

备战 2023 年中考考前冲刺全真模拟卷（苏州）

数学试卷

本卷满分 130 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1.4 的平方根是（ ）

- A. 2 B. ± 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\pm\sqrt{2}$

2.一种病菌的直径约为 0.00000266m，用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.266×10^{-6} 米 B. 2.66×10^{-5} 米 C. 0.266×10^{-6} 米 D. 2.66×10^{-6} 米

3.下列计算正确的是（ ）

- A. $2a^2 \cdot 3a^2 = 6a^2$ B. $(-3a^2b)^2 = 6a^4b^2$
C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $-a^2 + 2a^2 = a^2$

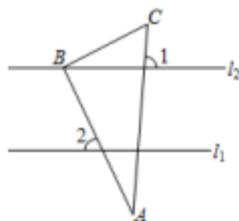
4.某工艺品厂草编车间共有 16 名工人，为了了解每个工人的日均生产能力，随机调查了某一天每个工人的生产件数．获得数据如下表：

生产件数（件）	10	11	12	13	14	15
人数（人）	1	5	4	3	2	1

则这一天 16 名工人生产件数的众数是（ ）

- A. 5 件 B. 11 件 C. 12 件 D. 15 件

5.已知直线 $l_1 \parallel l_2$ ，将一块直角三角板 ABC（其中 $\angle A$ 是 30° ， $\angle C$ 是 60° ）按如图所示方式放置，若 $\angle 1 = 84^\circ$ ，则 $\angle 2$ 等于（ ）



- A. 56° B. 64° C. 66° D. 76°

6.如图， $\square ABC$ 是一块草地，将阴影部分修建为花园，已知 $AB = 10$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，阴影部分是 $\square ABC$ 的内切圆，一只飞翔的小鸟将随机落在这块草地上，则小鸟落在花上的概率为（ ）

14.如图,矩形 $ABCD$ 中,点 E 在边 CD 上, AC 与 BE 交于点 F ,过点 F 作 $FG \perp AC$ 于点 G ,若 $CF = \frac{1}{2} AC$,则 $\frac{AE}{EC}$ 的值为_____.

15.如图,点 A 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上,点 B 在 x 轴上,且 $AO = AB$,若 $\triangle OAB$ 的面积为 5,则 k 的值为 _____.

16.如图 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 2$, $AC = 4$,点 P 为 BC 上任意一点,连接 PA ,以 PA , PC 为邻边作平行四边形 $PAQC$,连接 PQ ,则 PQ 的最小值为 _____.

三、解答题(本大题共 11 小题,共 82 分.)

17.(5 分) 计算: $2(m-1)^2 - (2m+3)(2m-3)$.

18.(5 分) 解不等式组: $\begin{cases} x - 1 < 2 \\ x + 2 < 6 \end{cases}$ 将解集在数轴上表示出来,并写出 x 的非负整数解.

19. (6分) 先化简再求值: _____, 其中 _____.

20. (6分) 为了有效的进行疫情防控, 某小区安排了 A 、 B 、 C 三个核酸采样点.

- (1) 居民甲在 A 采样点进行核酸采样概率是 _____;
- (2) 求居民甲、乙两人在同一个采样点进行核酸采样的概率.

21. (6分) 如图, 菱形 _____, _____, _____ 分别是 _____, _____ 上的点, _____, _____, _____, 求 _____ 的度数.

22. (8分) 某市共有一中、二中、三中等 3 所高中, 有一天所有高二学生参加了一次数学测试, 阅卷后老师们对第 10 题进行了分析, 把每个学生的解答情况归结为下列四类情况之一: A (概念错误), B (计算错误), C (基本正确), D (完全正确). 各校出现这四类情况的人数占本校高二学生数的百分比见下面的条形统计图:

已知一中高二学生有 400 名, 这三所学校之间高二学生人数的比例见扇形统计图.

- (1) 求全市高二学生总数;

- (2) 求全市解答完全正确的高二学生数占高二学生总数的百分比；
- (3) 请你对三中高二数学老师提一个值得关注的教学建议，并说明理由。

23.(8分)如图,已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 与直线 $y = kx + m$ 相交于 A, B 两点, $AC \perp x$ 轴,垂足为 C , 直线 BC 与 x 轴交于点 D . 若 $\triangle ABC$ 的面积为 1, $\frac{CD}{OD} = \frac{1}{2}$.

- (1)求 k 的值;
- (2)若点 B 的纵坐标为 $-\frac{b^2}{a}$, 求该直线的函数表达式;
- (3)在(2)条件下, 直接写出当 x 为何值时 $\triangle ABC$ 是等腰三角形?

24.(8分)如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, AC 是 $\odot O$ 的直径, $BD \perp AC$, 垂足为 E , $AE = EC$.

- (1)求证: BD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2)若 $AE = 3$, $BE = 4$, 求 BD 和 BC 的长.

25. (10分) 某商品现在的售价为每件 50 元, 每星期可卖出 200 件, 市场调查反映: 如调整价格, 每涨价 1 元, 每星期要少卖出 5 件; 每降价 1 元, 每星期可多卖出 25 件.

(1) 设该商品每件定价为 x 元, 每星期可卖出 y 件, 分别求出当 _____ 和 _____ 时, y 与 x 的函数关系式;

(2) 若该商品的进价为每件 30 元, 如何定价才能使得每星期的利润最大? 请说明理由.

26. (10分) 在平面直角坐标系中, 抛物线 _____ 与 x 轴交于 A, B 两点 (A 在 B 的右侧), 与 y 轴交于点 C .

(1) 求直线 CA 的解析式;

(2) 如图, 直线 _____ 与抛物线在第一象限交于点 D , 交 CA 于点 E , 交 x 轴于点 F , _____ 于点 G , 若 E 为 GA 的中点, 求 m 的值.

(3) 直线 _____ 与抛物线交于 _____, _____ 两点, 其中 _____ . 若 _____ 且 _____, 结合函数图象, 探究 n 的取值范围.

27. (10分) 【理解概念】

定义: 如果三角形有两个内角的差为 _____, 那么这样的三角形叫做“准直角三角形”.

(1) 已知 $\triangle ABC$ 是“准直角三角形”, 且 _____ .

①若 _____, 则 _____ ;

②若 $\angle A = 90^\circ$ ，则 $\angle C =$ _____ ；

【巩固新知】

(2)如图①，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，点 D 在 AB 边上，若 $\triangle ACD$ 是“准直角三角形”，求 AD 的长；

【解决问题】

(3)如图②，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，且 $AD = DC$ ，若 $\triangle ABC$ 是“准直角三角形”，求 $\triangle ABC$ 的面积．

参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、B

【解析】解： $\because (\pm 2)^2=4$ ， $\therefore 4$ 的平方根是 ± 2 ．

故选：B．

2、D

【解析】解： $\because 10000=10^4$ ， $\therefore 10000$ 的平方根是 ± 100 米，

故选：D．

3、D

【解析】A. $\because 10000=10^4$ ， $\therefore 10000$ 的平方根是 ± 100 ，故 A 选项错误；

B. $\because 10000=10^4$ ， $\therefore 10000$ 的平方根是 ± 100 ，故 B 选项错误；

C. $\because 10000=10^4$ ， $\therefore 10000$ 的平方根是 ± 100 ，故 C 选项错误；

D. $\because 10000=10^4$ ， $\therefore 10000$ 的平方根是 ± 100 ，正确，

故选 D．

4、B

【解析】由表可知，11 件的次数最多，所以众数为 11 件，

故选 B．

5、C

【解析】解：如图所示：

∵ $\angle 1 = 84^\circ$ ，

∴ $\angle 2 = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$ ，

∵ $\angle 3 = 24^\circ$ ，

∴ $\angle 4 = 180^\circ - 24^\circ = 156^\circ$ ，

∵ $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ， $\therefore \angle 4 = 66^\circ$ ，

∴ $\angle 2 = \angle 4 = 66^\circ$ ；

∴ $\angle 2 = \angle 4 = 66^\circ$ ；

故选 C．

6、C

【解析】解：∵ $\angle A = 90^\circ$ ，∴ $\triangle ABC$ 是直角三角形，即 $AB \perp AC$ ，
 ∴ $\triangle ABC$ 是直角三角形，∴ $\angle C = 90^\circ$ ，
 ∴ $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，如图所示，

∴ 四边形 $OEAF$ 是正方形， AO 是 $\angle A$ 的角平分线，且 $OE = OF$ ，
 $\therefore \angle AOE = \angle AOF = 45^\circ$ ，
 在 $\triangle AOE$ 中， $\angle AOE = 45^\circ$ ， $\angle AEO = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle OAE = 45^\circ$ ，∴ $OE = AE$ ，
 \therefore 小鸟落在花上的概率为 $\frac{1}{4}$ ，

故选：C.

7、C

【解析】解：设芦苇长 x 尺，由题意得：

$$(x-1)^2 + 52 = x^2,$$

$$\text{即 } x^2 - 52 = (x-1)^2$$

故选：C.

8、C

【解析】过点 A 作 $AE \perp y$ 轴，交 y 轴于点 E ，过点 B 作 $BF \perp x$ 轴，交 x 轴于点 F ，延长 BF ，交 AC 于点 G ，

∴ 四边形 $ACBD$ 为矩形，

∵ 点 $A(x_1, y_1)$ ，点 $B(x_2, y_2)$ 在双曲线 $xy = k$ 上，

∴ $x_1 y_1 = k$ ， $x_2 y_2 = k$ ，

矩形 $ACBD$ 面积

$S_{ACBD} = |x_2 - x_1| \cdot |y_2 - y_1| = |x_2 - x_1| \cdot \left| \frac{k}{x_2} - \frac{k}{x_1} \right| = k \left| \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \right|$ ，

∴ $S_{ACBD} = k \left| \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \right| = k \left| \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \right|$ ，

设 $x_1 = m$ ，则 $x_2 = \frac{k}{m}$ ，

∴ $S_{ACBD} = k \left| \frac{\frac{k}{m} - m}{m \cdot \frac{k}{m}} \right| = k \left| \frac{\frac{k}{m} - m}{k} \right| = \left| \frac{k}{m} - m \right|$ ，或 $\left| m - \frac{k}{m} \right|$ ，

∴ $S_{ACBD} = \left| \frac{k}{m} - m \right|$ ，∴ $S_{ACBD} = \left| \frac{k}{m} - m \right|$ 不符合题意，

经检验， $\frac{k}{m} - m$ 是原方程的解，∴ $S_{ACBD} = \left| \frac{k}{m} - m \right|$ ，

根据题意，得 $S_{ACBD} = \left| \frac{k}{m} - m \right| = 2$ ，

∴ $\left| \frac{k}{m} - m \right| = 2$ ，∴ $\frac{k}{m} - m = 2$ 或 $\frac{k}{m} - m = -2$ ，

故选：C.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.）

9、

【解析】根据题意得，

解①得， $x = 1$ ；

解②得， $x = 2$ ；

∴

所以， α 的取值范围是 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ，

故答案为：

10、

【解析】解：∵ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ，

∴ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ，

∴ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ，

故答案为：1。

11、1

【解析】解：∵ $x = 1$ 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 的一个根，

∴ $1^2 - 2 \times 1 + m = 0$ ，

整理得， $m = 1$ ，

故答案为：1。

12、9cm

【解析】解：设母线长为 l ，则 $2\pi \times 3 = 2\pi \times l$ ，

解得： $l = 9$ cm。

故答案为：9 cm。

13、

【解析】解：连接 BD ， AD ，

在正五边形 $ABCDE$ 中， $AB = BC = CD = AE = DE$ ， $\angle BCD = \angle E$ ， $\angle ABC = \angle AED = 108^\circ$ ，

∴ $\angle CBD = \angle AED = 36^\circ$ ，

在 $\triangle BCD$ 与 $\triangle AED$ 中， $\begin{cases} BC = AE \\ \angle CBD = \angle AED \\ CD = DE \end{cases}$ ，

∴ $\triangle BCD \cong \triangle AED$ (SAS)，∴ $BD = AD$ ，

∵ M 是 AB 的中点，∴ $BM = AM$ ，∴ $DM \perp AB$ ，∴ $\angle AMN = 90^\circ$ ，

∴ $\angle CND = \angle ANM = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ ，

故答案为：54°。

14、

【解析】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $AB \parallel CD$ ，
∴ $\angle FAB = \angle FCE$ ， $\angle FBA = \angle FEC$ ，∴ $\triangle FAB \sim \triangle FCE$ ，

又∵ $AF = CF$ ，∴ $BF = EF$ ，

又∵ $FG \perp BC$ ， $AB \perp BC$ ，∴ $FG \parallel AB$ ，∴ $\triangle FGC \sim \triangle ABC$ ，∴ $\frac{FG}{AB} = \frac{FC}{AC}$ ，

∴ $FG = \frac{1}{2} AB$ ，∴ $BF = EF = \frac{1}{2} AB$ ，即 $BF = EF$ ，

故答案为： $\frac{1}{2} AB$ 。

15、5

【解析】解：过点 A 作 $AE \perp BC$ 轴，设点 A 的坐标为 (a, b) ，

∵ $AE \perp BC$ ，∴ $AE \parallel y$ 轴，∴ $AE = b$ ，
∵ $AE \perp BC$ ，∴ $AE \perp AC$ ，∴ $\triangle AEC \sim \triangle ABC$ ，
∴ $\frac{AE}{AC} = \frac{AC}{AB}$ ，∴ $AC = \frac{AE \cdot AB}{AC} = \frac{b \cdot 4}{b} = 4$ ，

∴ $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4^2 - 4^2} = 0$ ，

∴ $BC = 4$ ，∴ BC 的面积为 $\frac{1}{2} \times 4 \times b = 2b$ ，即 $2b = 10$ ，∴ $b = 5$ 。

故答案为： 5 。

16、

【解析】解：设 PQ 与 AC 交点为 O ，

∵ $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ， $AC = 4$ ，∴ $BC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ，

∵ 四边形 $APCQ$ 是平行四边形，∴ $PO = QO$ ， $CO = AO$ ，

∴ PQ 最短也就是 PO 最短，∴ 过 O 作 BC 的垂线 OH ，

∴ $OH \perp BC$ ，∴ $\triangle CAB \sim \triangle OAH$ ，∴ $\frac{OH}{AB} = \frac{AO}{BC}$ ，∴ $OH = \frac{AO \cdot AB}{BC} = \frac{2 \cdot 2}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ，

\therefore $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$, \therefore $2 < 2m < 3$, \therefore 则 PQ 的最小值为 $2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$,

故答案为: $\frac{3}{2}$.

三、解答题(本大题共 11 小题,共 82 分.)

17、 $-2m^2 - 4m + 11$

【解析】解:原式 $= 2(m^2 - 2m + 1) - [(2m)^2 - 3^2]$
 $= 2m^2 - 4m + 2 - (4m^2 - 9)$
 $= 2m^2 - 4m + 2 - 4m^2 + 9$
 $= -2m^2 - 4m + 11.$

18、 $x^2 - 2x - 3 < 0$, 的非负整数解为 0, 1, 2, 数轴见解析

【解析】

解:

解不等式①得:

解不等式②得:

在数轴上表示不等式的解集,如图,

\therefore 不等式组的解集为: $-1 < x < 3$,

\therefore 的非负整数解为 0, 1, 2.

19、

【解析】解:

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4},$$

当时，原式 $\frac{1}{2}$ 。

20、(1)

(2)居民甲、乙两人在同一个采样点进行核酸采样的概率为

【解析】(1)解：居民甲在A采样点进行核酸采样概率是 $\frac{1}{4}$ ，
故答案为： $\frac{1}{4}$ ；

(2)解：画树状图如图：

共有9个等可能的结果，居民甲、乙两人在同一个采样点进行核酸采样的结果有3种，
所以居民甲、乙两人在同一个采样点进行核酸采样的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 。

21、

【解析】连接 AC ，

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形， $\therefore AB=BC$ 为等边三角形，
 $\therefore \angle ABC=60^\circ$ ， $\therefore \angle BAC=60^\circ$ ，
 $\therefore \angle CAD=60^\circ$ ， $\therefore \angle BAC=\angle CAD$ ，
 $\therefore \angle BAC=\angle CAD=60^\circ$ ， $\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形， $\therefore \angle ABC=60^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAC=60^\circ$ ，且 $AB=BC$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形。

22、(1) 1200 人；(2) 40.5% (3) 建议三中高二数学老师要加强学生的概念教学，及关注学生的概念学习，三中学生的概念出错占 12%，占的比率较高；

【解析】解：(1) $400 \div \frac{1}{3} = 1200$ 人

答：全市高二学生总数为 1200 人；

(2) 解：∵二中的人数为： $1200 \times \frac{1}{3} = 450$ 人，三中学生人数为： $1200 - 400 - 450 = 350$ 人.

∴全县解答完全正确的高二学生人数为： $400 \times 32\% + 450 \times 36\% + 350 \times 56\% = 486$ 人

全市解答完全正确的高二学生数占高二学生总数的百分比： $486 \div 1200 = 40.5\%$ ；

(3) 建议三中高二数学老师要加强学生的概念教学，及关注学生的概念学习，三中学生概念出错占 12%，占的比率较高.

23、(1) $-\frac{1}{2}$ ；(2)直线的函数表达式为

(3)当 $x < -1$ 或 $x > 1$ 时，

【解析】(1) 解：∵ $A(-1, 0)$ ， $B(1, 0)$ ，∴ $AB = 2$ ；

(2) ∵ $\triangle ABC$ 的面积为 1， $\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times h = 1$ ， $\therefore h = 1$ ， $\therefore C(0, 1)$ 或 $C(0, -1)$ ， \therefore 直线 AC 的函数表达式为 $y = x + 1$ 或 $y = x - 1$ ，
把 $x = 1$ 代入 $y = x + 1$ 得， $y = 2$ ， $\therefore A(1, 2)$ ， \therefore 直线 AB 的函数表达式为 $y = -x + 2$ ，

∵直线 AB 过 $A、B$ 两点， \therefore 直线 AB 的函数表达式为 $y = -x + 2$ ，解得 $x = 1$ ，

∴直线的函数表达式为 $y = -x + 2$ ；

(3) 解：观察图象，当 $x < -1$ 或 $x > 1$ 时， $y > 0$ 。

24、(1)见解析；(2) $\frac{1}{2}$ ，

【解析】(1) 连接 OC 。

∵ $OC \perp AB$ ， $\therefore \angle OCA = \angle OCB = 90^\circ$ 。

∵ OC 平分 $\angle ACB$ ， $\therefore \angle OCA = \angle OCB = 45^\circ$ ， $\therefore \angle OCA = \angle OCB = 45^\circ$ 。

∵ $OC \perp AB$ ， $\therefore \angle OCA = \angle OCB = 45^\circ$ 。

∵ OC 是 $\odot O$ 的半径， $\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线。

(2) ∵ AB 是 $\odot O$ 的直径， $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ 。

∵ $OC \perp AB$ ， $\therefore \angle OCA = \angle OCB = 45^\circ$ ， $\therefore \angle OCA = \angle OCB = 45^\circ$ 。

∵ $OC \perp AB$ ， $\therefore \angle OCA = \angle OCB = 45^\circ$ ， $\therefore \angle OCA = \angle OCB = 45^\circ$ 。

∵ $OC \perp AB$ ， $\therefore \angle OCA = \angle OCB = 45^\circ$ 。

\therefore $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ， \therefore $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ， \therefore $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ 。
连接 AC ，

\therefore $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ，
 \therefore $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ 。

25、(1) 44 元；(2)44元，理由见解析

【解析】(1)解：当 $x = 44$ 时， $W = 44 \times (100 - 44) = 2464$ ；
当 $x = 44$ 时， $W = 44 \times (100 - 44) = 2464$ ；

(2)设该商品每件定价为 x 元，每星期的利润为 W 元。

当 $x = 44$ 时， $W = 44 \times (100 - 44) = 2464$ ；

\therefore 当 $x = 44$ 时， $W = 44 \times (100 - 44) = 2464$ 。

当 $x = 44$ 时， $W = 44 \times (100 - 44) = 2464$ ；

\therefore 当 $x = 44$ 时， $W = 44 \times (100 - 44) = 2464$ ；

当 $x = 44$ 时， $W = 44 \times (100 - 44) = 2464$ 。

\therefore $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ，

\therefore 该商品每件定价为 44 元时，每星期的利润最大。

26、(1) 44 元；(2) 44 元；(3) 44 元 或 44 元。

【解析】解：(1)在 $W = -\frac{1}{2}(x - 44)^2 + 2464$ 中，

令 $W = 2464$ ，

令 $W = 2464$ 或 $W = 2464$ ，

\therefore $x = 44$ ， $x = 44$ ， $x = 44$ ，

设直线 CA 的解析式为 $y = kx + b$ ，则 $\begin{cases} 44k + b = 2464 \\ 100k + b = 0 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 50 \end{cases}$ ，

\therefore 直线 CA 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 50$ ；

(2) ∵ 直线 $x=m$ 与抛物线在第一象限交于点 D , 交 CA 于点 E , 交 x 轴于点 F ,

∴ $CF = m$, 且 $CE = \sqrt{2}m$, ∴ $CE = \sqrt{2}CF$,

∴ $\angle CEF = 45^\circ$, ∴ $\angle EDF = 45^\circ$,

∴ $\angle EDF = \angle DFE$, ∴ $DE = DF$, ∴ $\triangle DEF$ 是等腰直角三角形,

∴ $\angle DFE = 45^\circ$, ∴ $\angle DFC = 135^\circ$, ∴ $\triangle DFC$ 是等腰直角三角形,

∴ $CF = DF = m$,

∵ E 为 GA 的中点, ∴ $GE = EA = m$, ∴ $GA = 2m$,

解得 $m = 2$ 或 $m = 4$,

∵ $m = 2$ 时, D 与 A 重合, 舍去, ∴ $m = 4$;

(3) 由 $\triangle DFC$ 是等腰直角三角形得: $CF = DF$ 或 $CF = \sqrt{2}DF$,

①若 $CF = DF$, 即 $m = m$,

∴ $m = 2$ 且 $m = 4$,

∴ $m = 2$ 或 $m = 4$, 且 $m = 4$,

解得 $m = 4$;

②若 $CF = \sqrt{2}DF$, 即 $m = \sqrt{2}m$,

可得: $m = 0$ 且 $m = 4$,

解得 $m = 4$.

综上所述, n 的取值范围是 $n = 4$ 或 $n = 8$.

27、(1)①15; ②10 或 25; (2) $n = 10$ 或 $n = 25$; (3) $n = 10$ 的面积为 48 或 24

【解析】(1) ①当 $n = 15$ 时, 则 $AC = 15$, $BC = 15$,

\therefore $AD = 15$ (不合题意舍去),

当 $AD = 10$ 时, 则 $AD = 10$,

$\therefore \angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle C = 90^\circ$,

综上所述: $AD = 10$ 或 15 ,

故答案为: 15;

②当 $AD = 10$ 时, 则 $AD = 10$, $\therefore \angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle C = 90^\circ$,

当 $AD = 15$ 时, 则 $AD = 15$, $\therefore \angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle C = 90^\circ$,

综上所述: $AD = 10$ 或 15 ,

故答案为: 10 或 25;

(2) 当 $AD = 10$ 时, 如图①, 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于 H ,

在 $\triangle ADH$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle ADH = 30^\circ$, $\therefore AH = \frac{1}{2}AD = 5$, $\therefore DH = \frac{\sqrt{3}}{2}AD = 5\sqrt{3}$,

$\therefore \angle C = 90^\circ$, $\therefore \angle DCH = 30^\circ$, $\therefore CH = \frac{1}{2}CD = 5$, $\therefore DH = 5\sqrt{3}$,

又 $\because \angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle C = 90^\circ$,

当 $AD = 15$ 时,

$\therefore \angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle C = 90^\circ$,

又 $\because \angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle B = 30^\circ$,

综上所述: $AD = 10$ 或 15 ;

(3) 如图②, 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于 F , $\therefore \angle CEF = 90^\circ$, 交 AB 的延长线于 E ,

设 $AD = x$ ， $BD = y$ ， $CD = z$ ， $AD + BD + CD = 12$ ，
 $\therefore x + y + z = 12$ ， $\therefore z = 12 - x - y$ ，
 又： $\triangle ABC$ 的面积为 $S = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$ ，
 又： $S = \frac{1}{2} \times x \times 4 + \frac{1}{2} \times y \times 4 + \frac{1}{2} \times z \times 4$ ，
 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 中，
 $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$ ， $\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{CD}$ ，

当 $x = 4$ 时，

又： $\frac{4}{4} = \frac{4}{z}$ ， $\therefore z = 4$ ，

由 (2) 可知： $y = 4$ ，

设 $AD = x$ ，则 $BD = 12 - x$ ， $\therefore \frac{x}{12 - x} = \frac{4}{4}$ ， $\therefore x = 6$ ，

当 $x = 6$ 时，

又： $\frac{6}{12 - 6} = \frac{4}{z}$ ， $\therefore z = 4$ ，

又： $\frac{6}{4} = \frac{4}{z}$ ， $\therefore z = \frac{8}{3}$ ， $\therefore x = 6$ ，

$\therefore \frac{6}{4} = \frac{4}{z}$ ，

综上所述： $\triangle ABC$ 的面积为 48 或 24.