备战2023年中考考前冲刺全真模拟卷（扬州）

数学试卷

本卷满分150分，考试时间120分钟。

一、选择题（本大题共18小题，每小题3分，共24分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1.$-\frac{1}{2023}$的相反数是（　）

A．-2023　　B．$\frac{1}{2023}$　　C．$-\frac{1}{2023}$　　D．2023

2.在平面直角坐标系中，点$P\left(\sqrt{3},-3\right)$位于（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

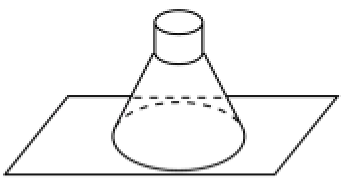
3.中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一段记载：“三百七十八里关，初日健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关．”其大意是：有人要去某关口，路程为378里，第一天健步行走，从第二天起，由于脚痛，每天走的路程都为前一天的一半，一共走了六天才到达目的地，则此人第二天走的路程为（　）

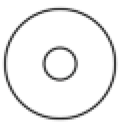
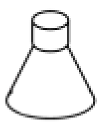
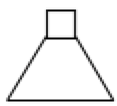
A．96里　　B．48里　　C．24里　　D．12里

4.从生产的一批螺钉中抽取10000个进行质量检查，结果发现有20个是次品，那么从中任取1个是次品的概率约为（　　）

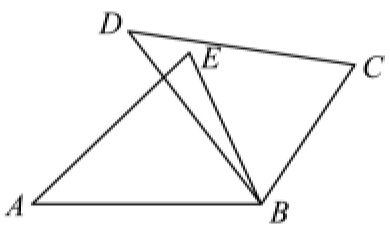
A．$\frac{1}{10000}$　　B．$\frac{1}{20}$　　C．$\frac{1}{500}$　　D．$\frac{1}{5000}$

5.如图是一个放置在水平试验台上的锥形瓶，它的俯视图形状为（　　）



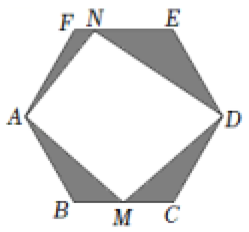
A．　　B．　　C．　　D．

6.在□ABE与$\triangle DBC$中，$BC=BE$，$AB=DB$，要使这两个三角形全等，还需具备的条件是（　）



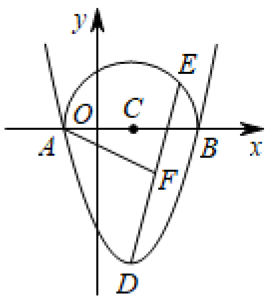
A．$\angle E=\angle C$　　B．$\angle ABD=\angle CBE$　　C．$\angle ABE=\angle DBE$　　D．$\angle A=\angle D$

7.如图，正六边形$ABCDEF$中，点M，N分别为边BC，EF上的动点，则$\dfrac{S_{空白}}{S_{阴影}}=$（　）



A．2　　B．3　　C．4　　D．5

8.如图，抛物线$y=x^2-2x-3$与x轴交于A、B两点，抛物线的顶点为D，点C为AB的中点，以C为圆心，AC长为半径在x轴的上方作一个半圆，点E为半圆上一动点，连接DE，取DE的中点F，当点E沿着半圆从点A运动至点B的过程中，线段AF 的最小值为（　　）



A．$\sqrt{5}-1$　　B．$2\sqrt{5}-1$　　C．$2\sqrt{2}-1$　　D．$2\sqrt{2}-2$

二、填空题（本大题共10小题，每小题3分，共30分.）

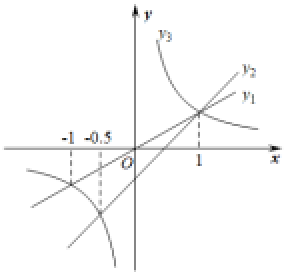
9.某地12月5日，早晨气温是-5℃，中午上升了7℃，夜间又下降了14℃，那么这天夜间的气温是_____℃.

10.函数$y=2+\sqrt{3x-1}$中自变量x的取值范围是______.

11.分解因式：$4ax^3-16ax=$___________.

12.写出一个以1和-2为根的一元二次方程是___________

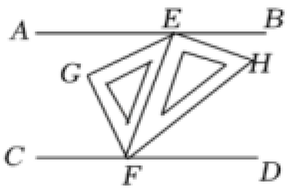
13.如图，正比例函数$y_1=mx$，一次函数$y_2=ax+b$和反比例函数$y_3=\dfrac{k}{x}$的图象在同一直角坐标系中，若$y_3>y_1>y_2$，则自变量x的取值范围是______.



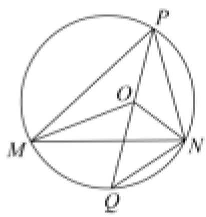
14.某商场七月份的销售额为 1000 万元，八月份的销售额下降了 20%，商场从九月份起改进经营措施，销售额稳步增长，十月份的销售额达到 1352 万元，如果每月的销售额增长率相同，设这个增长率为 x，那么可列方程________.

15.甲、乙两家汽车销售公司根据近几年的销售量，分别制作了如下折线统计图，试判断：从 2014 年到 2018 年，这两家公司中销售量增长较快的是______公司.

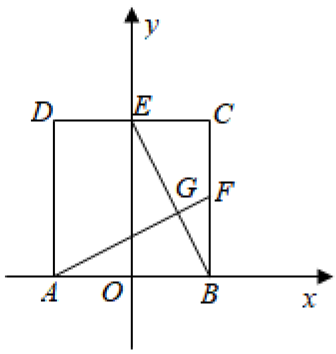
16.如图，$AB\parallel CD$，一副三角板（其中 $\angle G=\angle HEF=90^\circ$，$\angle EFH=30^\circ$，$\angle FEG=45^\circ$）按如图所示的位置摆放．若 $\angle AEG=\alpha$，则 $\angle HFD$ 的度数为__________（用含 α 的代数式表示）.



17.如图，点 O 是△PMN 的内心，PO 的延长线和△PMN 的外接圆相交于点 Q，连接 NQ、MO、NO，若 $\angle MNQ=15^\circ$，则 $\angle MON$ 的度数为___________.



18.如图，在正方形 $ABCD$ 中，顶点 $A(-5,0)$，$C(5,10)$，点 F 是 BC 的中点，CD 与 y 轴交于点 E，AF 与 BE 交于点 G，将正方形 $ABCD$ 绕点 O 顺时针旋转，每次旋转 90°，则第 2023 次旋转结束时，点 G 的坐标为______.



三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.）

19.（8 分）(1)（1）计算：$2x^2\cdot x^2+\left(-x^2\right)^3\div x^2$；

（2）解分式方程：$\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{x}{2-x}=-2$.

20.（8 分）解不等式组并把解集表示在数轴上$\begin{cases}5x-3\geq 2x+9\\2+3x>\dfrac{x+9}{2}\end{cases}$.

21.（8 分）为了从甲、乙两人中选拔一人参加射击比富，现对他们的射击成绩进行了测试，5 次打靶命中的环数如下：

甲：8，7，9，8，8；乙：9，6，10，8，7.

(1)将下表填写完整.

	平均数	中位数
甲		8
乙	8	

(2)根据以上信息，若你是教练你会选择谁参加射击比赛，理由是什么？

(3)若乙再射击一次，命中 8 环，则乙这六次射击成绩的方差会__________(填"变大"或"变小"或"不变").

22.（10 分）小明参加中华诗词大赛，还剩最后两题，如果都答对，就可顺利通关，已知第一道单选题有 A、B、C、D 共 4 个选项，第二道单选题有 A、B、C 共 3 个选项，这两道题小明都不会，不过小明

还有一次“求助”的机会没有用（使用“求助”可以让主持人去掉其中一题的一个错误选项）.

(1)如果小明第一题不使用“求助”，那么小明答对第一道题的概率是______；

(2)如果小明决定第一题不使用“求助”，第二题使用“求助”，请用树状图或者列表来分析小明通关的概率；

(3)从提高通关的可能性的角度看，你建议小明在第几题使用“求助”.（直接写出答案）

23.（10分）“冰墩墩”和“雪容融”分别是北京2022年冬奥会和冬残奥会的吉祥物．某冬奥官方特许商品零售店购进了一批同一型号的“冰墩墩”和“雪容融”玩具，连续两个月的销售情况如表

月份	销售量/件		销售额/元
	冰墩墩	雪容融	
第 1 个月	100	40	14800
第 2 个月	160	60	23380

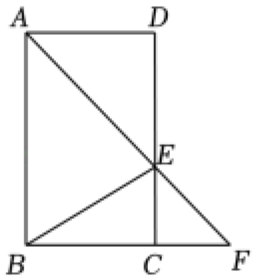
(1)求此款“冰墩墩”和“雪容融”玩具的零售价格．

(2)若某公司购进冰墩墩200件，雪容融300件，准备把这些吉祥物全部运往甲、乙两地销售．已知每件冰墩墩运往甲、乙两地的运费分别为8元和10元；每件雪容融运往甲、乙两地的运费分别为7元和11元．若运往甲地的吉祥物共240件，运往乙地的吉祥物共260件．

①设运往甲地的为冰墩墩a件$(80\le a\le 120)$，总运费为w元，请写出w与a的函数关系式；

②怎样调运、两种吉祥物可使总运费最少？最少总运费是多少元？

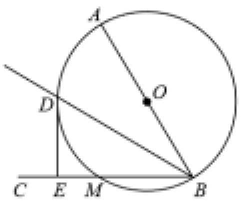
24.（10分）如图，在平行四边形$ABCD$中，AE平分$\angle BAD$，交CD于点E，交BC的延长线于点F，$\angle F=45^{\circ}$，连接BE．



(1)求证：四边形$ABCD$是矩形．

(2)若$AB=14$，$DE=8$，求线段CF的值．

25.（10分）如图，已知锐角$\angle ABC$，以AB为直径画$\odot O$，交BC边于点M，BD平分$\angle ABC$与$\odot O$交于点D，过点D作$DE\perp BC$于点E．



(1)求证：DE是$\odot O$的切线；

(2)连接OE交BD于点F，若$\angle ABC=60^{\circ}$，$AB=4$，求DF长．

26.（10分）阅读与思考

九年级学生小刚喜欢看书，他在学习了圆后，在家里突然看到某本数学书上居然还有一个相交弦定理（圆内的两条相交弦，被交点分成的两条线段长的积相等），下面是书上的证明过程，请仔细阅读，并完成相应的任务．圆的两条弦相交，这两条弦被交点分成的两条线段的积相等．

已知：如图1，O的两弦AB，CD相交于点P．

求证：$AP\cdot BP=CP\cdot DP$．

证明：如图1，连接AC，BD．

$\because \angle C=\angle B$，$\angle A=\angle D$．

$\therefore \triangle APC\backsim\triangle DPB$，（根据____________）

$\therefore \dfrac{AP}{DP}=@$，

$\therefore AP\cdot BP=CP\cdot DP$，

∴两条弦相交，被交点分成的两条线段的积相等．

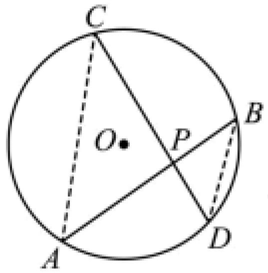


图1

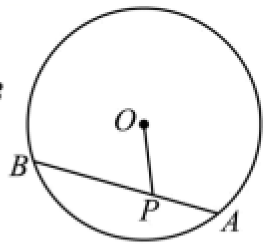


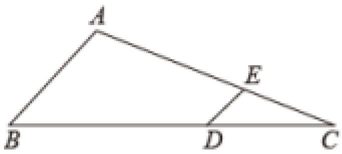
图2

任务：

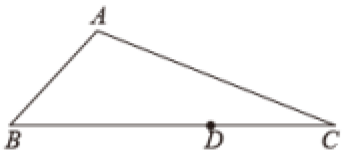
(1)请将上述证明过程补充完整．根据：；@：．

(2)小刚又看到一道课后习题，如图 2，AB 是 O 的弦，P 是 AB 上一点，$AB=10\text{cm}$，$PA=3\text{cm}$，$OP=\sqrt{15}\text{ cm}$，求⊙O 的半径．

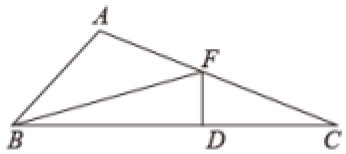
27.（12 分）已知：△ABC中，D 为 BC 边上的一点.



①



②



③

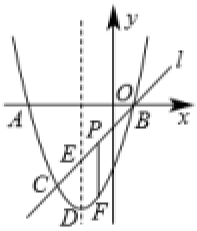
(1)如图①，过点 D 作 $DE/\!/AB$ 交 AC 边于点 E，若 AB=5，BD=9，DC=6，求 DE 的长；

(2)在图②，用无刻度的直尺和圆规在 AC 边上做点 F，使∠DFA=∠A；（保留作图痕迹，不要求写作法）

(3)如图③，点 F 在 AC 边上，连接 BF、DF，若∠DFA=∠A，△FBC 的面积等于 $\frac{1}{2}CD\bullet AB$，以 FD 为半径作⊙F，试判断直线 BC 与⊙F 的位置关系，并说明理由.

28.（12 分）综合与探究

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的顶点为点 D，与 x 轴交于点 A 和点 B，其中 B 的坐标为 $(1,0)$.直线 l 与抛物线交于 B，C 两点，其中点 C 的坐标为 $(-2,-3)$．



(1)求抛物线和直线l的解析式；

(2)直线l与抛物线的对称轴交于点E，P为线段BC上一动点（点P不与点B，C重合），过点P作$PF \parallel DE$交抛物线于点F，设点P的横坐标为t，当t为何值时，四边形$PEDF$是平行四边形？

(3)在（2）的条件下，设$\triangle BCF$的面积为S，当t为何值时，S最大？最大值是多少？

参考答案

一、选择题（本大题共 18 小题，每小题 3 分，共 24 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、B

【解析】解：$-\frac{1}{2023}$的相反数是$\frac{1}{2023}$．

故选：B．

2、D

【解析】解：$P\left(\sqrt{3},-3\right)$，符号特征为：$(+,-)$，

∴$P\left(\sqrt{3},-3\right)$在第四象限；

故选 D．

3、A

【解析】解：设第二天走的路程为 x 里，根据题意得，

$2x+x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{8}x+\frac{1}{16}x=378$，

解得：$x=96$，

故选 A．

4、C

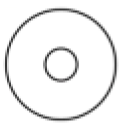
【解析】解：∵从生产的一批螺钉中抽取 10000 个进行质量检查，结果发现有 20 个是次品，

∴从中任取 1 个是次品概率约为：$\frac{20}{10000}=\frac{1}{500}$．

故选：C．

5、A

【解析】解：由题意知，原几何体的俯视图为，



故选：A．

6、B

【解析】解：A.添加$\angle E=\angle C$，结合$BC=BE$，$AB=DB$，根据 SSA 不能证明$\triangle ABE\cong\triangle DBC$，故选项 A 不符合题意；

B.添加$\angle ABD=\angle CBE$．

∵$\angle ABD=\angle CBE$

$\therefore \angle ABD+\angle DCE=\angle CBE+\angle DCE$，即 $\angle ABE=\angle CBD$

$\because BC=BE$， $AB=DB$，

$\therefore$△ABE≌△DBC

故选项 B 符合题意；

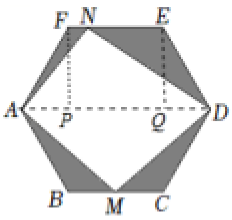
C.添加 $\angle ABE$=$\angle DBE$ 不能得出 $\angle ABD=\angle CBE$，故不能根据 SAS 判定△ABE≌△DBC，故选项 C 不符合题意；

D. $\angle A=\angle D$，结合 $BC=BE$， $AB=DB$，根据 SSA 不能证明△ABE≌△DBC，故选项 D 不符合题意；

故选：B．

7、A

【解析】解：连接 AD，作 $FP\perp AD$ 于点 P， $EQ\perp AD$ 于点 Q，



$\because$正六边形各内角为 $\dfrac{(6-2)\times 180^\circ}{6}=120^\circ$， $\therefore \angle FAP=\dfrac{1}{2}\angle FAB=60^\circ$， $\therefore \angle AFP=30^\circ$，

设各边长为 a，则 $AF=a$， $\therefore AP=\dfrac{1}{2}a$，同理 $QD=\dfrac{1}{2}a$，

$\therefore AD=2a$， $FP=\sqrt{AF^2-AP^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，

$\therefore S_{\text{四边形}AMDN}=AD\cdot FP=\sqrt{3}a^2$， $S_{\text{正六边形}}=2\times\dfrac{a+2a}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ ，

$\therefore S_{\text{阴影}}=S_{\text{正六边形}}-S_{\text{四边形}AMDN}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^2$， $\therefore \dfrac{S_{\text{空白}}}{S_{\text{阴影}}}=2$，

故选：A．

8、C

【解析】解：如图，连接 CD，交□C于 G，连接 GF， CE，

$\because y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

$\therefore$抛物线的顶点坐标坐标为：$D(1,-4)$，即 $CD=4$，

$\because$当 $x^2-2x-3=0$时，

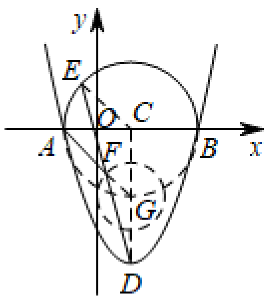
解得： $x_1=-1$， $x_2=3$，

$\therefore A(-1,0)$， $B(3,0)$，

$\therefore CG=AC=BC=\frac{1}{2}AB=2$，

$\therefore G$为CD的中点，而F为DE的中点，

$\therefore GF=\frac{1}{2}CE=1$，



$\therefore F$在以G为圆心，半径为1的半圆周上运动，

当A，F，G三点共线时，AF最短，

此时$AG=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

$\therefore AF$的最小值为：$2\sqrt{2}-1$，

故选C．

二、填空题（本大题共10小题，每小题3分，共30分．）

9、-12

【解析】解：$-5+7+(-14)=-12$

故答案为：-12．

10、$x\geq\frac{1}{3}$

【解析】解：由题意得：

$3x-1\geq0$，

解得：$x\geq\frac{1}{3}$，

故答案为：$x\geq\frac{1}{3}$．

11、$4ax(x+2)(x-2)$

【解析】解：原式$=4ax(x^2-4)=4ax(x+2)(x-2)$．

故答案为：$4ax(x+2)(x-2)$．

12、$x^2+x-2=0$（答案不唯一）

【解析】解：$1-2=-1, 1\times(-2)=-2$，

∴写出一个以 1 和-2为根的一元二次方程可以是：$x^2+x-2=0$；

故答案为：$x^2+x-2=0$（答案不唯一）.

13、$x<-1$或$0<x<1$

【解析】解：由图象可知，当$x<-1$或$0<x<1$时，双曲线y_3落在直线y_1上方，且直线y_1落在直线y_2上方，即$y_3>y_1>y_2$，

所以若$y_3>y_1>y_2$，则自变量x的取值范围是$x<-1$或$0<x<1$.

故答案为：$x<-1$或$0<x<1$.

14、$1000(1-20\%)(1+x)^2=1352$

【解析】解：设这个增长率为x，由题意得

$1000(1-20\%)(1+x)^2=1352$.

故答案为：$1000(1-20\%)(1+x)^2=1352$.

15、甲

【解析】解：从折线统计图中可以看出：

甲公司 2014 年的销售量约为 180 辆，2018 年约为 520 辆，则从 2014~2018 年甲公司增长了

$520-180=340$辆；

乙公司 2014 年的销售量为 180 辆，根据图像增长速度趋势来看，2018 年的销售量约为 500 辆，

则从 2014~2018 年，乙公司中销售量增长了$500-180=320$辆.

∴甲公司销售量增长的较快.

故答案为：甲.

16、$\alpha+15°$

【解析】解：∵$\angle AEF=\angle AEG+\angle GEF=\alpha+45°$，$AB∥CD$

∴$\angle DFE=\angle AEF=\alpha+45°$，

∴$\angle HFD=\angle EFD-\angle EFH=\alpha+45°-30°=\alpha+15°$，

故答案为：$\alpha+15°$.

17、$105°$

【解析】解：∵$\angle MNQ=15°$，∴$\angle MPQ=\angle MNQ=15°$，

∵点O是$\triangle PMN$的内心，

∴$\angle MPN=2\angle MPQ=30°$，$\angle OMN=\frac{1}{2}\angle PMN$，$\angle ONM=\frac{1}{2}\angle PNM$，

$\therefore \angle OMN+\angle ONM=\frac{1}{2}(\angle PMN+\angle PNM)=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle MPN)=75^\circ$，

$\therefore \angle MON=180^\circ-(\angle OMN+\angle ONM)=105^\circ$，

故答案为：105°

18、$(-4,3)$

【解析】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB=BC=CD=10$，$\angle C=\angle ABF=90^\circ$，

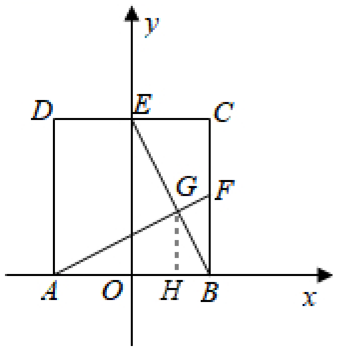
$\because$ 点 F 是 BC 的中点，CD 与 y 轴交于点 E，$\therefore CE=BF=5$，

$\therefore \triangle ABF\cong\triangle BCE$（SAS），$\therefore \angle BAF=\angle CBE$，

$\because \angle BAF+\angle BFA=90^\circ$，$\therefore \angle FBG+\angle BFG=90^\circ$，$\therefore \angle BGF=90^\circ$，$\therefore BE\perp AF$，

$\because AF=\sqrt{AB^2+BF^2}=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$，$\therefore BG=\dfrac{AB\cdot BF}{AF}=2\sqrt{5}$，

过 G 作 $GH\perp AB$ 于 H，



$\therefore \angle BHG=\angle AGB=90^\circ$，

$\because \angle HBG=\angle ABG$，$\therefore \triangle ABG\backsim\triangle GBH$，$\therefore \dfrac{BG}{AB}=\dfrac{BH}{BG}$，

$\therefore BG^2=BH\cdot AB$，$\therefore BH=\dfrac{(2\sqrt{5})^2}{10}=2$，$\therefore HG=\sqrt{BG^2-BH^2}=4$，$\therefore G(3,4)$，

$\because$ 将正方形 $ABCD$ 绕点 O 顺时针旋转，每次旋转 90°，

$\therefore$ 第一次旋转 90° 后对应的 G 点的坐标为 $(4,-3)$，

第二次旋转 90° 后对应的 G 点的坐标为 $(-3,-4)$，

第三次旋转 90° 后对应的 G 点的坐标为 $(-4,3)$，

第四次旋转 90° 后对应的 G 点的坐标为 $(3,4)$，

$\cdots$，

$\because 2023=4\times 505+3$，

$\therefore$每 4 次一个循环，第 2023 次旋转结束时，相当于正方形 $ABCD$ 绕点 O 顺时针旋转 3 次，

$\therefore$第 2023 次旋转结束时，点 G 的坐标为 $(-4,3)$，

故答案为：$(-4,3)$．

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分．）

19、（1）x^4；（2）$x=\dfrac{1}{3}$．

【解析】解：（1）原式 $=2x^4+\left(-x^6\right)\div x^2=2x^4+\left(-x^4\right)=x^4$；

（2）分式方程两边乘以 $(x-2)$，得 $3+x=-2(x-2)$

解得 $x=\dfrac{1}{3}$

经检验，$x=\dfrac{1}{3}$ 是原方程的解．

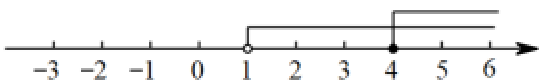
20、$x\geq 4$，数轴见解析

【解析】解：解不等式 $5x-3\geq 2x+9$，得：$x\geq 4$，

解不等式 $2+3x>\dfrac{x+9}{2}$，得：$x>1$，

则不等式组的解集为 $x\geq 4$，

将不等式组的解集表示在数轴上如下：



21、(1)8， 8；(2)甲，理由见解析；(3)变小

【解析】（1）解：甲平均数为 $(8+7+9+8+8)\div 5=8$，

乙的环数排序后为：6，7，8，9，10，故中位数为 8；

	平均数	中位数
甲	8	8
乙	8	8

故答案为：8， 8；

（2）选择甲．理由是甲的方差小，成绩较稳定．

（3）若乙再射击一次，命中 8 环，则乙这六次射击成绩的方差为：

$\frac{1}{6}\left[(9-8)^2+(6-8)^2+(10-8)^2+(8-8)^2+(7-8)^2+(8-8)^2\right]=\frac{5}{3}<2$

∴方差会变小．

故答案为：变小．

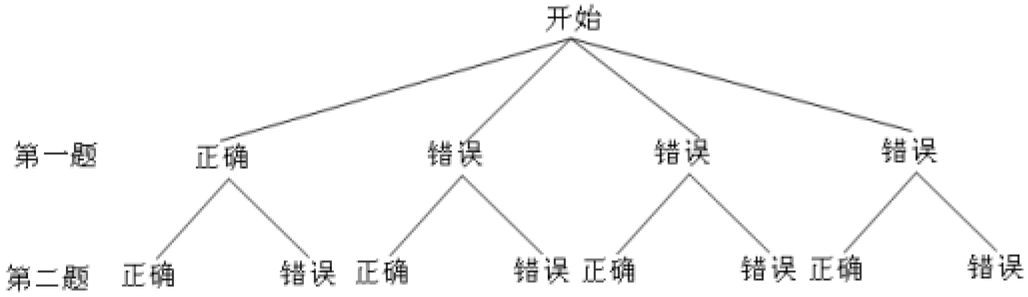
22、(1) $\frac{1}{4}$；(2) $\frac{1}{8}$；(3)建议小明在第二题使用"求助"

【解析】（1）解：∵一共有四个选项，每个选项选取的概率相同，

∴小明答对第一道题的概率是 $\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$

（2）解：画树状图如下：



由树状图可知一共有 8 种等可能性的结果数，其中两题都答对即小明通关的结果数有 1 种，

∴小明通关的概率为 $\frac{1}{8}$；

（3）解：建议小明在第二题使用"求助"，理由如下：

当在第一题使用"求助"时，画树状图为：

共有 9 种等可能的结果数，其中两个都正确的结果数为 1，

∴小明顺利通关的概率为 $\frac{1}{9}$；

∵ $\frac{1}{8}>\frac{1}{9}$，

∴建议小明在第二题使用"求助"．

23、(1)此款"冰墩墩"玩具的零售价格为 118 元，"雪容融"玩具的零售价格为 75 元

(2)① $w=2a+4340\ (80\le a\le 120)$；②运往甲地的为冰墩墩 80 件，运往乙地的为冰墩墩 120 件，运往甲地的为雪容融 160 件，运往乙地的为雪容融 140 件，调运两种吉祥物可使总运费最少，最少总运费是 4500 元

【解析】（1）解：设此款"冰墩墩"玩具的零售价格为 x 元，"雪容融"玩具的零售价格为 y 元，

依题意得：$\begin{cases}100x+40y=14800\\160x+60y=23380\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=118\\y=75\end{cases}$；

答：此款"冰墩墩"玩具的零售价格为 118 元，"雪容融"玩具的零售价格为 75 元.

（2）①设运往甲地的为冰墩墩 a 件 $(80\le a\le 120)$，总运费为 w 元，则运往乙地的为冰墩墩 $(200-a)$ 件，

运往甲地的为雪容融 $(240-a)$ 件，运往乙地的为雪容融 $(60+a)$ 件，

$\therefore w=8a+10(200-a)+7(240-a)+11(60+a)=2a+4340$，

$\therefore w=2a+4340\ (80\le a\le 120)$，

②$\because w=2a+4340\ (80\le a\le 120)$，

$2>0$，当 $a=80$ 时，w 最小，最小值为 $2\times 80+4340=4500$（元）

答：运往甲地的为冰墩墩 80 件，运往乙地的为冰墩墩 120 件，运往甲地的为雪容融 160 件，运往乙地的为雪容融 140 件，调运两种吉祥物可使总运费最少，最少总运费是 4500 元.

24、(1)见解析；(2)6

【解析】（1）解：证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD\,//\,BC$．$\therefore \angle DAF=\angle F$．

$\because \angle F=45°$，$\therefore \angle DAE=45°$．

$\because AF$ 是 $\angle BAD$ 的平分线，$\therefore \angle EAB=\angle DAE=45°$．$\therefore \angle DAB=90°$．

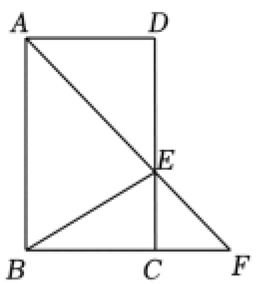
又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形.

（2）$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore \angle DCB=90°$．

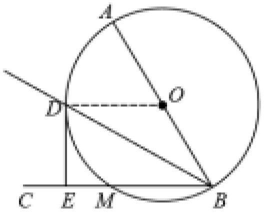
$\because AB=14$，$DE=8$，$\therefore CE=6$．

在 $\mathrm{Rt}\triangle CEF$ 中，$\angle F=45°$，$\therefore \angle CEF=\angle F=45°$．$\therefore CF=CE=6$．



25、(1)见解析；(2) $DF=\dfrac{4\sqrt{3}}{5}$.

【解析】（1）证明：连接 DO，



$\because DO=BO$，$\therefore \angle ODB=\angle OBD$，

$\because BD$平分$\angle ABC$，$\therefore \angle DBE=\angle OBD$，$\therefore \angle ODB=\angle DBE$，

$\because DE\perp BC$，$\therefore \angle DBE+\angle BDE=90°$，

$\therefore \angle ODE=\angle ODB+\angle BDE=90°$，$\therefore DE$是$\odot O$的切线；

（2）如图：连接AD,DO，

$\because AB$为直径，$AB=4$，$\therefore \angle ADB=90°$，

$\because \angle ABC=60°$，BD平分$\angle ABC$，$\therefore \angle ABD=\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=30°$，$\therefore AD=\frac{1}{2}AB=2$，

在Rt$\triangle ABD$中，根据勾股定理可得$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=2\sqrt{3}$，

$\therefore DE=\frac{1}{2}BD=\sqrt{3}$，

在Rt$\triangle BDE$中，根据勾股定理可得$BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=3$，

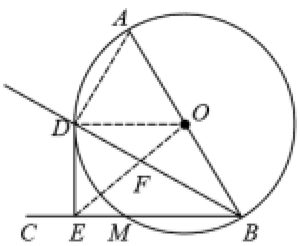
$\because \angle ODE=90°$，$DE\perp BC$，$\therefore OD\parallel BC$，

$\therefore \angle ODF=\angle EBF,\angle DOF=\angle BEF$，

$\therefore \triangle DOF\backsim\triangle BEF$，

$\therefore \frac{DO}{BE}=\frac{DF}{BF}$，即$\frac{2}{3}=\frac{DF}{2\sqrt{3}-DF}$，

解得：$DF=\frac{4\sqrt{3}}{5}$．



26、(1)有两个角对应相等的两个三角形相似，$\frac{CP}{BP}$；(2)$\odot O$的半径为6cm．

【解析】（1）证明：如图1，连接AC，BD．

$\because \angle C=\angle B$，$\angle A=\angle D$．

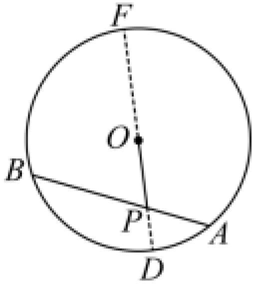
$\therefore \triangle APC \backsim \triangle DPB$，（根据有两个角对应相等的两个三角形相似）

$\therefore \dfrac{AP}{DP}=\dfrac{CP}{BP}$，$\therefore AP\cdot BP=CP\cdot DP$，

∴两条弦相交，被交点分成的两条线段的积相等．

故答案为：有两个角对应相等的两个三角形相似；$\dfrac{CP}{BP}$；

（2）延长 OP 交圆 O 于点 D，延长 PO 交圆 O 于点 F，



设圆 O 的半径为 r cm，而 $AB=10\text{cm}$， $PA=3\text{cm}$， $OP=\sqrt{15}$ cm，

$PF=\left(\sqrt{15}+r\right)\text{cm}$， $PD=\left(r-\sqrt{15}\right)\text{cm}$， $PB=7\text{cm}$，

根据（1）中结论得 $AP\cdot BP=DP\cdot FP$，即为 $3\times 7=\left(r+\sqrt{15}\right)\left(r-\sqrt{15}\right)$，

$\therefore r^2=36$，

解得：$r=6$ 或 $r=-6$（不符合题意，舍去），

$\odot O$ 的半径为 6cm．

27、(1)2；；(2)图见详解；(3)直线 BC 与 $\odot F$ 相切，理由见详解

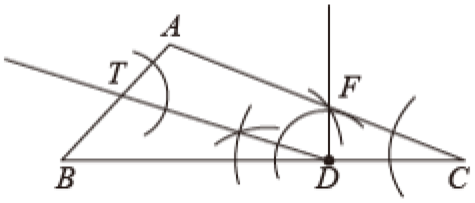
【解析】（1）解：$\because DE\,/\!/\,AB$，

$\therefore \triangle CDE \backsim \triangle CBA$，$\therefore \dfrac{DE}{AB}=\dfrac{CD}{CB}$，

$\because AB=5$，$BD=9$，$DC=6$，$\therefore \dfrac{DE}{5}=\dfrac{6}{6+9}$，$\therefore DE=2$；

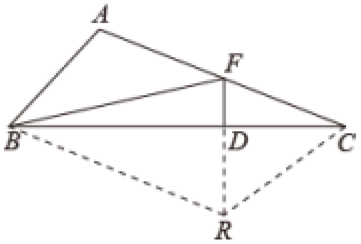
（2）解：作 $DT/\!/AC$ 交 AB 于点 T，作 $\angle TDF=\angle ATD$，射线 DF 交 AC 于点 F，则点 F 即为所求；

如图所示：点 F 即为所求，



（3）解：直线 BC 与 $\odot F$ 相切，理由如下：

作 $BR\,/\!/\,CF$ 交 FD 的延长线于点 R，连接 CR，如图，



∵$\angle DFA=\angle A$，∴四边形 $ABRF$ 是等腰梯形，∴$AB=FR$，

∵$\triangle FBC$ 的面积等于 $\frac{1}{2}CD\bullet AB$，∴$S_{\triangle CFB}=S_{\triangle CFR}=\frac{1}{2}AB\cdot CD=\frac{1}{2}FR\cdot CD$，∴$CD\perp DF$，

∵FD 是⊙F 的半径，

∴直线 BC 与⊙F 相切.

28、(1) $y=x^2+2x-3$，$y=x-1$；(2) $t=0$；(3) $-\frac{1}{2},\frac{27}{8}$

【解析】（1）解：将点 $B(1,0)$、点 $C(-2,-3)$ 代入抛物线解析式可得 $\begin{cases}1+b+c=0\\4-2b+c=-3\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}b=2\\c=-3\end{cases}$，即抛物线为 $y=x^2+2x-3$.

设直线 l 的解析式为 $y=kx+m$，

将点 $B(1,0)$、点 $C(-2,-3)$ 代入得 $\begin{cases}k+m=0\\-2k+m=-3\end{cases}$,解得 $\begin{cases}k=1\\b=-1\end{cases}$，

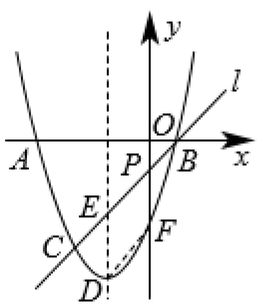
即直线 l 的解析式为 $y=x-1$；

（2）解：由题意可得，抛物线 $y=x^2+2x-3$ 的对称轴为 $x=-1$，顶点 $D(-1,-4)$，

则 $E(-1,-2)$，所以 $DE=2$，

点 $P(t,t-1)$，$-2<t<1$，点 $F(t,t^2+2t-3)$.

连接 DF，如图：



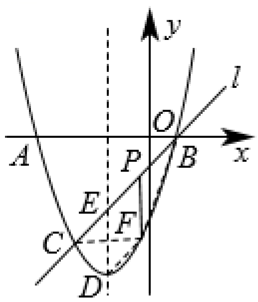
∵四边形 $PEDF$ 是平行四边形，

∴$DE=PF=2$，即 $t-1-(t^2+2t-3)=2$，

化简可得：$t^2+t=0$，解得 $t_1=0$，$t_2=-1$（舍去），

即 $t=0$，四边形 $PEDF$ 是平行四边形；

（3）连接 CF、BF，如图：



由题意可得：$PF=t-1-\left(t^2+2t-3\right)=-t^2-t+2$，

$S_{\triangle BCF}=S_{\triangle BPF}+S_{\triangle CPF}=\frac{1}{2}PF\times\left[t-(-2)\right]+\frac{1}{2}PF\times[1-t]=\frac{3}{2}PF$

即 $S_{\triangle BCF}=-\frac{3}{2}t^2-\frac{3}{2}t+3$

$\because -\frac{3}{2}t^2-\frac{3}{2}t+3$，开口向下，对称轴为 $t=-\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 当 $t=-\frac{1}{2}$ 时，$S_{\triangle BCF}$ 面积最大，为 $\frac{27}{8}$．