

2022-2023 学年七年级下册数学检测卷

第 11 章《一元一次不等式》

姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____

一、选择题（共 8 小题）

1. 若 $a < b$ ，则下列结论不一定成立的是（ ）

- A. $a-1 < b-1$ B. $2a < 2b$ C. $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$ D. $a^2 < b^2$

2. 小明一家 6 人去公园游玩，小明爸爸给了小明 100 元买午饭，有 12 元套餐和 18 元套餐可供选择，若至少有 2 个人要吃 18 元套餐，请问小明购买的方案有（ ）

- A. 2 种 B. 3 种 C. 4 种 D. 5 种

3. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x+3 > 12 \\ x-a \leq 0 \end{cases}$ 恰有 3 个整数解，则实数 a 的取值范围是（ ）

- A. $7 < a < 8$ B. $7 < a \leq 8$ C. $7 \leq a < 8$ D. $7 \leq a \leq 8$

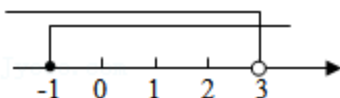
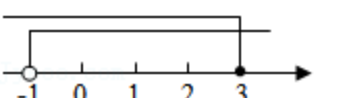
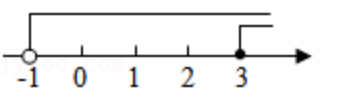
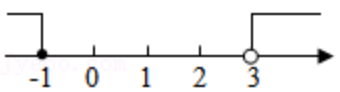
4. 一次智力测验，有 20 道选择题．评分标准是：对 1 题给 5 分，错 1 题扣 2 分，不答题不给分也不扣分．小明有两道题未答，要使总分不低于 60 分，那么小明至少答对的题数是（ ）

- A. 15 道 B. 14 道 C. 13 道 D. 12 道

5. 已知 $x=4$ 是关于 x 的方程 $kx+b=0$ ($k \neq 0, b > 0$) 的解，则关于 x 的不等式 $k(x-3)+2b > 0$ 的解集是（ ）

- A. $x > 11$ B. $x < 11$ C. $x > 7$ D. $x < 7$

6. 一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x > x-1 \\ \frac{x+1}{2} \leq 2 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为（ ）

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

7. 如图，按下面的程序进行运算．规定：程序运行到“判断结果是否大于 28”为一次运算．若运算进行

了3次才停止,则 x 的取值范围是()



- A. $2 < x \leq 4$ B. $2 \leq x < 4$ C. $2 < x < 4$ D. $2 \leq x \leq 4$

8. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3x-1 < 4(x-1) \\ x < m \end{cases}$ 无解,则 m 的取值范围是()

- A. $m \leq 3$ B. $m > 3$ C. $m < 3$ D. $m \geq 3$

二、填空题(共8小题)

9. 不等式 $-2x > 10$ 的解集是_____。

10. 若关于 x 的不等式 $(2n-3)x < 5$ 的解集为 $x > -1$,则 $n =$ _____。

11. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x-y=2k \\ x+3y=1-5k \end{cases}$ 的解满足不等式 $-1 \leq x+y < 5$,则实数 k 的取值范围为_____。

12. 已知实数 x, y 满足 $2x-3y=4$,且 $x > -1, y \leq 2$,设 $k=x-y$,则 k 的取值范围是_____。

13. 某经销商销售一批电话手表,第一个月以550元/块的价格售出60块,第二个月起降价,以500元/块的价格将这批电话手表全部售出,销售总额超过了5.5万元,这批电话手表至少有_____块。

14. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-m < 0 \\ 7-2x \leq 1 \end{cases}$ 的整数解有4个,则 m 的取值范围是_____。

15. 已知 $x=2$ 是不等式 $ax-3a+2 \geq 0$ 的解,且 $x=1$ 不是这个不等式的解,则实数 a 的取值范围是_____。

16. 对于 x ,符号 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数.如: $[3.14]=3, [-7.59]=-8$,则满足关系式 $[\frac{3x+7}{7}] = 4$ 的 x 的整数值有_____个。

三、解答题(共9小题)

17. 解一元一次不等式组: $\begin{cases} 3x+1 < 2(x+2) \\ -\frac{x}{3} \leq \frac{5x}{3} + 2 \end{cases}$

18. 解不等式组: $\begin{cases} x-3(x-2) \geq 4 \\ \frac{x-1}{5} < \frac{x+1}{2} \end{cases}$,并写出它的整数解

19. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > -1 \\ x < 4 \\ x \leq 1 - k \end{cases}$.

- (1) 当 $k = -2$ 时, 求不等式组的解集;
- (2) 若不等式组的解集是 $-1 < x < 4$, 求 k 的范围;
- (3) 若不等式组有 3 个整数解, 求 k 的范围。

20. 端午节之前, 小明准备买粽子过节, 若在当地某超市购买 2 盒甲品牌粽子和 3 盒乙品牌粽子需支付 380 元, 而在某团购群购买 5 盒甲品牌粽子和 4 盒乙品牌粽子需支付 520 元. 对比发现, 甲品牌粽子每盒的团购价相当于超市价的八折, 乙品牌粽子每盒的团购价相当于超市价的七五折。

- (1) 甲、乙两种品牌粽子每盒的超市价分别是多少元?
- (2) 小明打算在团购群购买这两种品牌的粽子, 其中乙品牌粽子比甲品牌粽子多 3 盒, 总花费不超过 1200 元, 问小明最多能买多少盒甲品牌粽子?

21. 商店购进每个 10 元的某种商品共 200 个, 邮寄费和优惠率如下表:

邮购个数	1~99	100 以上 (含 100)
邮寄费用	商品价格的 5%	免费邮寄
价格优惠	不优惠	优惠 10%

- (1) 如果商店分两次购进, 总计金额 1890 元, 两次邮购商品各多少个? (列方程组解答)
- (2) 如果商店一次性购进该批商品, 然后再售出. 已知该商品每个标价 13.5 元出售, 若商店每个以 a 折出售且利润不低于 5%, 那么最低可以打几折出售这批商品?

22. 某电器超市销售每台进价分别为 160 元、120 元的 A 、 B 两种型号的电风扇, 如表是近两周的销售情况:

销售时段	销售数量		销售收入
	A 种型号	B 种型号	
第一周	3 台	4 台	1200 元
第二周	5 台	6 台	1900 元

(进价、售价均保持不变, 利润=销售收入-进货成本)

(1) 求 A 、 B 两种型号的电风扇的销售单价;

(2) 若超市准备用不多于 7500 元的金额再采购这两种型号的电风扇共 50 台, 求 A 种型号的电风扇最多能采购多少台?

(3) 在 (2) 的条件下, 超市销售完这 50 台电风扇能否实现利润超过 1850 元的目标? 若能, 请给出相应的采购方案; 若不能, 请说明理由。

23. 先阅读短文, 然后回答短文后面所给出的问题:

对于三个数 a 、 b 、 c 的平均数, 最小的数都可以给出符号来表示, 我们规定 $M\{a, b, c\}$ 表示 a 、 b 、 c 这三个数的平均数, $\min\{a, b, c\}$ 表示 a 、 b 、 c 这三个数中最小的数, $\max\{a, b, c\}$ 表示 a 、 b 、 c

这三个数中最大的数. 例如: $M\{-1, 2, 3\} = \frac{-1+2+3}{3} = \frac{4}{3}$, $\min\{-1, 2, 3\} = -1$, $\max\{-1, 2,$

$3\} = 3$; $M\{-1, 2, a\} = \frac{-1+2+a}{3} = \frac{a+1}{3}$, $\min\{-1, 2, a\} = \begin{cases} a(a \leq -1) \\ -1(a > -1) \end{cases}$.

(1) 请填空: $\max\{c-1, c, c+1\} = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $m < 0$, $n > 0$, $\min\{3m, (n+3)m, -mn\} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若 $\min\{2, 2x+2, 4-2x\} = 2$, 求 x 的取值范围;

(3) 若 $M\{2, x+1, 2x\} = \min\{2, x+1, 2x\}$, 求 x 的值。

24. 阅读下列材料:

解答“已知 $x-y=2$, 且 $x>1$, $y<0$, 试确定 $x+y$ 的取值范围”有如下解法:

解: $\because x-y=2$, 又 $\because x>1$, $\therefore y+2>1$, $y>-1$

又 $y<0$, $\therefore -1<y<0$①

同理得: $1<x<2$②

由①+②得 $-1+1<y+x<0+2$, $\therefore x+y$ 的取值范围是 $0<x+y<2$

请按照上述方法, 完成下列问题:

已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 3x-y=2a-5 \\ x+2y=3a+3 \end{cases}$ 的解都为正数。

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 已知 $a-b=4$, 且 $b<2$, $a+b$ 的取值范围;

(3) 已知 $a - b = m$ (m 是大于 0 的常数), 且 $b \leq 1$, 求 $2a + \frac{1}{2}b$ 最大值. (用含 m 的代数式表示)

25. 为了开展全校学生阳光体育运动活动, 增强学生身体素质, 张老师所在的学校需要购买若干个足球和篮球. 他曾三次在某商场购买过足球和篮球, 其中有一次购买时, 遇到商场打折销售, 其余两次均按标价购买. 三次购买足球和篮球的数量和费用如下表:

	足球数量 (个)	篮球数量 (个)	总费用 (元)
第一次	6	5	750
第二次	3	7	780
第三次	7	8	742

- (1) 张老师是第_____次购买足球和篮球时, 遇到商场打折销售的;
- (2) 求足球和篮球的标价;
- (3) 如果现在商场均以标价的 6 折对足球和篮球进行促销, 张老师决定从该商场一次性购买足球和篮球 50 个, 且总费用不能超过 2200 元, 那么最多可以购买多少个篮球。

参考答案

一、选择题（共 8 小题）

1. D

【分析】通过不等式的基本性质逐项判断求解.

【解答】解： A ， $\because a < b$ ，

$\therefore a-1 < b-1$ 正确， A 不符合题意.

B ， $\because a < b$ ，

$\therefore 2a < 2b$ 正确， B 不符合题意.

C ， $\because a < b$ ，

$\therefore \frac{a}{3} < \frac{b}{3}$ 正确， C 不符合题意.

D ，当 $a < b < 0$ 时， $a^2 > b^2$ ，故 D 选项不正确，符合题意.

故选： D .

【点评】本题考查不等式的基本性质，熟练掌握不等式的基本性质是解题关键.

2. B

【分析】设要吃 18 元套餐的有 x 人，由题意：小明爸爸给了小明 100 元买午饭，有 12 元套餐和 18 元套餐可供选择，列出不等式，解不等式即可.

【解答】解：设要吃 18 元套餐的有 x 人，

由题意得： $18x+12(6-x) \leq 100$ ，

解得： $x \leq \frac{14}{3}$ ，

又： $2 \leq x < 6$ ，

$\therefore 2 \leq x \leq \frac{14}{3}$ ，

$\therefore x$ 的取值为 2，3，4，

$\therefore$ 小明购买的方案有 3 种.

故选： B .

【点评】此题考查一元一次不等式的应用，找出不等关系，列出一元一次不等式是解题的关键.

3. C

【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集，求出不等式组的 3 个整数解是 5，6，7，

再求出 a 的取值范围即可.

【解答】解: $\begin{cases} 2x+3>12 \textcircled{1} \\ x-a\leq 0 \textcircled{2} \end{cases}$,

解不等式①, 得 $x>4.5$,

解不等式②, 得 $x\leq a$,

所以不等式组的解集是 $4.5<x\leq a$,

$\because$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x+3>12 \\ x-a\leq 0 \end{cases}$ 恰有 3 个整数解 (整数解是 5, 6, 7),

$$\therefore 7\leq a<8,$$

故选: C.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组和不等式组的整数解, 能根据不等式组的解集和不等式组的整数解得出 a 的范围是解此题的关键.

4. B

【分析】设小明答对的题数是 x 道, 答错的为 $(20-2-x)$ 道, 根据总分才不会低于 60 分, 这个不等量关系可列出不等式求解.

【解答】解: 设小明答对的题数是 x 道, 根据题意可得:

$$5x-2(20-2-x)\geq 60,$$

$$\text{解得: } x\geq 13\frac{5}{7},$$

故 x 应为 14.

故选: B.

【点评】本题考查了一元一次不等式的应用, 关键是设出相应的题目数, 以得分做为不等量关系列不等式求解.

5. B

【分析】将 $x=4$ 代入方程, 求出 $b=-4k>0$, 求出 $k<0$, 把 $b=-4k$ 代入不等式, 再求出不等式的解集即可.

【解答】解: $\because x=4$ 是关于 x 的方程 $kx+b=0$ ($k\neq 0$, $b>0$) 的解,

$$\therefore 4k+b=0,$$

$$\text{即 } b=-4k>0,$$

$$\therefore k<0,$$

$$\therefore k(x-3)+2b>0,$$

$$\therefore kx - 3k - 8k > 0,$$

$$\therefore kx > 11k,$$

$$\therefore x < 11,$$

故选：B.

【点评】本题考查了解一元一次不等式和一元一次方程的解，能求出 $b = -4k$ 和 $k < 0$ 是解此题的关键.

6. B

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式 $2x > x - 1$ ，得： $x > -1$ ，

解不等式 $\frac{x+1}{2} \leq 2$ ，得： $x \leq 3$ ，

则不等式组的解集为 $-1 < x \leq 3$ ，

故选：B.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

7. A

【分析】根据第二次运算结果不大于 28 且第三次运算结果要大于 28 列出关于 x 的一元一次不等式组，解之即可得出 x 的取值范围.

【解答】解：依题意，得：
$$\begin{cases} 3(3x - 2) - 2 \leq 28 \\ 3[3(3x - 2) - 2] - 2 > 28 \end{cases}$$

解得： $2 < x \leq 4$.

故选：A.

【点评】本题考查了一元一次不等式组的应用，找准等量关系，正确列出一元一次不等式组是解题的关键.

8. A

【分析】先按照一般步骤进行求解，因为大大小小无解，那么根据所解出的 x 的解集，将得到一个新的关于 m 不等式，解答即可.

【解答】解：解不等式 $3x - 1 < 4(x - 1)$ ，得： $x > 3$ ，

$\therefore$ 不等式组无解，

$$\therefore m \leq 3,$$

故选：A.

【点评】主要考查了已知一元一次不等式解集求不等式中的字母的值，同样也是利用口诀求解，注意：当符号方向不同，数字相同时（如： $x > a$ ， $x < a$ ），没有交集也是无解但是要注意当两数相等时，在解题过程中不要漏掉相等这个关系．求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）．

二、填空题（共 8 小题）

9.

【分析】根据不等式的性质即可得出答案．

【解答】解： $-2x > 10$

不等式的两边除以 -2 得： $x < -5$ ，

故答案为： $x < -5$

【点评】本题主要考查对解一元一次不等式，不等式的性质，能熟练地根据不等式的性质求不等式的解集是解此题的关键．

10.

【分析】先根据已知条件求出 $x > \frac{5}{2n-3}$ ，根据已知 $x > -1$ 得出方程 $\frac{5}{2n-3} = -1$ ，再求出 n 即可．

【解答】解： $\because (2n-3)x < 5$ ，

$$\therefore x > \frac{5}{2n-3},$$

又： $\because$ 关于 x 的不等式 $(2n-3)x < 5$ 的解集为 $x > -1$ ，

$$\therefore \frac{5}{2n-3} = -1,$$

解得： $n = -1$ ，

经检验 $n = -1$ 是方程 $\frac{5}{2n-3}$ 的解，

故答案为： -1 ．

【点评】本题考查了解一元一次不等式和解分式方程，能求出关于 n 的方程是解此题的关键．

11.

【分析】将方程组中两个方程相加得出 $x+y = \frac{1-3k}{2}$ ，再结合 $-1 \leq x+y < 5$ 得 $-1 \leq \frac{1-3k}{2} < 5$ ，进一步求解即可．

【解答】解：将方程组中两个方程相加得 $2x+2y = 1-3k$ ，

$$\text{则 } x+y=\frac{1-3k}{2},$$

$$\because -1 \leq x+y < 5,$$

$$\therefore -1 \leq \frac{1-3k}{2} < 5,$$

$$\text{解得 } -3 < k \leq 1,$$

故答案为： $-3 < k \leq 1$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

12.

【分析】 先把 $2x-3y=4$ 变形得到 $y=\frac{1}{3}(2x-4)$ ，由 $y \leq 2$ 得到 $\frac{1}{3}(2x-4) \leq 2$ ，解得 $x \leq 5$ ，所以 x 的取值范围为 $-1 < x \leq 5$ ，再用 x 变形 k 得到 $k=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ ，然后利用一次函数的性质确定 k 的范围.

$$\text{【解答】解：} \because 2x-3y=4,$$

$$\therefore y=\frac{1}{3}(2x-4),$$

$$\because y \leq 2,$$

$$\therefore \frac{1}{3}(2x-4) \leq 2, \text{ 解得 } x \leq 5,$$

$$\text{又} \because x > -1,$$

$$\therefore -1 < x \leq 5,$$

$$\because k=x-\frac{1}{3}(2x-4)=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3},$$

$$\text{当 } x=-1 \text{ 时, } k=\frac{1}{3} \times (-1) + \frac{4}{3}=1;$$

$$\text{当 } x=5 \text{ 时, } k=\frac{1}{3} \times 5 + \frac{4}{3}=3,$$

$$\therefore 1 < k \leq 3.$$

故答案为： $1 < k \leq 3$.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式：根据不等式的性质解一元一次不等式，基本步骤为：①去分

母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤化系数为1. 也考查了代数式的变形和一次函数的性质.

13.

【分析】根据题意设出未知数，列出相应的不等式，从而可以解答本题.

【解答】解：设这批手表有 x 块，

$$550 \times 60 + 500(x - 60) > 55000,$$

解得 $x > 104$.

故这批电话手表至少有 105 块，

故答案为：105.

【点评】本题考查一元一次不等式的应用，解题的关键是明确题意，列出相应的不等式.

14.

【分析】先求出每个不等式的解集，根据已知不等式组的整数解得出关于 m 的不等式组，求出不等式组的解集即可.

$$\text{【解答】解：} \begin{cases} x - m < 0 \text{ ①} \\ 7 - 2x \leq 1 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得： $x < m$,

解不等式②得： $x \geq 3$,

$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x - m < 0 \\ 7 - 2x \leq 1 \end{cases}$ 的整数解集是 3, 4, 5, 6,

$$\therefore 6 < m \leq 7.$$

故答案为： $6 < m \leq 7$.

【点评】本题考查了解一元一次不等式，解一元一次不等式组，不等式组的整数解的应用，能根据不等式的解集和已知得出 $6 < m \leq 7$ 是解此题的关键.

15.

【分析】根据 $x=2$ 是不等式 $ax - 3a + 2 \geq 0$ 的解，且 $x=1$ 不是这个不等式的解，列出不等式，求出解集，即可解答.

【解答】解： $\because x=2$ 是不等式 $ax - 3a + 2 \geq 0$ 的解，

$$\therefore 2a - 3a + 2 \geq 0,$$

解得： $a \leq 2$,

$\because x=1$ 不是这个不等式的解，

$$\therefore a - 3a + 2 < 0,$$

解得： $a > 1$,

$$\therefore 1 < a \leq 2,$$

故答案为： $1 < a \leq 2$.

【点评】本题考查了不等式的解集，解决本题的关键是求不等式的解集.

16.

【分析】首先把问题转化为解不等式组 $4 \leq \frac{3x+7}{7} < 5$ ，得到不等式组的解集，然后求其整数解.

【解答】解：由题意得 $4 \leq \frac{3x+7}{7} < 5$,

$$\text{解得：} 7 \leq x < \frac{28}{3},$$

其整数解为 7、8、9 共 3 个.

故答案为：3.

【点评】考查不等式组的解法及整数解的确定. 求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

三、解答题（共 9 小题）

17.

【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集即可.

$$\text{【解答】解：} \begin{cases} 3x+1 < 2(x+2) \text{ ①} \\ -\frac{x}{3} \leq \frac{5x}{3} + 2 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①，得 $x < 3$,

解不等式②，得 $x \geq -1$,

所以不等式组的解集是 $-1 \leq x < 3$.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，能根据不等式的解集求出不等式组的解集是解此题的关键.

18.

【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集，最后求出不等式组的整数解即可.

$$\text{【解答】解：} \begin{cases} x-3(x-2) \geq 4 \text{ ①} \\ \frac{x-1}{5} < \frac{x+1}{2} \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①，得 $x \leq 1$,

解不等式②，得 $x > -\frac{7}{3}$,

所以不等式组的解集是 $-\frac{7}{3} < x \leq 1$,

所以不等式组的整数解是 $-2, -1, 0, 1$.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组和不等式组的整数解，能根据不等式的解集求出不等式组的解集是解此题的关键.

19.

【分析】(1) 将 $k = -2$ 代入不等式组，然后利用“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则确定不等式组的解集；

(2) 利用“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则确定 k 的取值范围；

(3) 根据不等式组中 $x > -1$ 确定不等式组的整数解，然后利用“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则确定 k 的取值范围.

【解答】解：(1) 当 $k = -2$ 时， $1 - k = 1 - (-2) = 3$,

$$\therefore \text{原不等式组解得: } \begin{cases} x > -1 \\ x < 4 \\ x \leq 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 不等式组的解集为： $-1 < x \leq 3$ ；

(2) 当不等式组的解集是 $-1 < x < 4$ 时，

$$1 - k \geq 4,$$

解得： $k \leq -3$ ；

(3) 由 $x > -1$ ，当不等式组有三个整数解时，

则不等式组的整数解为 $0, 1, 2$ ，

$$\text{又} \because x < 4 \text{ 且 } x \leq 1 - k,$$

$$\therefore 2 \leq 1 - k < 3,$$

解得： $-2 < k \leq -1$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

20.

【分析】(1) 设甲品牌粽子的超市价为每盒 x 元，乙品牌粽子的超市价为每盒 y 元，根据“在超市购买 2 盒甲品牌粽子和 3 盒乙品牌粽子需支付 380 元，在某团购群购买 5 盒甲品牌粽子和 4 盒乙品牌粽子需支付 520 元”，即可得出关于 x, y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

(2) 设买甲品牌粽子 a 盒，则买乙品牌粽子 $(a+3)$ 盒，根据总价 = 单价 $\times$ 数量结合总花费不超过 1200 元，即可得出关于 a 的一元一次不等式，解之取其中的最大值整数解即可得出结论.

【解答】解：（1）设甲品牌粽子的超市价为每盒 x 元，乙品牌粽子的超市价为每盒 y 元，

依题意，得：
$$\begin{cases} 2x + 3y = 380 \\ 5 \times 0.8x + 4 \times 0.75y = 520 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 70 \\ y = 80 \end{cases}$$

答：甲品牌粽子的超市价为每盒 70 元，乙品牌粽子的超市价为每盒 80 元。

（2）设买甲品牌粽子 a 盒，则买乙品牌粽子 $(a+3)$ 盒，

依题意，得：
$$70 \times 0.8a + 80 \times 0.75(a+3) \leq 1200,$$

解得：
$$a \leq 8\frac{23}{29},$$

$\therefore a$ 的最大整数解为 $a=8$ 。

答：最多可以买 8 盒甲品牌粽子。

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出二元一次方程组；（2）根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式。

21.

【分析】（1）设两次邮购商品各 x, y 个，（ $x < y$ ），根据“店购进每个 10 元的某种商品共 200 个”、“总计金额 1890 元”分别列出方程，联立方程组并解答；

（2）根据商店每个以 a 折出售且利润不低于 5% 列出不等式并解答。

【解答】解：（1）设两次邮购商品各 x, y 个，（ $x < y$ ），

$\because 10 \times 200 \times (1 - 10\%) = 1800$ 元， $1800 < 1890$ ，

$\therefore x < 100, y > 100$ 。

依据题意可得：
$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 10 \times (1 + 5\%)x + 10 \times (1 - 10\%)y = 1890 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 60 \\ y = 140 \end{cases}$$

答：两次邮购商品各 60、140 个；

（2）由题意可得：
$$\frac{13.5 \times 0.1 \times a - 10 \times (1 - 10\%)}{10 \times (1 - 10\%)} \geq 5\%,$$

解得： $a \geq 7a$ 的最小值为 7。

答：最低可以打 7 折出售这批商品。

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用，一元一次不等式的应用，读懂题意，找到关键描述语，

列出等量或不等关系是解题的关键.

22.

【分析】(1) 设 A 、 B 两种型号电风扇的销售单价分别为 x 元、 y 元, 根据 3 台 A 型号 4 台 B 型号的电扇收入 1200 元, 5 台 A 型号 6 台 B 型号的电扇收入 1900 元, 列方程组求解;

(2) 设采购 A 种型号电风扇 a 台, 则采购 B 种型号电风扇 $(50-a)$ 台, 根据金额不多余 7500 元, 列不等式求解;

(3) 根据 A 种型号电风扇的进价和售价、 B 种型号电风扇的进价和售价以及总利润=一台的利润 $\times$ 总台数, 列出不等式, 求出 a 的值, 再根据 a 为整数, 即可得出答案.

【解答】解: (1) 设 A 、 B 两种型号电风扇的销售单价分别为 x 元、 y 元,

$$\text{依题意得: } \begin{cases} 3x + 4y = 1200 \\ 5x + 6y = 1900 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 200 \\ y = 150 \end{cases}$$

答: A 、 B 两种型号电风扇的销售单价分别为 200 元、150 元.

(2) 设采购 A 种型号电风扇 a 台, 则采购 B 种型号电风扇 $(50-a)$ 台.

依题意得: $160a + 120(50-a) \leq 7500$,

$$\text{解得: } a \leq 37\frac{1}{2}.$$

答: 超市最多采购 A 种型号电风扇 37 台时, 采购金额不多于 7500 元.

(3) 根据题意得:

$$(200-160)a + (150-120)(50-a) > 1850,$$

$$\text{解得: } a > 35,$$

$$\therefore a \leq 37\frac{1}{2}, \text{ 且 } a \text{ 应为整数,}$$

$\therefore$ 在 (2) 的条件下超市能实现利润超过 1850 元的目标. 相应方案有两种:

当 $a=36$ 时, 采购 A 种型号的电风扇 36 台, B 种型号的电风扇 14 台;

当 $a=37$ 时, 采购 A 种型号的电风扇 37 台, B 种型号的电风扇 13 台.

【点评】此题考查了二元一次方程组 and 一元一次不等式的应用, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系和不等关系, 列方程组和不等式求解.

23.

【分析】(1) 三个数 $c-1$, c , $c+1$ 最大的数是 $c+1$, 三个数 $3m$, $(n+3)m$, $-mn$ 中, $m < 0$, $n > 0$,

最小的数是 $(n+3)m$;

(2) 三个数 $2, 2x+2, 4-2x$ 中最小的数是 2 ;

(3) 三个数 $2, x+1, 2x$ 的平均数与最小数相等.

【解答】解: (1) $\max\{c-1, c, c+1\}=c+1$.

$\because m < 0, n > 0$,

$\therefore 3m < 0, (n+3)m = mn + 3m < 0, -mn > 0$,

$\therefore -mn > 3n > (n+3)m$,

$\therefore \min\{3m, (n+3)m, -mn\} = (n+3)m$.

故答案是: $c+1, (n+3)m$;

(2) 根据题意得: $\begin{cases} 2x+2 \geq 2 \\ 4-2x \geq 2 \end{cases}$ 解得 $0 \leq x \leq 1$.

(3) $\because \frac{2+x+1+2x}{3} = 1+x$,

则 $\begin{cases} x+1 \leq 2 \\ x+1 \leq 2x \end{cases}$.

解得 $x=1$.

【点评】本题考查了一元一次不等式组的应用. 解题的关键是弄清新定义运算的法则.

24.

【分析】(1) 先把不等式组解出, 再根据解为正数列关于 a 的不等式组解出即可;

(2) 分别求 a, b 的取值, 相加可得结论;

(3) 先化为 $a=b+m$, 代入 $2a+\frac{1}{2}b$ 中, 并根据 $b \leq 1$, 可得最大值.

【解答】解: (1) 解这个方程组的解为: $\begin{cases} x = a-1 \\ y = a+2 \end{cases}$,

由题意, 得 $\begin{cases} a-1 > 0 \\ a+2 > 0 \end{cases}$,

则原不等式组的解集为 $a > 1$;

(2) $\because a-b=4, a > 1$,

$\therefore a=b+4 > 1$,

$\therefore b > -3$,

$\therefore a+b > -2$;

又 $\because a+b=2b+4$, $b<2$,

$\therefore a+b<8$.

故 $-2<a+b<8$;

(3) $\because a-b=m$,

$\therefore a=b+m$.

由 $\because b\leq 1$,

$\therefore 2a+\frac{1}{2}b=2(b+m)+\frac{1}{2}b\leq 2m+\frac{5}{2}b$.

$\therefore 2a+\frac{1}{2}b$ 的最大值为 $2m+\frac{5}{2}$.

【点评】本题考查了不等式组的解的应用，解答本题的关键是仔细阅读材料，理解解题过程.

25.

【分析】(1) 根据图表可得按打折价购买足球和篮球是第三次购买；

(2) 设足球的标价为 x 元，篮球的标价为 y 元，根据图表列出方程组求出 x 和 y 的值；

(3) 设购买 a 个篮球，根据从该商场一次性购买足球和篮球 50 个，且总费用不能超过 2200 元，列出不等式求解即可.

【解答】解：(1) 张老师是第三次购买足球和篮球时，遇到商场打折销售.

理由： $\because$ 张老师在某商场购买足球和篮球共三次，只有一次购买时，足球和篮球同时打折，其余两次均按标价购买，

且只有第三次购买数量明显增多，但是总的费用不高，

$\therefore$ 按打折价购买足球和篮球是第三次购买；

故答案为：三；

(2) 设足球的标价为 x 元，篮球的标价为 y 元.

根据题意，得 $\begin{cases} 6x+5y=750 \\ 3x+7y=780 \end{cases}$

解得： $\begin{cases} x=50 \\ y=90 \end{cases}$.

答：足球的标价为 50 元，篮球的标价为 90 元；

(3) 设购买 a 个篮球，依题意有

$0.6 \times 50(50-a) + 0.6 \times 90a \leq 2200$,

解得 $a \leq 29\frac{1}{6}$.

故最多可以买 29 个篮球.

【点评】本题考查了一元一次方程和二元一次方程组的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程求解。