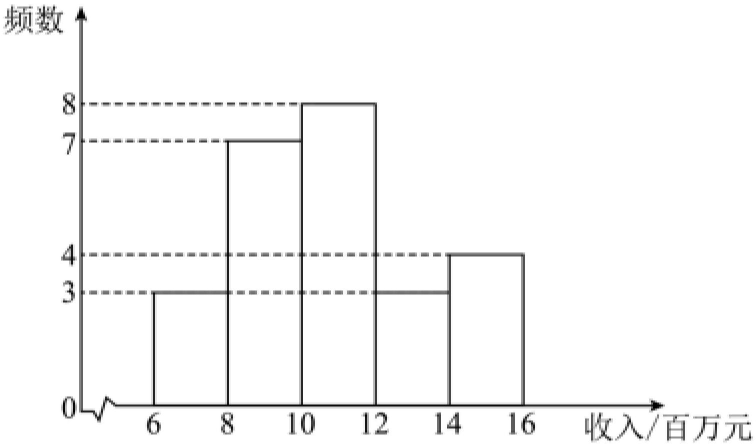


（1）求证：四边形$AECD$是平行四边形；

（2）若AE平分$\angle BAC,BE=5,\cos B=\frac{4}{5}$，求$BF$和$AD$的长．

22.（8分）为了解甲、乙两座城市的邮政企业 4 月份收入的情况，从这两座城市的邮政企业中，各随机抽取了 25 家邮政企业，获得了它们 4 月份收入（单位：百万元）的数据，并对数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a．甲城市邮政企业 4 月份收入的数据的频数分布直方图如下（数据分成 5 组：$6\le x<8,8\le x<10,10\le x<12,12\le x<14,14\le x\le 16$）：



b．甲城市邮政企业 4 月份收入的数据在$10\le x<12$这一组的是：10.0，10.0，10.1，10.9，11.4，11.5，11.6，11.8

c．甲、乙两座城市邮政企业 4 月份收入的数据的平均数、中位数如下：

	平均数	中位数
甲城	10.8	m

乙城	11.0	11.5

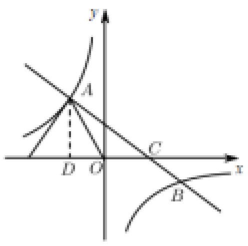
根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中m的值；

（2）在甲城市抽取的邮政企业中，记 4 月份收入高于它们的平均收入的邮政企业的个数为p_1．在乙城市抽取的邮政企业中，记 4 月份收入高于它们的平均收入的邮政企业的个数为p_2．比较p_1，p_2的大小，并说明理由；

（3）若乙城市共有 200 家邮政企业，估计乙城市的邮政企业 4 月份的总收入（直接写出结果）．

23.（8 分）如图，在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=kx+b\left(k\neq 0\right)$的图像与反比例函数$y=\dfrac{n}{x}(n\neq 0)$的图像交于第二、四象限内的$A$、$B$两点，与$x$轴交于点$C$，点$B$坐标为$\left(m,-1\right)$，$AD\perp x$轴，且$AD=3$，$\tan\angle AOD=\dfrac{3}{2}$．

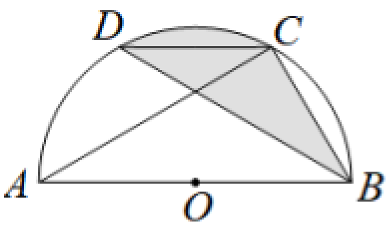


(1)求该反比例函数和一次函数的解析式；

(2)直接写出不等式$kx+b>\dfrac{n}{x}$的解集；

(3)若点E是x轴上一点，若$\triangle AOE$的面积是□AOC的面积的 2 倍，求点E的坐标．

24.（8 分）如图，C，D是以AB为直径的半圆上的两点，$\angle CAB=\angle DBA$，连结BC，CD．



(1)求证：$CD \parallel AB$．

(2)若 $AB=4$，$\angle ACD=30°$，求阴影部分的面积．

25.（10 分）端午节前夕，某超市从厂家分两次购进 A 、B 两种品牌的粽子，两次进货时，两种品牌粽子的进价不变．第一次购进 A 品牌粽子 100 袋和 B 品牌粽子 150 袋，总费用为 7000 元；第二次购进 A 品牌粽子 180 袋和 B 品牌粽子 120 袋，总费用为 8100 元．

(1)求 A 、B 两种品牌粽子每袋的进价各是多少元；

(2)当 B 品牌粽子销售价为每袋 54 元时，每天可售出 20 袋，为了促销，该超市决定对 B 品牌粽子进行降价销售．经市场调研，若每袋的销售价每降低 1 元，则每天的销售量将增加 5 袋．当 B 品牌粽子每袋的销售价降低多少元时，每天售出 B 品牌粽子所获得的利润最大？最大利润是多少元？

26.（10 分）已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a>0$）的顶点为 P，与 x 轴相交于点 $A(-1,0)$ 和点 B．

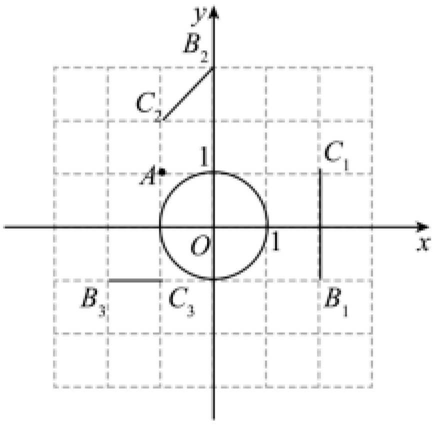
(1)若 $b=-2, c=-3$，

①求点 P 的坐标；

②直线 $x=m$（m 是常数，$1<m<3$）与抛物线相交于点 M，与 BP 相交于点 G，当 MG 取得最大值时，求点 M，G 的坐标；

(2)若 $3b=2c$，直线 $x=2$ 与抛物线相交于点 N，E 是 x 轴的正半轴上的动点，F 是 y 轴的负半轴上的动点，当 $PF+FE+EN$ 的最小值为 5 时，求点 E，F 的坐标．

27.（10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，⊙O 的半径为 1，对于点 A 和线段 BC，给出如下定义：若将线段 BC 绕点 A 旋转可以得到⊙O 的弦 $B'C'$（B', C' 分别是 B, C 的对应点），则称线段 BC 是⊙O 的以点 A 为中心的“关联线段”．



（1）如图，点 $A,B_1,C_1,B_2,C_2,B_3,C_3$ 的横、纵坐标都是整数．在线段 B_1C_1,B_2C_2,B_3C_3 中，$\odot O$ 的以点A为中心的“关联线段”是______________；

（2）$\triangle ABC$ 是边长为1的等边三角形，点 $A(0,t)$，其中 $t\neq 0$．若 BC 是 $\odot O$ 的以点A为中心的“关联线段”，求 t 的值；

（3）在 $\triangle ABC$ 中，$AB=1, AC=2$．若 BC 是 $\odot O$ 的以点A为中心的“关联线段”，直接写出 OA 的最小值和最大值，以及相应的 BC 长．

参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、A

【解析】A、$-3-\frac{1}{2}=-\frac{7}{2}$，故此选项符合题意；

B、$3-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$，故此选项不符合题意；

C、$-3+\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}$，故此选项不符合题意；

D、$3+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$，故此选项不符合题意；

故选：A．

2、B

【解析】解：数据 11000000 用科学记数法表示应为 1.1×10^{7}．

故选：B.

3、A

【解析】解：A． $a^{2}\cdot a^{3}=a^{5}$，正确，该选项符合题意；

B． $\left(a^{2}\right)^{3}=a^{6}$，原计算错误，该选项不符合题意；

C． $\left(a^{2}b\right)^{3}=a^{6}b^{3}$，原计算错误，该选项不符合题意；

D． $a^{6}\div a^{3}=a^{3}$，原计算错误，该选项不符合题意；

故选：A．

4、D

【解析】解：追加前的平均数为：$\frac{1}{5}(5+3+6+5+10)=5.8$；

从小到大排列为 3，5，5，6，10，则中位数为 5；

5 出现次数最多，众数为 5；

追加后的平均数为：$\frac{1}{5}(5+3+6+5+20)=7.8$；

从小到大排列为 3，5，5，6，20，则中位数为 5；

5 出现次数最多，众数为 5；

综上，中位数和众数都没有改变，

故选：D．

5、A

【解析】解：∵点O在直线AB上，$OC\perp OD$，

∴$\angle AOC+\angle COB=180°$，$\angle COD=90°$，

∵$\angle AOC=120°$，∴$\angle COB=60°$，∴$\angle BOD=90°-\angle COB=30°$；

故选A．

6、D

【解析】解：这张圆桌的3个座位是彼此相邻的，甲乙相邻是必然事件，所以甲和乙相邻的概率为1．

故选：D．

7、C

【解析】解：设图中"？"代表的有理数是x，

∵每行、每列、每条对角线上三个数字之和都相等，

∴$4+15+18=10+15+x$，

解得$x=12$，

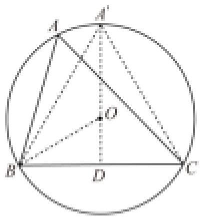
∴图中"？"代表的有理数是12．

故选：C．

8、D

【解析】解：当△ABC的高AD经过圆的圆心时，此时△ABC的面积最大，

如图所示，



∵$A'D\perp BC$，∴$BC=2BD$，$\angle BOD=\angle BAC=\theta$，

在$Rt\triangle BOD$中，$\sin\theta=\dfrac{BD}{OB}=\dfrac{BD}{1}$，$\cos\theta=\dfrac{OD}{OB}=\dfrac{OD}{1}$，

∴$BD=\sin\theta$，$OD=\cos\theta$，∴$BC=2BD=2\sin\theta$，

$A'D=A'O+OD=1+\cos\theta$，

∴$S_{\triangle A'BC}=\dfrac{1}{2}AD\cdot BC=\dfrac{1}{2}\cdot 2\sin\theta(1+\cos\theta)=\sin\theta(1+\cos\theta)$．

故选：D．

二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共24分.）

9、m^8

【解析】解：$m\cdot m^7=m^{1+7}=m^8$，

故答案为：m^8．

10、$x(y+1)(y-1)$

【解析】$xy^2-x=x(y^2-1)=x(y+1)(y-1)$

故答案为：$x(y+1)(y-1)$．

11、2

【解析】解：$\dfrac{x^2+xy}{xy}+\dfrac{xy-x^2}{xy}=\dfrac{2xy}{xy}=2$，

故答案为：2．

12、1（答案不唯一，满足 $b>0$ 即可）

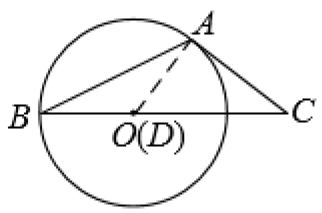
【解析】解：∵一次函数 $y=x+b$（b 是常数）的图象经过第一、二、三象限，

∴$b>0$

故答案为：1 答案不唯一，满足 $b>0$ 即可）

13、$\dfrac{3}{2}$或$\dfrac{6}{5}$

【解析】解：连接 OA，



①当 D 点与 O 点重合时，$\angle CAD$ 为 90°，

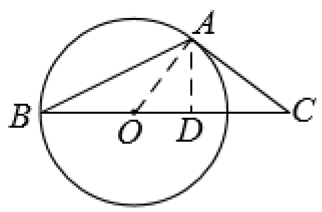
设圆的半径=r，

∴OA=r，OC=4-r，∵AC=2，

在 $Rt\triangle AOC$ 中，根据勾股定理可得：$r^2+4=(4-r)^2$，解得：$r=\dfrac{3}{2}$，

即 $AD=AO=\dfrac{3}{2}$；

②当$\angle ADC$=90°时，过点 A 作 $AD\perp BC$ 于点 D，



$\because \frac{1}{2}AO \cdot AC=\frac{1}{2}OC \cdot AD$，$\therefore AD=\frac{AO \cdot AC}{OC}$，

$\because AO=\frac{3}{2}$，$AC=2$，$OC=4-r=\frac{5}{2}$，$\therefore AD=\frac{6}{5}$，

综上所述，AD 的长为 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{6}{5}$，

故答案为：$\frac{3}{2}$ 或 $\frac{6}{5}$．

14、 5

【解析】解：由题意可得 MN 垂直平分 AC，

则 $AE=CE=\frac{1}{2}AC$，$AD=CD$，

□ABC 的周长为 $AB+AC+BC=AB+2AE+BD+CD=23cm$，

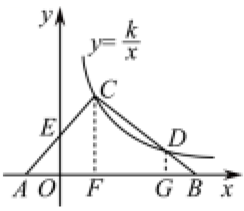
$\triangle ABD$ 的周长为 $AB+AD+BD=AB+CD+BD=13cm$，

则 $2AE=10cm$，即 $AE=5cm$，

故答案为：5

15、 $\frac{12}{5}$

【解析】解：如图，过点 C 作 $CF\perp x$ 轴于点 F，过点 D 作 $DG\perp x$ 轴于点 G，



设点 C 的坐标为 (m,n)，则 $OF=m, CF=n, mn=k$，

$\because AE=CE$，$CD=2BD$，$\therefore \frac{AE}{AC}=\frac{1}{2}$，$\frac{BD}{BC}=\frac{1}{3}$，

$\because OE\perp x$ 轴，$CF\perp x$ 轴，$\therefore OE$□CF，$\therefore$□AOE□□AFC，

$\therefore \frac{AO}{AF}=\frac{AE}{AC}=\frac{1}{2}$，即 $AO=\frac{1}{2}AF$，$\therefore AO=OF=m$，

又 $\because CF\perp x$ 轴，$DG\perp x$ 轴，$\therefore CF$□DG，$\therefore$□BDG□□BCF，

$\therefore \frac{BG}{BF}=\frac{DG}{CF}=\frac{BD}{BC}$，即 $\frac{BG}{BF}=\frac{DG}{n}=\frac{1}{3}$，解得 $DG=\frac{1}{3}n$，$BG=\frac{1}{3}BF$，

将 $x=\frac{1}{3}n$ 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 得：$y=\frac{k}{\frac{1}{3}n}=3m$，$\therefore D\left(3m,\frac{1}{3}n\right)$，$OG=3m$，

$\therefore FG=OG-OG=2m$，

由 $BG=\frac{1}{3}BF$ 得：$BF=\frac{3}{2}FG=3m$，$\therefore AB=AO+OF+BF=m+m+3m=5m$，

$\because S_{\triangle ABC}=6$，$\therefore \frac{1}{2}AB\cdot CF=\frac{1}{2}\times 5mn=6$，解得 $mn=\frac{12}{5}$，即 $k=\frac{12}{5}$，

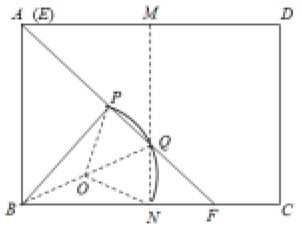
故答案为：$\frac{12}{5}$．

16、 $\frac{\sqrt{5}\pi}{2}$

【解析】解：∵点 M、N 分别是边 AD、BC 的中点，

连接 MN，则四边形 $ABNM$ 是矩形，∴$MN=AB=6$，$AM=BN=\frac{1}{2}AD==4$，

根据题意知 EF 在运动中始终与 MN 交于点 Q，如图，



∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$AD//BC$，∴$\Delta AQM\sim\Delta FQN$，∴$\frac{NF}{EM}=\frac{NQ}{MQ}=\frac{1}{2}$，∴ $NQ=\frac{1}{3}MN=2$

当点 E 与点 A 重合时，则 $NF=\frac{1}{2}AM=2$，

∴$BF=BN+NF=4+2=6$，∴$AB=BF=6$∴ΔABF 是等腰直角三角形，∴ $\angle AFB=45^{\circ}$，

∵$BP\perp AF$，∴ $\angle PBF=45^{\circ}$

由题意得，点 H 在以 BQ 为直径的 $\overset{\frown}{PN}$ 上运动，运动路径长为 $\overset{\frown}{PN}$ 长，取 BQ 中点 O，连接 PO，NO，

∴$\angle PON=90^{\circ}$，又 $\angle BNQ=90^{\circ}$，

∴ $BQ=\sqrt{BN^2+NQ^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，∴ $ON=OP=OQ=\frac{1}{2}BQ=\sqrt{5}$，

∴ $\overset{\frown}{PN}$ 的长为 $\frac{90\pi\times\sqrt{5}}{180}=\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$

故答案为：$\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$

三、解答题（本大题共 11 小题，共 82 分.）

17、 $-2\frac{1}{4}+\sqrt{2}$

【解析】解：原式 $=-1+\sqrt{2}-1-\frac{1}{4}=-2\frac{1}{4}+\sqrt{2}$；

18、 $x=-1$

【解析】解：$\frac{2x}{x-2}=1+\frac{1}{x-2}$，

$2x=x-2+1$，$x=-1$，

经检验 $x=-1$ 是原方程的解，

则原方程的解是 $x=-1$．

19、5

【解析】解：∵ $x^2+2x-2=0$，∴ $x^2+2x=2$，

∴ $x(x+2)+(x+1)^2=x^2+2x+x^2+2x+1=2x^2+4x+1=2\left(x^2+2x\right)+1=2\times2+1=5$

20、(1)$\frac{1}{3}$；(2)$\frac{1}{2}$

【解析】（1）解：由甲一定参加比赛，再从其余 3 名学生中任意选取 1 名，共有甲、乙，甲、丙，甲、丁三种等可能，符合条件的情况数有 1 种，

∴甲一定参加比赛，再从其余 3 名学生中任意选取 1 名，恰好选中丙的概率是 $\frac{1}{3}$.

（2）列表如下：

	甲	乙	丙	丁
甲		甲、乙	甲、丙	甲、丁
乙	乙、甲		乙、丙	乙、丁
丙	丙、甲	丙、乙		丙、丁
丁	丁、甲	丁、乙	丁、丙	

所有所有的等可能的情况数有 12 种，符合条件的情况数有 6 种，所以一定有乙的概率为：$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

21、（1）见详解；（2）$BF=4$，$AD=3$

【解析】（1）证明：∵ $\angle ACB=\angle CAD=90°$，∴ $AD // CE$，

∵ $AE//DC$，∴四边形 $AECD$ 是平行四边形；

（2）解：由（1）可得四边形 $AECD$ 是平行四边形，∴ $CE=AD$，

∵ $EF\perp AB$，AE 平分 $\angle BAC$，$\angle ACB=90°$，∴ $EF=CE$，∴ $EF=CE=AD$，

∵ $BE=5, \cos B=\frac{4}{5}$，∴ $BF=BE\cdot\cos B=5\times\frac{4}{5}=4$，∴ $EF=\sqrt{BE^2-BF^2}=3$，

∴ $AD=EF=3$．

22、（1）$m=10.1$；（2）$p_1<p_2$，理由见详解；（3）乙城市的邮政企业 4 月份的总收入为 2200 百万元．

【解析】解：（1）由题意可得 m 为甲城市的中位数，由于总共有 25 家邮政企业，所以第 13 家邮政企业的收入作为该数据的中位数，

∵ $6\le x<8$ 有 3 家，$8\le x<10$ 有 7 家，$10\le x<12$ 有 8 家，

∴中位数落在 $10\le x<12$ 上，

$\therefore m=10.1$；

（2）由（1）可得：甲城市中位数低于平均数，则 p_1 最大为 12 个；乙城市中位数高于平均数，则 p_2 至少为 13 个，

$\therefore p_1<p_2$；

（3）由题意得：

$200\times 11=2200$（百万元）；

答：乙城市的邮政企业 4 月份的总收入为 2200 百万元．

23、(1)反比例函数的解析式为 $y=\frac{-6}{x}$，一次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$；

(2) $x<-2$ 或 $0<x<6$；(3) $E(-8,0)$ 或 $E(8,0)$．

【解析】（1）$\because AD\perp x$ 轴，$\therefore\angle ADO=90^\circ$，

在 Rt□ADO 中，$AD=3$，$\tan\angle AOD=\frac{3}{2}$．$\therefore\frac{AD}{DO}=\frac{3}{2}$，$\therefore DO=2$ $\therefore A(-2,3)$

$\because$ 点 A 在反比例函数 $y=\frac{n}{x}$ 的图象上，$\therefore n=-2\times 3=-6$，

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{-6}{x}$，

$\because$ 点 $B(m,-1)$ 在反比例函数 $y=\frac{-6}{x}$ 的图象上，$\therefore -1=\frac{-6}{m}$，$\therefore m=6$，$\therefore B(6,-1)$，

将点 $A(-2,3)$，$B(6,-1)$ 代入直线 $y=kx+b\,(k\neq 0)$ 中，

得 $\begin{cases}-2k+b=3\\6k+b=-1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-\frac{1}{2}\\b=2\end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$；

（2）结合图象可知：

当 $x<-2$ 或 $0<x<6$ 时，一次函数图象位于反比例函数图象上方，

此时 $kx+b>\frac{n}{x}$

（3）一次函数与 x 轴交于点 C，当 $-\frac{1}{2}x+2=0$ 时解得：$x=4$，

$\therefore C(4,0)$ 即 $OC=4$，$\therefore S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}OC\cdot AD=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6$，$\therefore S_{\triangle AOE}=2S_{\triangle AOC}=12$，

因为点 E 是 x 轴上，

$\because S_{\triangle AOE}=\frac{1}{2}OE\cdot AD=\frac{3}{2}OE$，$\therefore\frac{3}{2}OE=12$，$\therefore OE=8$，

当 E 在 O 左侧时，$E(-8,0)$，

当 E 在 O 右侧时，$E(8,0)$，

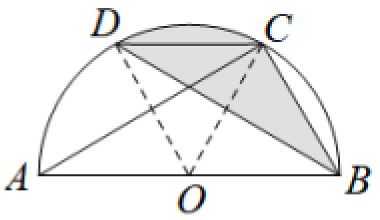
24、(1)答案见解析；(2) $\frac{2}{3}\pi$

【解析】（1）证明：∵ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD}$，

∴$\angle ACD=\angle DBA$，

又∵ $\angle CAB=\angle DBA$，∴$\angle CAB=\angle ACD$，∴$CD \parallel AB$；

（2）解：如图，连结 OC，OD．



∵$\angle ACD=30°$，∴$\angle ACD=\angle CAB=30°$，∴$\angle AOD=\angle COB=60°$，

∴$\angle COD=180°-\angle AOD-\angle COB=60°$．

∵ $CD \parallel AB$，∴$S_{\triangle DOC}=S_{\triangle DBC}$，

∴$S_{阴影}=S_{弓形COD}+S_{\triangle DOC}=S_{弓形COD}+S_{\triangle DBC}=S_{扇形COD}$，

∵$AB=4$，

∴$OA=2$，

∴$S_{扇形COD}=\frac{n\pi r^2}{360}=\frac{60\times\pi\times 2^2}{360}=\frac{2}{3}\pi$．

∴$S_{阴影}=\frac{2}{3}\pi$．

25、(1)A 种品牌粽子每袋的进价是 25 元，B 种品牌粽子每袋的进价是 30 元

(2)当 B 品牌粽子每袋的销售价降低 10 元时，每天售出 B 品牌粽子所获得的利润最大，最大利润是 980 元

【解析】（1）解：设 A 种品牌粽子每袋的进价是 x 元，B 种品牌粽子每袋的进价是 y 元，

根据题意得，$\begin{cases}100x+150y=7000\\180x+120y=8100\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=25\\y=30\end{cases}$，

故 A 种品牌粽子每袋的进价是 25 元，B 种品牌粽子每袋的进价是 30 元；

（2）解：设 B 品牌粽子每袋的销售价降低 a 元，利润为 w 元，

根据题意得，

$w=(54-a-30)(20+5a)=-5a^2+100a+480=-5(a-10)^2+980$，

$\because -5<0$，

∴当 B 品牌粽子每袋的销售价降低 10 元时，每天售出 B 品牌粽子所获得的利润最大，最大利润是 980 元.

26、(1)① $(1,-4)$；②点 M 的坐标为 $(2,-3)$，点 G 的坐标为 $(2,-2)$；

(2)点 $E\left(\frac{5}{7},0\right)$ 和点 $F\left(0,-\frac{20}{21}\right)$；

【解析】(1) ①∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴相交于点 $A(-1,0)$，

∴ $a-b+c=0$. 又 $b=-2, c=-3$，得 $a=1$. ∴抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$.

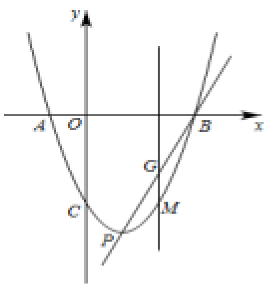
∵ $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，∴点 P 的坐标为 $(1,-4)$.

②当 $y=0$ 时，由 $x^2-2x-3=0$，解得 $x_1=-1$，$x_2=3$. ∴点 B 的坐标为 $(3,0)$.

设经过 B，P 两点的直线的解析式为 $y=kx+n$，

有 $\begin{cases}3k+n=0,\\ k+n=-4.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=2,\\ n=-6.\end{cases}$ ∴直线 BP 的解析式为 $y=2x-6$.

∵直线 $x=m$（m 是常数，$1<m<3$）与抛物线 $y=x^2-2x-3$ 相交于点 M，与 BP 相交于点 G，如图所示：



∴点 M 的坐标为 (m,m^2-2m-3)，点 G 的坐标为 $(m,2m-6)$.

∴ $MG=(2m-6)-(m^2-2m-3)=-m^2+4m-3=-(m-2)^2+1$.

∴当 $m=2$ 时，MG 有最大值 1.

此时，点 M 的坐标为 $(2,-3)$，点 G 的坐标为 $(2,-2)$.

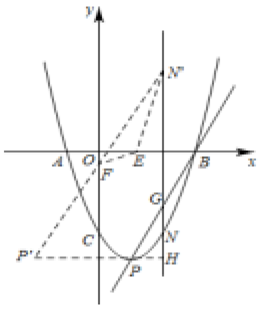
（2）由（1）知 $a-b+c=0$，又 $3b=2c$，∴ $b=-2a, c=-3a$.（$a>0$）

∴抛物线的解析式为 $y=ax^2-2ax-3a$.

∵ $y=ax^2-2ax-3a=a(x-1)^2-4a$，∴顶点 P 的坐标为 $(1,-4a)$.

∵直线 $x=2$ 与抛物线 $y=ax^2-2ax-3a$ 相交于点 N，∴点 N 的坐标为 $(2,-3a)$.

作点 P 关于 y 轴的对称点 P'，作点 N 关于 x 轴的对称点 N'，如图所示：



得点 P' 的坐标为 $(-1,-4a)$，点 N' 的坐标为 $(2,3a)$．

当满足条件的点 E，F 落在直线 $P'N'$ 上时，$PF+FE+EN$ 取得最小值，

此时，$PF+FE+EN=P'N'=5$．

延长 $P'P$ 与直线 $x=2$ 相交于点 H，则 $P'H\perp N'H$．

在 $Rt\triangle P'HN'$ 中，$P'H=3, HN'=3a-(-4a)=7a$．

$\therefore P'N'^2=P'H^2+HN'^2=9+49a^2=25$．

解得 $a_1=\frac{4}{7}, a_2=-\frac{4}{7}$（舍）．

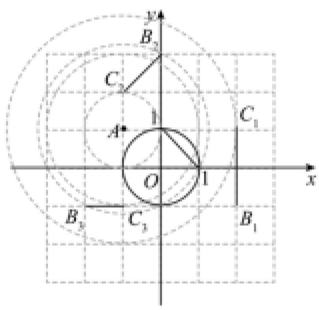
$\therefore$点 P' 的坐标为 $\left(-1,-\frac{16}{7}\right)$，点 N' 的坐标为 $\left(2,\frac{12}{7}\right)$．

则直线 $P'N'$ 的解析式为 $y=\frac{4}{3}x-\frac{20}{21}$．

$\therefore$点 $E\left(\frac{5}{7},0\right)$ 和点 $F\left(0,-\frac{20}{21}\right)$．

27、（1）B_2C_2；（2）$t=\pm\sqrt{3}$；（3）当 $OA_{min}=1$ 时，此时 $BC=\sqrt{3}$；当 $OA_{max}=2$ 时，此时 $BC=\frac{\sqrt{6}}{2}$．

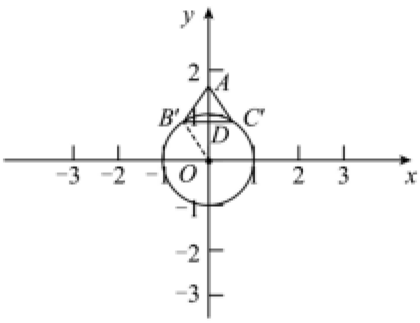
【解析】解：（1）由题意得：



通过观察图象可得：线段 B_2C_2 能绕点 A 旋转 90°得到⊙ O 的“关联线段”，B_1C_1, B_3C_3 都不能绕点 A 进行旋转得到；

故答案为 B_2C_2；

（2）由题意可得：当 BC 是⊙ O 的以点 A 为中心的“关联线段”时，则有 $\triangle AB'C'$ 是等边三角形，且边长也为 1，当点 A 在 y 轴的正半轴上时，如图所示：

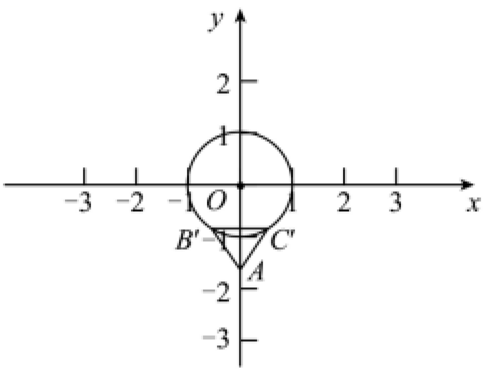


设 $B'C'$ 与 y 轴的交点为 D，连接 OB'，易得 $B'C'\perp y$ 轴，

$\therefore B'D=DC'=\dfrac{1}{2}$，$\therefore OD=\sqrt{OB'^2-B'D^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$AD=\sqrt{AB'^2-B'D^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

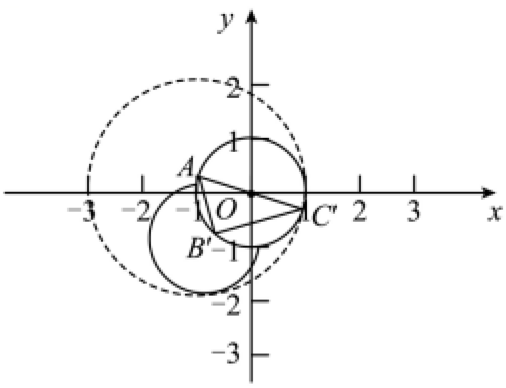
$\therefore OA=\sqrt{3}$，$\therefore t=\sqrt{3}$；

当点 A 在 y 轴的正半轴上时，如图所示：



同理可得此时的 $OA=\sqrt{3}$，$\therefore t=-\sqrt{3}$；

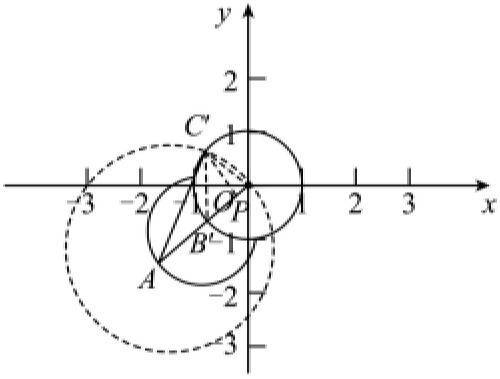
（3）由 BC 是⊙O 的以点 A 为中心的"关联线段"，则可知 B',C' 都在⊙O 上，且 $AB'=AB=1, AC'=AC=2$，则有当以 B' 为圆心，1 为半径作圆，然后以点 A 为圆心，2 为半径作圆，即可得到点 A 的运动轨迹，如图所示：



由运动轨迹可得当点 A 也在⊙O 上时为最小，最小值为 1，此时 AC' 为⊙O 的直径，

$\therefore \angle AB'C'=90^\circ$，$\therefore \angle AC'B'=30^\circ$，$\therefore BC=B'C'=AC'\cdot\cos30^\circ=\sqrt{3}$；

由以上情况可知当点 A,B',O 三点共线时，OA 的值为最大，最大值为 2，如图所示：



连接 $OC',B'C'$，过点 C' 作 $C'P\perp OA$ 于点 P，$\therefore OC'=1, AC'=OA=2$，

设 $OP=x$，则有 $AP=2-x$，

$\therefore$由勾股定理可得：$C'P^2=AC'^2-AP^2=OC'^2-OP^2$，即 $2^2-(2-x)^2=1-x^2$，

解得：$x=\frac{1}{4}$，$\therefore C'P=\frac{\sqrt{15}}{4}$，$\therefore B'P=OB'-OP=\frac{3}{4}$，

在 $Rt\triangle B'PC'$ 中，$B'C'=\sqrt{B'P^2+C'P^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$\therefore BC=\frac{\sqrt{6}}{2}$；

综上所述：当 $OA_{\min}=1$ 时，此时 $BC=\sqrt{3}$；当 $OA_{\max}=2$ 时，此时 $BC=\frac{\sqrt{6}}{2}$．