备战 2023 年中考考前冲刺全真模拟卷（无锡）

数学试卷

本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1.−5 的相反数是(　)

A．$-\frac{1}{5}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．5　　D．-5

2.实数 4 的平方根是（　　）

A．2　　B．-2　　C．$\sqrt{2}$　　D．±2

3.某公司对 25 名营销人员 4 月份销售某种商品的情况统计如下：

销售量（件）	60	50	40	35	30	20
人数	1	4	4	6	7	3

则这 25 名营销人员销售量的众数是（　）

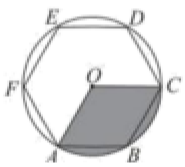
A．50　　B．40　　C．35　　D．30

4.某体育比赛的门票分 A 票和 B 票两种，A 票每张 x 元，B 票每张 y 元．已知 10 张 A 票的总价与 19 张 B 票的总价相差 320 元，则（　）

A．$\left|\frac{10x}{19y}\right|=320$　　B．$\left|\frac{10y}{19x}\right|=320$

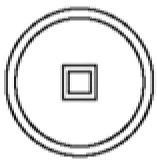
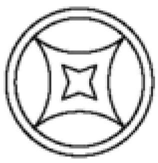
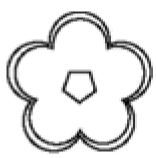
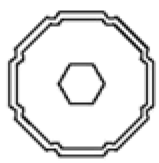
C．$|10x-19y|=320$　　D．$|19x-10y|=320$

5.如图，已知⊙O是正六边形$ABCDEF$的外接圆，正六边形$ABCDEF$的边心距为$\sqrt{3}$，将图中阴影部分的扇形OAC围成一个圆锥的侧面，则该圆锥的底面圆的半径为(　)



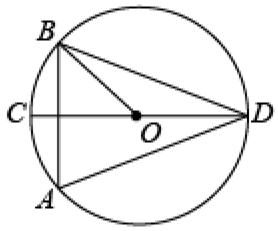
A．1　　B．$\frac{2}{3}$　　C．2　　D．$\frac{4}{3}$

6.下列图案是轴对称图形但不是中心对称图形的是（　）

A．　　B．　　C．　　D．

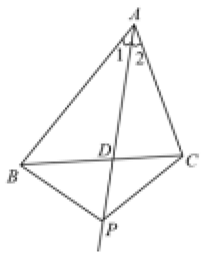
7.如图，⊙O中，直径$CD\perp AB$，则下列结论①$\triangle ABD$是正三角形；②$\angle BOC=2\angle ADC$；③$\angle BOC=60°$；

④ $AC \parallel BD$，正确的个数有（　　）



A．1个　　　　　　B．2个　　　　　　C．3个　　　　　　D．4个

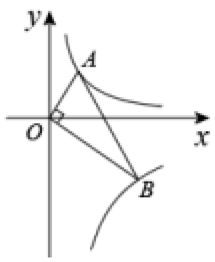
8.如图，点D在□ABC的边BC上，点P在射线AD上（不与点A，D重合），连接PB，PC．下列命题中，假命题是（　）



A．若$AB=AC$，$AD\perp BC$，则$PB=PC$　　B．若$PB=PC$，$AD\perp BC$，则$AB=AC$

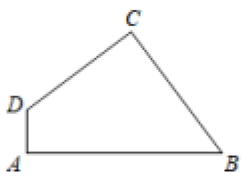
C．若$AB=AC$，$\angle 1=\angle 2$，则$PB=PC$　　D．若$PB=PC$，$\angle 1=\angle 2$，则$AB=AC$

9.已知点A、B分别在反比例函数$y=\dfrac{2}{x}(x>0)$，$y=\dfrac{-8}{x}(x>0)$的图像上，且$OA\perp OB$，则$\dfrac{OA}{OB}$的值为（　）



A．$\sqrt{2}$　　　　　　B．$\frac{1}{2}$　　　　　　C．$\sqrt{3}$　　　　　　D．3

10.将一张以AB为边的矩形纸片，先沿一条直线剪掉一个直角三角形，在剩下的纸片中，再沿一条直线剪掉一个直角三角形（剪掉的两个直角三角形相似），剩下的是如图所示的四边形纸片$ABCD$，其中$\angle A=90°$，$AB=9$，$BC=7$，$CD=6$，$AD=2$，则剪掉的两个直角三角形的斜边长不可能是（　）



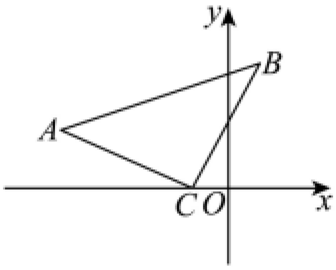
A．$\dfrac{25}{2}$　　　　　　B．$\dfrac{45}{4}$　　　　　　C．10　　　　　　D．$\dfrac{35}{4}$

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.）

11. 2022 年 10 月 16 日上午 10 时，中国共产党第二十次全国代表大会在北京人民大会堂开幕．让我们感受“数”读二十大；全国八百三十二个贫困县全部摘帽、近 1 亿农村贫困人口实现脱贫、近九百六十万贫困人口实现易地搬迁…其中，九百六十万用科学记数法表示为 ______.

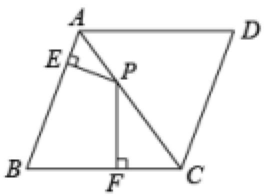
13. 已知 x_1、x_2 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的两个实数根，则 $x_1+x_2=$________.

14. 如图，在□ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，若点 C 的坐标为 $(-1,0)$，点 A 的坐标为 $(-4,2)$，则点 B 的坐标为____________.

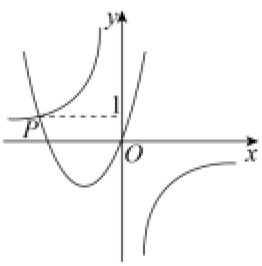


15. 证明“若 $|a|>1$，则 $a>1$”是假命题的反例可以是 $a=$______.（写一个即可）

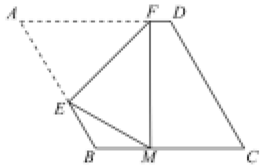
16. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，P 是对角线 AC 上一动点，过点 P 作 $PE\perp AB$ 于点 E，$PF\perp BC$ 于点 F．若菱形 $ABCD$ 的周长为 20，面积为 24，则 $PE+PF$ 的值为______.



17. 如图，已知函数 $y=-\dfrac{3}{x}$ 与 $y=ax^2+bx\,(a>0,b>0)$ 的图象交于点 P，点 P 的纵坐标为 1，则关于 x 的不等式 $ax^2+bx+\dfrac{3}{x}<0$ 的解集为______.



18. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle A=60°$，$AB=6$．折叠该菱形，使点 A 落在边 BC 上的点 M 处，折痕分别与边 AB，AD 交于点 E，F．当点 M 与点 B 重合时，EF 的长为________；当点 M 的位置变化时，DF 长的最大值为________.



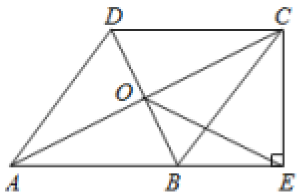
三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.）

19.（8 分）（1）计算：$|-2|+(2023-\pi)^{0}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}+2\tan 60^{\circ}$.

（2）化简：$\left(\frac{2a^{2}+2a}{a^{2}-1}-\frac{a^{2}-a}{a^{2}-2a+1}\right)\div\frac{a}{a+1}$

20.（8 分）（1）解方程：$(x-1)^{2}-9=0$.；　　　（2）解不等式组$\begin{cases}\frac{x+2}{3}\le 1\\ 2(1-x)<5\end{cases}$.

21.（10 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB \mathbin{/\!/} DC$，$AB=AD$，对角线 AC，BD 交于点 O，AC 平分 $\angle BAD$，过点 C 作 $CE\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E，连接 OE .



(1)求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2)若 $AB=\sqrt{5}$ ，$BD=2$，求 OE 的长.

22.（10 分）数字“122”是中国道路交通事故报警电话，为推进“文明交通行动计划”，公安部将每年的 12 月 2 日定为“交通安全日”．数学社团决定从 4 名同学（小明，小红，小强，小芳）中通过抽签的方式确定 2 名同学去参加学校组织的“文明交通行动计划”宣传活动．抽签规则：将 4 名同学的姓名分别写在 4 张完全相同的卡片正面，把 4 张卡片的背面朝上，洗匀后放在桌子上，先从中随机抽取一张卡片，记下名字，再从剩余的 3 张卡片中随机抽取一张，记下名字，被抽到的同学去参加宣传活动．

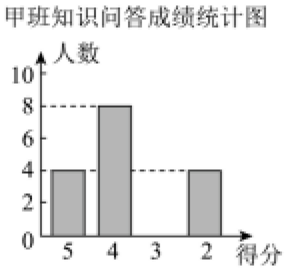
(1)“小强被抽中”是___________事件（填“不可能”、“必然”、“随机”），第一次抽取卡片抽中小强的概率是___________；

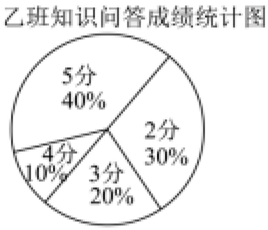
(2)试用画树状图或列表的方法表示这次抽签所有可能的结果，并求出小强被抽中的概率．

23.（10分）某校举行“中国共产党十九大”知识问答竞赛．每班选20名同学参加比赛．根据答对的题目数量得分，等级分为5分，4分，3分，2分．学校将八年级甲班和乙班的成绩整理并绘制成如下的统计图．

甲、乙两班成绩统计表

班级	平均数（分）	中位数（分）	众数（分）
甲班	3.6	a	4
乙班	3.6	3.5	b



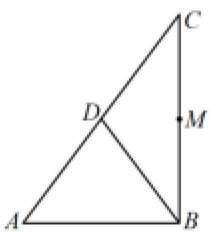


(1)请把甲班知识问答成绩统计图补充完整．

(2)通过统计得到表，请求出表中数据$a=$______，$b=$______．

(3)根据（2）的结果，你认为甲，乙两班哪个班级成绩更好？写出你的理由．

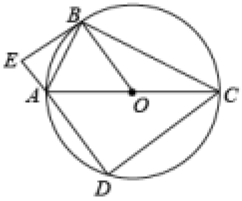
24.（8分）如图，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°$，点D是AC的中点，M是BC中点．



(1)作$\angle ADB$的角平分线DE交AB于点E（尺规作图）．

(2)若连接 ME，请判断 ME 与 BD 的数量关系，并证明．

25.（8分）四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，AC 为直径，E 在 DA 的延长线上，且 BE 与⊙O 相切．AB 平分 $\angle EAC$．



(1)判断 BO 与 CD 的位置关系，并说明理由；

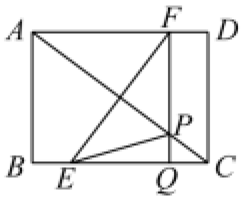
(2)若 $BE=4$，$AD=3AE$，求⊙O 的半径

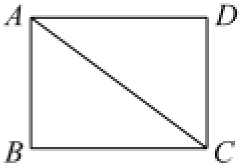
26.（10分）冬至是一个兼具自然与人文两大内涵的节日，也是二十四节气中被当做节日的一个节气，在我国古代是仅次于农历新年的大节日，有着"冬至大如年"的说法，是我们中华民族特有的一个节日．而在冬至这一天，大多数家庭都会选择吃饺子来庆祝这个节日．市场上必品阁水饺比湾仔水饺的进价每盒便宜 10 元，某商家用 8000 元购进的湾仔水饺和用 6000 元购进的必品阁水饺盒数相同．在销售中，该商家发现湾仔水饺每盒售价 50 元时，每天可售出 100 盒，每盒售价提高 0．5 元时，每天少售出 1 盒．

(1)求湾仔水饺和必品阁水饺的进价；

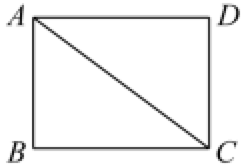
(2)设湾仔水饺每盒售价 x 元（$50<x?65$），y 表示该商家每天销售湾仔水饺的利润（单位：元），求 y 关于 x 的函数解析式并求最大利润．

27.（10分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6\text{cm}$，$BC=8\text{cm}$，如果点 E 由点 B 出发沿 BC 方向向点 C 匀速运动，同时点 F 由点 D 出发沿 DA 方向向点 A 匀速运动，它们的速度分别为每秒 2cm 和 1cm，$FQ\perp BC$，分别交 AC、BC 于点 P 和 Q，设运动时间为 t 秒 $(0<t<4)$．





备用图1



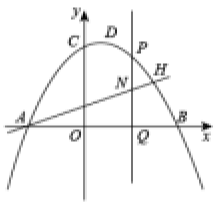
备用图2

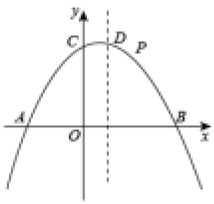
(1)连接 EF，若运动时间 t=______时，$EF\perp AC$；

(2)连接 EP，设△EPC 的面积为 $S\ \mathrm{cm}^2$，求 S 与 t 的关系式，并求 S 的最大值；

(3)若△EPQ与△ADC 相似，求 t 的值．

28.（10分）如图，在平面直角坐标系中，抛物线$y=-\frac{3}{8}x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 左侧），与 y 轴交于点 $C(0,3)$，抛物线的顶点为 D．直线$y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$与抛物线交于 A，$H$ 两点．





(1)求抛物线的表达式；

(2)用配方法求顶点 D 的坐标；

(3)点 P 是对称轴右侧抛物线上任意一点，设点 P 的横坐标为 t．

①过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 Q，交直线 AH 于点 N，当 $PN=2QN$时，请直接写出 P 点坐标；

②连接 CP，以 CP 为边作正方形 $CPEF$，是否存在点 P 使点 E恰好落在对称轴上？若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、C

【解析】-5 的相反数是 5．

故选 C．

2、D

【解析】实数 4 的平方根由两个，即2或-2，

故选：D．

3、D

【解析】解：因为销售量为 30 件出现的次数最多，所以这 25 名营销人员销售量的众数是 30.

故选：D.

4、C

【解析】解：由 10 张 A 票的总价与 19 张 B 票的总价相差 320 元可知，

$10x-19y=320$或$19y-10x=320$，

$\therefore |10x-19y|=320$，

故选：C．

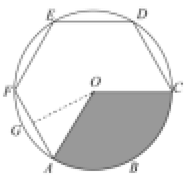
5、B

【解析】如图,过点O作$OG\perp AF$，垂足为G，

$\because$正六边形$ABCDEF$的边心距为$\sqrt{3}$，

$\therefore \angle AOG=30°$，$OG=\sqrt{3}$，$\therefore OA=2AG$，$\therefore 4GA^2-GA^2=3$，

解得$GA=1$，$\therefore OA=2$，



设圆锥的半径为r，根据题意，得$2\pi r=\dfrac{120\times\pi\times2}{180}$，解得$r=\dfrac{2}{3}$，

故选：B．

6、C

【解析】解：A、是中心对称图形，是轴对称图形，故 A 选项不合题意；

B、是中心对称图形，是轴对称图形，故 B 选项不合题意；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 C 选项不合题意；

D、是中心对称图形，是轴对称图形，故 D 选项不合题意；

故选：C．

7、A

【解析】解：∵直径 $CD\perp AB$，

∴ $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$， CD 平分 AB，

∴ $\angle BDC=\angle ADC$， $AD=BD$，

∵ $\angle BOC=2\angle BDC$，

∴ $\angle BOC=2\angle ADC$，①不正确，②正确；

没有条件得出 $\angle BOC=60°$； $AC\,//\,BD$，③④不正确；

正确的结论有一个，

故选：A．

8、D

【解析】因为 $AB=AC$，且 $AD\perp BC$，得 AP 是 BC 的垂直平分线，所以 $PB=PC$，则 A 是真命题；

因为 $PB=PC$，且 $AD\perp BC$，得 AP 是 BC 的垂直平分线，所以 $AB=AC$，则 B 是真命题；

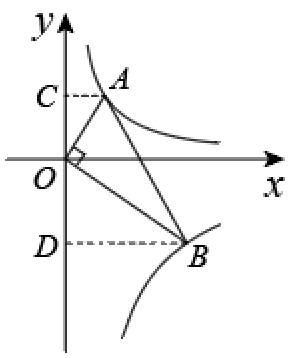
因为 $AB=AC$，且 $\angle 1=\angle 2$，得 AP 是 BC 的垂直平分线，所以 $PB=PC$，则 C 是真命题；

因为 $PB=PC$，$\triangle BCP$ 是等腰三角形，$\angle 1=\angle 2$，不能判断 AP 是 BC 的垂直平分线，所以 AB 和 AC 不一定相等，则 D 是假命题．

故选：D．

9、B

【解析】解：过点 A 作 $AC\perp x$ 轴于 C，过点 B 作 $BD\perp x$ 轴于 D，如图所示：



$\therefore \angle ACO=\angle BDO=90°$，

$\because OA\perp OB$， $\therefore \angle AOC+\angle CAO=90°, \angle AOC+\angle BOD=90°$，

$\therefore \angle CAO=\angle BOD$，$\therefore \triangle ACO \backsim \triangle ODB$，$\therefore \frac{AC}{OD}=\frac{CO}{BD}=\frac{OA}{OB}$，

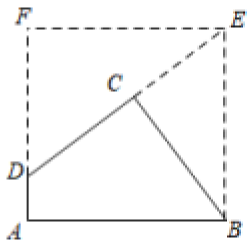
$\because$点 A、B 分别在反比例函数 $y=\frac{2}{x}(x>0)$，$y=\frac{-8}{x}(x>0)$的图像上，得到 $S_{\triangle ACO}=1, S_{\triangle OBD}=4$，

$\therefore \left(\frac{OA}{OB}\right)^2=\frac{S_{\triangle ACO}}{S_{\triangle OBD}}=\frac{1}{4}$，$\therefore \frac{OA}{OB}=\frac{1}{2}$，

故选：B．

10、A

【解析】解：当$\triangle DFE \backsim \triangle ECB$ 时，如图，



$\therefore \frac{DF}{EC}=\frac{FE}{CB}=\frac{DE}{EB}$，

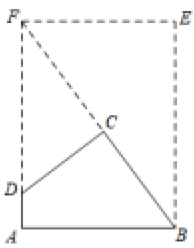
设 $DF=x$，$CE=y$，

$\therefore \frac{x}{y}=\frac{9}{7}=\frac{6+y}{2+x}$，解得：$\begin{cases} x=\frac{27}{4} \\ y=\frac{21}{4} \end{cases}$，

$\therefore DE=CD+CE=6+\frac{21}{4}=\frac{45}{4}$，故 B 选项不符合题意；

$\therefore EB=DF+AD=\frac{27}{4}+2=\frac{35}{4}$，故选项 D 不符合题意；

如图，当$\triangle DCF \backsim \triangle FEB$ 时，



$\therefore \frac{DC}{FE}=\frac{CF}{EB}=\frac{DF}{FB}$，

设 $FC=m$，$FD=n$，

$\therefore \frac{6}{9}=\frac{m}{n+2}=\frac{n}{m+7}$，解得：$\begin{cases} m=8 \\ n=10 \end{cases}$，

$\therefore FD=10$，故选项 C 不符合题意；

$BF = FC + BC = 8 + 6 = 14$，故选项 A 符合题意；

故选：A

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.）

11、9.6×10^{6}

【解析】∵九百六十万$=9600000=9.6\times10^{6}$，

∴九百六十万用科学记数法表示为：9.6×10^{6}

故答案为：9.6×10^{6}．

12、$x>2$

【解析】解：$\begin{cases}2x>x+1①\\4x-1>7②\end{cases}$

解不等式①得：$x>1$，

解不等式②得：$x>2$，

∴不等式组的解集为 $x>2$，

故答案为：$x>2$．

13.已知 x_1、x_2 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的两个实数根，则 $x_1+x_2=$________.

【答案】3

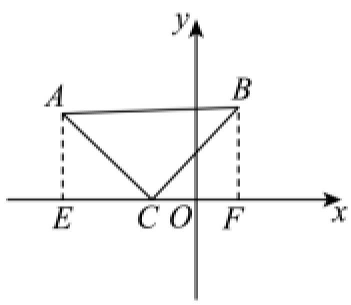
【解析】解：∵ x_1、x_2 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的两个实数根，

∴由根与系数的关系得：$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=3$，

故答案为：3．

14、$(1,3)$

【解析】如图，过点 A、B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 E、F



∴ $\angle AEC=\angle CFB=90^\circ$，∴ $\angle EAC+\angle ACE=90^\circ$，

∵ $\angle ACB=90^\circ$，∴ $\angle ACE+\angle BCF=90^\circ$，∴ $\angle EAC=\angle BCF$，

在△AEC 和□CFB 中，

$$\begin{cases}\angle EAC=\angle BCF\\ \angle AEC=\angle CFB\\ AC=BC\end{cases},$$

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle CFB$，$\therefore AE=CF$，$EC=BF$，

$\because A(-4,2)$，$C(-1,0)$，$\therefore AE=2$，$OE=4$ $OC=1$，

$\therefore BF=EC=4-1=3$，$CF=AE=2$，$\therefore OF=CF-OC=2-1=1$，$\therefore B(1,3)$，

故答案为：$(1,3)$．

15、-2（答案不唯一）（a取小于-1的一个数即可）

【解析】解：证明命题"若$|a|>1$，则$a>1$"是假命题的反例可以是：$a=-2$，

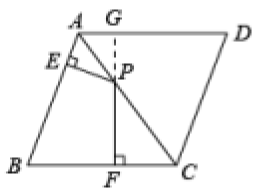
$\because |-2|>1$，但是$a=-2<1$，

$\therefore$命题"若$|a|>1$，则$a>1$"是假命题．

故答案为：-2（答案不唯一）．

16、$\frac{24}{5}$

【解析】解：延长FP交AD于点G，如图所示：



在菱形$ABCD$中，$AD \parallel BC$，$\angle DAC=\angle BAC$，

$\because PF\perp BC$，$\therefore PF\perp AD$，$\therefore \angle AGP=90^\circ$，

$\because PE\perp AB$，$\therefore \angle AEP=90^\circ$，$\therefore \angle AEP=\angle AGP$，

又$\because \angle EAP=\angle GAP$，$AP=AP$，$\therefore \triangle EAP\cong\triangle GAP(\mathrm{AAS})$，$\therefore GP=EP$，

$\because$菱形$ABCD$的周长为 20，$\therefore BC=5$，

$\because$菱形$ABCD$面积为 48，即$BC\cdot FG=24$，$\therefore FG=24\div 5=\frac{24}{5}$，$\therefore PE+PF=FG=\frac{24}{5}$，

故答案为：$\frac{24}{5}$．

17、$-3<x<0$

【解析】解：$ax^2+bx+\frac{3}{x}<0$变形为：$ax^2+bx<-\frac{3}{x}$，

$\because y=-\frac{3}{x}=1$，

$\therefore x=-3$，

$\therefore$不等式的解集是$-3<x<0$，

故答案为：$-3<x<0$．

18、$3\sqrt{3}$　　$6-3\sqrt{3}$

【解析】解：当点M与点B重合时，由折叠的性质知EF垂直平分AB，

$\therefore AE=EB=\frac{1}{2}AB=3$，

在$Rt\triangle AEF$中，$\angle A=60°$，$AE=3$，$\tan60°=\frac{EF}{AB}$，$\therefore EF=3\sqrt{3}$；

当AF长取得最小值时，DF长取得最大值，

由折叠的性质知EF垂直平分AM，则$AF=FM$，

$\therefore FM\perp BC$时，FM长取得最小值，此时DF长取得最大值，

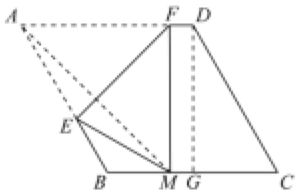
过点D作$DG\perp BC$于点C，则四边形$DGMF$为矩形，$\therefore FM=DG$，

在$Rt\triangle DGC$中，$\angle C=\angle A=60°$，$DC=AB=6$，

$\therefore DG=DC\sin60°=3\sqrt{3}$，

$\therefore DF$长的最大值为$AD-AF=AD-FM=AD-DG=6-3\sqrt{3}$，

故答案为：$3\sqrt{3}$；$6-3\sqrt{3}$．



三、解答题（本大题共10小题，共96分.）

19、（1）$2\sqrt{3}$；（2）$\frac{a+1}{a-1}$

【解析】（1）解：原式$=|-2|+(2023-\pi)^0+\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}+2\tan60°$

$=2+1+(-3)+2\times\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}$；

（2）解：原式$=\left(\frac{2a^2+2a}{a^2-1}-\frac{a^2-a}{a^2-2a+1}\right)\div\frac{a}{a+1}$

$=\left[\frac{2a(a+1)}{(a-1)(a+1)}-\frac{a(a-1)}{(a-1)^2}\right]\div\frac{a}{a+1}=\left(\frac{2a}{a-1}-\frac{a}{a-1}\right)\div\frac{a}{a+1}=\frac{a}{a-1}\div\frac{a}{a+1}=\frac{a}{a-1}\times\frac{a+1}{a}=\frac{a+1}{a-1}$.

20、（1）$x=4$或$x=-2$；（2）$-\frac{3}{2}<x\le 1$．

【解析】解：$\because (x-1)^2-9=0$，$\therefore (x-1)^2=9$，$\therefore x-1=\pm 3$，

解得：$x=4$或$x=-2$．

（2）$\frac{x+2}{3}\le 1$，解得$x\le 1$

$2(1-x)<5$，解得$x>-\frac{3}{2}$

所以$-\frac{3}{2}<x\le 1$．

21、(1)见解析；(2)2

【解析】（1）证明：$\because AB \parallel CD$，$\therefore \angle OAB=\angle DCA$，

$\because AC$平分$\angle BAD$，$\therefore \angle OAB=\angle DAC$，$\therefore \angle DCA=\angle DAC$，$\therefore$ $CD=AD=AB$，

$\because$ $AB \parallel CD$，$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\because$ $AD=AB$，$\therefore$ Y $ABCD$是菱形；

（2）解：$\because$四边形$ABCD$是菱形，$\therefore$ $OA=OC$，$BD\perp AC$，

$\because$ $CE\perp AB$，$\therefore$ $OE=OA=OC$，

$\because$ $BD=2$，$\therefore$ $OB=\frac{1}{2}BD=1$，

在Rt□AOB中，$AB=\sqrt{5}$，$OB=1$，

$\therefore$ $OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=2$，

$\therefore$ $OE=OA=2$．

22、(1)随机、$\frac{1}{4}$；(2)表格见解析，$\frac{1}{2}$

【解析】（1）解：该班同学“小强被抽中”是随机事件，第一次抽取卡片“小强被抽中”的概率为$\frac{1}{4}$，

故答案为：随机、$\frac{1}{4}$；

（2）解：根据题意可列表如下：

	小明	小红	小强	小芳
小明		（小红，小明）	（小强，小明）	（小芳，小明）
小红	（小明，小红）		（小强，小红）	（小芳，小红）
小强	（小明，小强）	（小红，小强）		（小芳，小强）

小芳	（小明，小芳）	（小红，小芳）	（小强，小芳）	

共有 12 种等可能结果，其中小强被抽中的有 6 种结果．

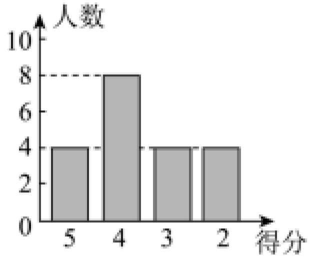
所以 $P_{(\text{小强被抽中})}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$．

23、(1)见解析；(2)4，5；(3)甲班成绩更好（答案不唯一）．

【解析】（1）解：甲班得分为 3 分的人数为 $20-(4+8+4)=4$（人），

补全图形如下：

甲班知识问答成绩统计图



（2）解：甲班中位数是第 10 和第 11 个数，都是 4 分，

$\therefore a=4$；

乙班中，出现最多的是 5 分，

$\therefore b=5$；

故答案为：4，5；

（3）解：甲班成绩更好，理由如下：

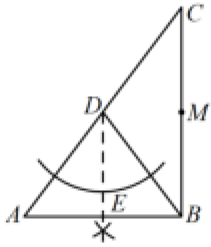
在甲、乙班平均得分相等的前提下，甲班成绩的中位数大于乙班，

所以加班高分人数多于乙班，

∴甲班成绩更好（答案不唯一）．

24、(1)见解析；(2) $ME=BD$，理由见解析

【解析】（1）解：如图所示，即为所求；



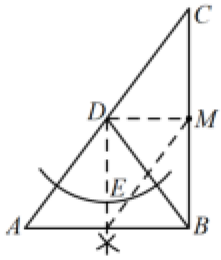
（2）解：$ME=BD$，理由如下：

如图所示，连接 ME，MD，

∵在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ABC=90^\circ$，点D是AC的中点，∴$AD=BD=\frac{1}{2}AC$，

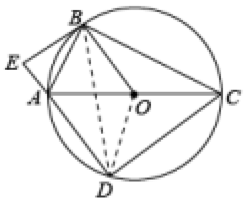
∵DE平分$\angle ADB$，∴点E是AB的中点，

又∵M是BC中点，∴ME是□ABC的中位线，∴$ME=\frac{1}{2}AC$，∴$ME=BD$.



25、(1)$BO\perp CD$，理由见解析；(2)5.

【解析】(1)解：$BO\perp CD$，理由如下：如下图，连接OD，BD，



∵四边形 $ABCD$内接于□O，∴$\angle BAE=\angle BCD$，

∵AB平分$\angle EAC$，∴$\angle BAE=\angle BAC$，∴$\angle BCD=\angle BAC$，

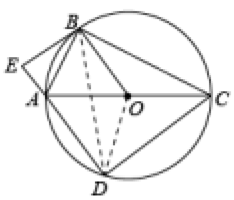
∵$\angle BAC=\angle BDC$，∴$\angle BDC=\angle BCD$，∴$BD=BC$，

∴点B在线段CD的垂直平分线上，

∵$OD=OC$，∴点O在线段CD的垂直平分线上，∴BO垂直平分线段CD，

∴$BO\perp CD$；

(2)解： 连接OD，BD，



∵BE与□O相切，∴$\angle ABE+\angle ABO=90^\circ$，

∵AC为□O的直径，∴$\angle ABC=90^\circ$，∴$\angle BAC+\angle ACB=90^\circ$，

∵$OB=OA$，∴$\angle ABO=\angle BAC$，∴$\angle ABE=\angle ACB$，

∵$\angle ACB=\angle BDE$，∴$\angle BDE=\angle ABE$，

∵$\angle E=\angle E$，∴□EBA∽□EDB，∴$\frac{EB}{ED}=\frac{AE}{BE}$，$\angle DBE=\angle BAE=\angle BAC$，

$\because BE=4$，$AD=3AE$，$\angle BAC+\angle ACB=90^{\circ}$，

$\therefore \frac{4}{4AE}=\frac{AE}{4}$，$\angle DBE+\angle BDE=\angle BAC+\angle ACB=90$，

$\therefore AE=2$，$AD=6$，$\angle BED=90^{\circ}$，

$\therefore AB=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，$BC=BD=\sqrt{EB^2+ED^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{5}\right)^2+\left(4\sqrt{5}\right)^2}=10$，

$\therefore$□ O的半径为$\frac{1}{2}AC=5$．

26、(1)湾仔水饺每盒进价 40 元，必品阁水饺每盒进价 30 元；

(2)y 关于 x 的函数解析式为 $y=-2x^2+280x-8000(50\le x\le 65$，且最大利润为 1750 元．

【解析】（1）解：设湾仔水饺每盒进价 a 元，则必品阁水饺每盒进价 $a-10$元，

则$\frac{8000}{a}=\frac{6000}{a-10}$，解得：$a=40$，

经检验$a=40$是原方程的解．

$\therefore a-10=40-10=30$．

答：湾仔水饺每盒进价 40 元，必品阁水饺每盒进价 30 元；

（2）由题意得，当$x=50$时，每天可售出 100 盒，当湾仔水饺每盒售价 x 元（$50<x$? 65）时，每天可售$[100-2(x-50)]$盒，

$\therefore y=x\left[100-2(x-50)\right]-40\times\left[100-2(x-50)\right]=-2x^2+280x-8000$，

配方，得：$y=-2(x-70)^2+1800$

$\because x<70$时，y随 x 的增大而增大，

$\therefore$当 $x=65$ 时，y 取最大值，最大值为：$-2(65-70)^2+1800=1750$(元)

答：y 关于 x 的函数解析式为 $y=-2x^2+280x-8000(50\le x\le 65)$，且最大利润为 1750 元．

27、(1)$\frac{7}{6}$，见解析；(2)$s=-\frac{3}{4}(t-2)\ +3$；s 的最大值为 3；(3)$\frac{128}{57}$或$\frac{128}{39}$

【解析】（1）证明：设 EF 与 AC 交于点O，

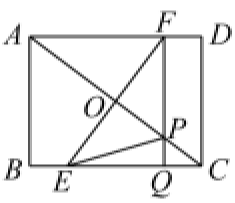


图1

若 $EF \perp AC$，则$\triangle AFO \backsim \triangle ACD$，$\therefore \frac{AO}{AD}=\frac{AF}{AC}$，

$\because$四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=6\text{cm}$，$BC=8\text{cm}$，$\therefore \angle B=90^{0}$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^{2}+BC^{2}}=10$，

$\because DF=t,\ BE=2t$，$\therefore AF=8-t,\ CE=8-2t$，

$\because AD \parallel BC$，$\therefore \triangle AFO \backsim \triangle CEO$，$\therefore \frac{AF}{CE}=\frac{AO}{CO}$，

$\therefore \frac{8-t}{8-2t}=\frac{AO}{10-AO}$，$\therefore AO=\frac{80-10t}{16-3t}$，

$\because \frac{AO}{AD}=\frac{AF}{AC}$，$\therefore \frac{\frac{80-10t}{16-3t}}{8}=\frac{8-t}{10}$，$\therefore t_{1}=8,\ t_{2}=\frac{7}{6}$，

$\because 0<t<4$，$\therefore t=\frac{7}{6}$；

故答案为：76．

（2）解：$\because \angle FQC=90°,\ \angle B=90°$，$\therefore \angle FQC=\angle B$，

$\therefore PQ \parallel AB$，$\therefore \triangle CPQ \backsim \triangle CAB$，$\therefore \frac{PQ}{AB}=\frac{QC}{BC}$，即$\frac{PQ}{6}=\frac{t}{8}$，$\therefore PQ=\frac{3}{4}t$，

$\because S_{\triangle EPC}=\frac{1}{2}\cdot EC\cdot PQ$，$\therefore s=\frac{1}{2}(8-2t)\cdot\frac{3}{4}t=-\frac{3}{4}t^{2}+3t=-\frac{3}{4}(t-2)^{2}+3$，

$\because -\frac{3}{4}<0$，$\therefore s$ 有最大值，当 $t=2$ 时，s 的最大值为 3．

（3）解：分两种情况讨论：

Ⅰ．如图 1 中，点 E 在 Q 的左侧．

①当$\triangle EPQ \backsim \triangle ACD$时，可得$\frac{PQ}{CD}=\frac{EQ}{AD}$，即$\frac{\frac{3}{4}t}{6}=\frac{8-3t}{8}$，解得 $t=2$．

②当$\triangle EPQ \backsim \triangle CAD$时，可得$\frac{PQ}{AD}=\frac{EQ}{CD}$，即$\frac{\frac{3}{4}t}{8}=\frac{8-3t}{6}$，解得 $t=\frac{128}{57}$．

Ⅱ．如图 2 中，点 E 在 Q 的右侧．

$\because 0<t<4$，$\therefore$点 E 不能与点 C 重合，$\therefore$只存在$\triangle EPQ \backsim \triangle CAD$

可得$\frac{PQ}{AD}=\frac{EQ}{CD}$，即$\frac{\frac{3}{4}t}{8}=\frac{3t-8}{6}$，解得 $t=\frac{128}{39}$，

故若$\triangle EPQ$与$\triangle ADC$ 相似，则 t 的值为 2 或$\frac{128}{57}$或$\frac{128}{39}$．

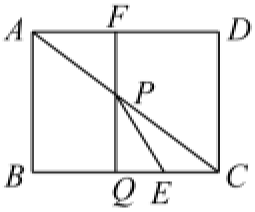


图2

28、(1) $y=-\frac{3}{8}x^2+\frac{3}{4}x+3$，(2) $\left(1,\frac{27}{8}\right)$

(3)① $(2,3)$或$\left(\frac{14}{3},-\frac{5}{3}\right)$；② $(4,0)$ 或 $\left(\frac{4}{3},\frac{10}{3}\right)$

【解析】（1）解：当$y=0$时，$\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}=0$，

解得$x=-2$，∴点A的坐标为$(-2,0)$，

把$A(-2,0)$，$C(0,3)$代入$y=-\frac{3}{8}x^2+bx+c$中，

得$\begin{cases}-\frac{3}{8}\times(-2)^2-2b+c=0\\ c=3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}b=\frac{3}{4}\\ c=3\end{cases}$，

∴抛物线的表达式为$y=-\frac{3}{8}x^2+\frac{3}{4}x+3$；

（2）∵$y=-\frac{3}{8}x^2+\frac{3}{4}x+3=-\frac{3}{8}(x^2-2x)+3=-\frac{3}{8}(x-1)^2+\frac{27}{8}$

∴ 顶点D的坐标为$\left(1,\frac{27}{8}\right)$；

（3）解：①设点$P\left(t,-\frac{3}{8}t^2+\frac{3}{4}t+3\right)$，则点$N\left(t,\frac{1}{4}t+\frac{1}{2}\right)$，

∵点P是对称轴右侧抛物线上任意一点，∴$t>1$，

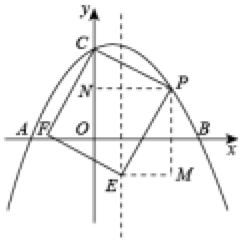
∵$PN=2QN$，∴$\left|-\frac{3}{8}t^2+\frac{3}{4}t+3-\left(\frac{1}{4}t+\frac{1}{2}\right)\right|=2\left|\frac{1}{4}t+\frac{1}{2}\right|$，

解得，$t=2$或$t=-2$（不合题意，舍去）或$t=\frac{14}{3}$，

当$t=2$时，$-\frac{3}{8}t^2+\frac{3}{4}t+3=-\frac{3}{8}\times2^2+\frac{3}{4}\times2+3=3$，

当$t=\frac{14}{3}$时，$-\frac{3}{8}t^2+\frac{3}{4}t+3=-\frac{3}{8}\times\left(\frac{14}{3}\right)^2+\frac{3}{4}\times\frac{14}{3}+3=-\frac{5}{3}$，∴点$P$的坐标为$(2,3)$或$\left(\frac{14}{3},-\frac{5}{3}\right)$；

②存在，由抛物线$y=-\frac{3}{8}x^2+\frac{3}{4}x+3=-\frac{3}{8}(x^2-2x)+3=-\frac{3}{8}(x-1)^2+\frac{27}{8}$可知，对称轴为直线$x=1$，设点$P\left(t,-\frac{3}{8}t^2+\frac{3}{4}t+3\right)$，过点$P$作$PN\perp y$轴于点$N$，作$PM\parallel y$与过点$E$平行于$x$轴的直线相交于点$M$，



∵四边形 $CPEF$ 是正方形，∴ $CP=EP$ ，

∵ $\angle CPN+\angle NPE=90^\circ$ ， $\angle EPM+\angle NPE=90^\circ$,∴ $\angle CPN=\angle EPM$ ，

∵ $\angle CNP=\angle M=90^\circ$ ，∴ $\triangle CPN\cong\triangle EPM(\text{AAS})$ ，∴ $CN=EM$ ，

∴ $\left|-\frac{3}{8}t^2+\frac{3}{4}t+3-3\right|=|t-1|$ ，

解得 $t=\frac{2}{3}$（不合题意，舍去）或 $t=4$ 或 $t=-2$（不合题意，舍去）或 $t=\frac{4}{3}$，

当 $t=4$ 时， $-\frac{3}{8}t^2+\frac{3}{4}t+3=-\frac{3}{8}\times4^2+\frac{3}{4}\times4+3=0$ ，

当 $t=\frac{4}{3}$ 时， $-\frac{3}{8}t^2+\frac{3}{4}t+3=-\frac{3}{8}\times\left(\frac{4}{3}\right)^2+\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}+3=\frac{10}{3}$ ，

∴点 P 的坐标为 $(4,0)$ 或 $\left(\frac{4}{3},\frac{10}{3}\right)$.