

九年级上册数学第1章一元二次方程测试卷

姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____

一、选择题（每小题3分，共18分）

1.一元二次方程 $2x^2 - 3x + 1 = 0$ 化为 $(x+a)^2 = b$ 的形式，正确的是（ ）

- A. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 16$ B. $2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ C. $\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ D. 以上都不对

2.若一元二次方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的解为 a, b ，则一次函数 $y = (a+b)x - ab$ 的图象不经过的象限是（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3.若关于 x 的方程 $ax^2 + 4x + 1 = 0$ 有实数根，则 a 的取值范围是（ ）

- A. $a \leq 4$ B. $a < 4$ C. $a \leq 4$ 且 $a \neq 0$ D. $a < 4$ 且 $a \neq 0$

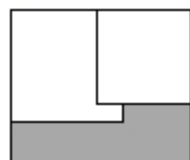
4.已知 a, b 是方程 $x^2 - x - 3 = 0$ 的两个实数根，则 $a^2 + b + 2022$ 的值是（ ）

- A. 2026 B. 2024 C. 2023 D. 2022

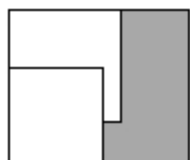
5.设 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x + n = mx$ 的两个实数根. 若 $x_1 < x_2 < 0$ ，则（ ）

- A. $\begin{cases} m > 1, \\ n > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m > 1, \\ n < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < 1, \\ n > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < 1, \\ n < 0 \end{cases}$

6.一个矩形内放入两个边长分别为 6cm 和 8cm 的小正方形纸片，按照图①放置，矩形纸片没有被两个正方形纸片覆盖的部分（黑色阴影部分）的面积为 32cm^2 ，按照图②放置，矩形纸片没有被两个正方形纸片覆盖的部分的面积为 44cm^2 ，若把两张正方形纸片按图③放置时，矩形纸片没有被两个正方形纸片覆盖的部分的面积为（ ）



①



②



③

- A. 24cm^2 B. 28cm^2 C. 48cm^2 D. 76cm^2

二、填空题（每小题2分，共20分）

7.一元二次方程 $(2x+3)(x-1)=1$ 的解为_____.

8.已知 a, b 为一元二次方程 $x^2 + 2x - 2022 = 0$ 的两根，那么 $a^2 + a - b$ 的值是_____.

9.写出一个一元二次方程，使它的两根之和是4，并且两根之积是2，这个一元二次方程是_____.

10.若函数 $y_1 = -x + 6$ 与 $y_2 = \frac{k}{x}$ (k 为常数，且 $k \neq 0$) 的图像没有交点，则 k 的值可以为_____（写出一

个满足条件的 k 的值)。

11. 如图, 在一块长 22m, 宽为 14m 的矩形空地内修建三条宽度相等的小路, 其余部分种植花草. 若花草的种植面积为 240m^2 , 则小路宽为_____m.



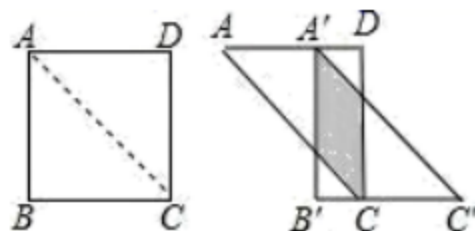
12. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 为常数, 且 $a \neq 0$), 此方程的解为 $x_1 = 2, x_2 = 3$. 则关于 x 的一元二次方程 $9ax^2 - 3bx + c = 0$ 的解为_____.

13. 已知关于 x 的方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 的两根为 $x_1 = 1, x_2 = 2$, 则方程 $a(x+1)^2 + b(x+1) + 1 = 0$ 的两根之和为_____.

14. 已知实数 a, b 满足 $a - b^2 = 4$, 则代数式 $a^2 - 3b^2 + a - 14$ 的最小值是_____.

15. 小明到商场购买某个牌子的铅笔 x 支, 用了 y 元 (y 为整数). 后来他又去商场时, 发现这种牌子的铅笔降价 20%, 于是他比上一次多买了 10 支铅笔, 用了 4 元钱, 那么小明两次共买了铅笔_____支.

16. 如图, 将边长为 12 的正方形 $ABCD$ 沿其对角线 AC 剪开, 再把 $\triangle ABC$ 沿着 AD 方向平移, 得到 $\triangle A'B'C'$. 当两个三角形重叠部分的面积为 32 时, 它移动的距离 AA' 等于_____.



三、解答题 (共 62 分)

17. (6 分) 解下列方程:

(1) $x^2 + 2x - 9999 = 0$;

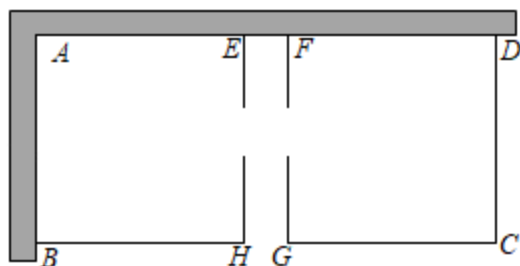
(2) $3x^2 - 6x - 1 = 0$

18. (8 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4kx + 3k^2 = 0$.

(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

(2)若此方程的两个实数根 x_1, x_2 ，满足 $x_1 - x_2 = 3$ ，求 k 的值．

19. (8 分) 某农场要建一个饲养场(矩形 $ABCD$)，两面靠墙(AD 位置的墙最大可用长度为 27 米， AB 位置的墙最大可用长度为 15 米)，另两边用木栏围成，中间也用木栏隔开，分成两个场地及一处通道，并在如图所示的三处各留 1 米宽的门(不用木栏)．建成后木栏总长 45 米．



(1)若饲养场(矩形 $ABCD$) 的一边 CD 长为 8 米，则另一边 $BC =$ _____ 米；

(2)若饲养场(矩形 $ABCD$) 的面积为 180 平方米，求边 CD 的长；

(3)饲养场的面积能达到 210 平方米吗？若能达到，求出边 CD 的长；若不能达到，请说明理由．

20. (10 分) 阅读下面例题的解题过程，体会、理解其方法，并借鉴该例题的解法解方程．

例：解方程： $x^2 - |x| - 2 = 0$

解：当 $x \geq 0$ 时，原方程化为 $x^2 - x - 2 = 0$ 解得： $x_1 = 2, x_2 = -1$

$\because x \geq 0$ ，故 $x = -1$ 舍去， $\therefore x = 2$ 是原方程的解；

当 $x < 0$ 时，原方程化为 $x^2 + x - 2 = 0$ 解得： $x_1 = -2, x_2 = 1$

$\because x < 0$ ，故 $x = 1$ 舍去， $\therefore x = -2$ 是原方程的解；

综上所述，原方程的解为 $x_1 = 2, x_2 = -2$

解方程 $x^2 + 2|x + 2| - 4 = 0$

21. (10分) 在水果销售旺季, 某水果店购进一优质水果, 进价为 20 元/千克, 售价不低于 20 元/千克, 且不超过 32 元/千克, 根据销售情况, 发现该水果一天的销售量 y (千克) 与该天的售价 x (元/千克) 满足如表所示的一次函数关系.

售价 x (元/千克)	...	22.6	24	25.2	26	...
销售量 y (千克)	...	34.8	32	29.6	28	...

- (1) 某天这种水果的售价为 23.5 元/千克, 求当天该水果的销售量;
 (2) 如果某天销售这种水果获利 150 元, 那么该天水果的售价为多少元/千克?

22. (10分) 已知关于 x 的方程 $(m - \sqrt{3})x^{m^2-1} - x = 3$, 试问:

- (1) m 为何值时, 该方程是关于 x 的一元一次方程?
 (2) m 为何值时, 该方程是关于 x 的一元二次方程?

23. (10分) 阅读理解:

材料 1. 若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的两根为 x_1, x_2 , 则 $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

材料 2. 已知实数 m, n 满足 $m^2-m-1=0$, $n^2-n-1=0$, 且 $m \neq n$, 求 $\frac{n}{m} + \frac{m}{n}$ 的值.

解: 由题知 m, n 是方程 $x^2-x-1=0$ 的两个不相等的实数根,

根据材料 1 得 $m+n=1$, $mn=-1$,

$$\therefore \frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2+n^2}{mn} = \frac{(m+n)^2 - 2mn}{mn} = \frac{1+2}{-1} = -3.$$

解决问题:

- (1) 一元二次方程 $x^2-4x-3=0$ 的两根为 x_1, x_2 , 则 $x_1+x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $x_1x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (2) 已知实数 m, n 满足 $2m^2-2m-1=0$, $2n^2-2n-1=0$, 且 $m \neq n$, 求 m^2n+mn^2 的值.
 (3) 已知实数 p, q 满足 $p^2=3p+2$, $2q^2=3q+1$, 且 $p \neq 2q$, 求 p^2+4q^2 的值.

参考答案

一、选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1、C

【解析】移项得 $2x^2-3x=-1$,

二次项系数化为 1 得 $x^2-\frac{3}{2}x=-\frac{1}{2}$,

配方得 $x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}=-\frac{1}{2}+\frac{9}{16}$,

即 $(x-\frac{3}{4})^2=\frac{1}{16}$,

故选：C.

2、C

【解析】解： $\because$ 方程 $x^2+2x-3=0$ 的两个实数根分别是 a 、 b ,

$\therefore a+b=-2$ 、 $ab=-3$, 则一次函数的解析式为 $y=-2x+3$,

$\therefore$ 该一次函数图象经过第一、二、四象限, 不经过第三象限,

故选：C.

3、A

【解析】解： $\because$ 关于 x 的方程 $ax^2+4x+1=0$ 有实数根,

$\therefore$ 当 $a=0$ 时, 方程化为 $4x+1=0$,

解得： $x=\frac{1}{4}$, 有根;

当 $a \neq 0$ 时, $\Delta=4^2-4a \geq 0$,

解得： $a \leq 4$;

综上所述, a 的取值范围是 $a \leq 4$.

故选：A

4、A

【解析】 $\because a, b$ 是方程 $x^2-x-3=0$ 的两个实数根,

$\therefore a+b=1, ab=-3$,

$\therefore a=1-b$, 代入 $ab=-3$ 得 $(1-b)b=-3$,

变形得 $b^2-b=3$ ①,

由 $a+b=1, ab=-3$ 得 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=a^2+b^2-6=1$,

移项得 $a^2+b^2=7$ ②,

将等式②减去等式①得： $a^2+b^2-(b^2-b)=7-3$,

化简得 $a^2 + b = 4$,

$$\therefore a^2 + b + 2022 = 4 + 2022 = 2026,$$

故选 A.

5、C

【解析】解： $\because x^2 + x + n = mx$, $\therefore x^2 + (1-m)x + n = 0$,

$\because x_1, x_2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x + n = mx$ 的两个实数根. $\therefore x_1 + x_2 = -(1-m) = m-1$, $x_1 x_2 = n$,

$\because x_1 < x_2 < 0$, $\therefore x_1 + x_2 < 0$, $x_1 x_2 > 0$, $\therefore m-1 < 0$, $n > 0$, $\therefore m < 1$, $n > 0$,

故选：C.

6、B

【解析】解：设矩形的长为 xcm ，宽为 $y cm$ ，

$$\text{依题意，得：} \begin{cases} xy = 64 + 6(x-8) + 32 \text{①} \\ xy = 64 + 6(y-8) + 44 \text{②} \end{cases},$$

$$(\text{②} - \text{①}) \div 6, \text{得：} y - x + 2 = 0,$$

$$\therefore x = y + 2 \text{③}.$$

$$\text{将③代入②，得：} y(y+2) = 64 + 6(y-8) + 44,$$

$$\text{整理，得：} y^2 - 4y - 60 = 0,$$

$$\text{解得：} y_1 = 10, y_2 = -6 \text{ (舍去)},$$

$$\therefore x = 12.$$

$\therefore$ 按图③放置时，矩形纸片没有被两个正方形纸片覆盖的部分的面积为

$$(x-8)(y-6) + (x-6)(y-8) = 4 \times 4 + 6 \times 2 = 28.$$

故选：B.

二、填空题（每小题 2 分，共 20 分）

$$7、x_1 = \frac{-1+\sqrt{33}}{4}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{33}}{4}$$

【解析】解： $(2x+3)(x-1)=1$ ，

化为一般形式得： $2x^2 + x - 4 = 0$ ，

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-4) = 33,$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{2 \times 2},$$

$$\therefore x_1 = \frac{-1+\sqrt{33}}{4}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{33}}{4}.$$

故答案为： $x_1 = \frac{-1+\sqrt{53}}{4}$ ， $x_2 = \frac{-1-\sqrt{53}}{4}$ 。

8、2024

【解析】 $\because a, b$ 为一元二次方程 $x^2+2x-2022=0$ 的两根，

$$\therefore a^2 + 2a - 2022 = 0, \quad a+b=-2,$$

$$\therefore a^2 + a = 2022 - a,$$

$$\therefore a^2 + a - b = 2022 - a - b = 2022 - (a+b) = 2022 - (-2) = 2024,$$

故答案为：2024

9、 $x^2-4x+2=0$

【解析】解：设此一元二次方程为 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ ，且 x_1, x_2 为一元二次方程的两个根，

$\therefore$ 它的两根之各是 4，两根之积是 2

$$\therefore x_1+x_2=-\frac{b}{a}=4, \quad x_1x_2=\frac{c}{a}=2,$$

$$\therefore b=-4a, \quad c=2a,$$

代入一元二次方程得： $ax^2-4ax+2a=0(a \neq 0)$ ，

$$\text{即 } x^2-4x+2=0,$$

故答案为： $x^2-4x+2=0$ 。

10、10(答案不唯一)

【解析】解：由联立方程 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 和一次函数 $y=-x+6$ ，

有 $\frac{k}{x}=-x+6$ ，即 $x^2-6x+k=0$ 。

$\therefore$ 要使两函数的图象没有交点，须使方程 $x^2-6x+k=0$ 无解。

$$\therefore \Delta = (-6)^2 - 4 \times k = 36 - 4k < 0,$$

解得 $k > 9$ 。

解也符合 $k \neq 0$ 的前提条件

$\therefore$ 当 $k > 9$ 时，两函数的图象没有交点。

$\therefore k$ 可以取 10，

故答案为：10。

11、2

【解析】解：设小路宽为 x m，则种植花草部分的面积等同于长 $(22-x)$ m，宽 $(14-x)$ m 的矩形的面积，

依题意得：(22-x)(14-x)=240，

整理得： $x^2-36x+68=0$ ，

解得： $x_1=2$ ， $x_2=34$ （不合题意，舍去）。

故答案为：2。

12、 $-\frac{2}{3}$ 或-1

【解析】解：∵一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为 $x_1=2$ ， $x_2=3$ ，

$$\therefore \begin{cases} 4a+2b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b=-5a \\ c=6a \end{cases},$$

∴一元二次方程 $9ax^2-3bx+c=0$ 可化为 $9ax^2+15ax+6a=0$ ，

∵ $a \neq 0$ ，

$$\therefore 9x^2+15x+6=0，$$

解得 $x_1=-\frac{2}{3}$ ， $x_2=-1$ 。

∴一元二次方程 $9ax^2-3bx+c=0$ 的解为 $-\frac{2}{3}$ 或 -1。

故答案为： $-\frac{2}{3}$ 或 -1。

13、1

【解析】设 $x+1=t$ ，方程 $a(x+1)^2+b(x+1)+1=0$ 的两根分别是 x_3 ， x_4 ，

$$\therefore at^2+bt+1=0，$$

由题意可知： $t_1=1$ ， $t_2=2$ ， $\therefore t_1+t_2=3$ ， $\therefore x_3+x_4+2=3$

故答案为 1

14、6

【解析】∵ $a-b^2=4$ ， $\therefore b^2=a-4$

将 $b^2=a-4$ 代入 a^2-3b^2+a-14 中

$$\text{得：} a^2-3b^2+a-14=a^2-3(a-4)+a-14=a^2-2a-2$$

$$a^2-2a-2=a^2-2a+1-3=(a-1)^2-3$$

$$\because b^2=a-4 \geq 0, \therefore a \geq 4$$

当 $a=4$ 时， $(a-1)^2-3$ 取得最小值为 6

∴ a^2-2a-2 的最小值为 6

$$\therefore a^2-3b^2+a-14=a^2-2a-2$$

$\therefore a^2-3b^2+a-14$ 的最小值 6

故答案为：6.

15、40 或 90

【解析】因 y 元买了 x 只铅笔，则每只铅笔 $\frac{y}{x}$ 元；降价 20% 后，每只铅笔的价格是 $(1-20\%) \frac{y}{x}$ 元，即 $\frac{4y}{5x}$ 元，依题意得： $\frac{4y}{5x} (x+10) = 4$ ，

$$\therefore y(x+10) = 5x. \therefore x = \frac{10y}{5-y},$$

$$\therefore 5-y > 0, \text{ 即 } y < 5;$$

又 $\because x, y$ 均是正整数， $\therefore y$ 只能取 3 和 4；

①当 $y=3$ 时， $x=15$ ，小明两次共买了铅笔： $15+15+10=40$ （支）

②当 $y=4$ 时， $x=40$ ，小明两次共买了铅笔： $40+(40+10)=90$ （支）

故答案为 40 或 90.

16、4 或 8

【解析】设 $AA'=x$ ， AC 与 AB' 相交于点 E ，

$\because \triangle ACD$ 是正方形 $ABCD$ 剪开得到的， $\therefore \triangle ACD$ 是等腰直角三角形， $\therefore \angle A = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle AA'E$ 是等腰直角三角形， $\therefore AE = AA' = x$ ， $A'D = AD - AA' = 12 - x$ ，

$\because$ 两个三角形重叠部分的面积为 32， $\therefore x(12-x) = 32$ ，整理得 $x^2 - 12x + 32 = 0$ ，解得 $x_1 = 4, x_2 = 8$ ，

即移动的距离 AA' 等 4 或 8.

三、解答题（共 62 分）

17、（1） $x_1 = 99, x_2 = -101$ ； （2） $x_1 = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}, x_2 = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$.

【解析】解：（1）方程整理得： $x^2 + 2x = 9999$ ，

配方得： $x^2 + 2x + 1 = 10000$ ，即 $(x+1)^2 = 10000$ ，

开方得： $x+1 = 100$ 或 $x+1 = -100$ ，

解得： $x_1 = 99, x_2 = -101$ ；

（2）这里 $a = 3, b = -6, c = -1$ ，

$$\therefore \Delta = 36 + 12 = 48,$$

$$\therefore x = \frac{6 \pm 4\sqrt{3}}{6} = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}, x_2 = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}.$$

$$18、(1)\text{见解析}; \quad (2)k = \pm \frac{3}{2}$$

$$\text{【解析】}(1)\text{解: } \because \Delta = b^2 - 4ac = (-4k)^2 - 4 \times 1 \cdot 3k^2 = 16k^2 - 12k^2 = 4k^2 \geq 0,$$

$\therefore$ 该方程总有两个实数根;

$$(2)\text{解: } \because \text{方程的两个实数根 } x_1, x_2,$$

$$\text{由根与系数关系可知, } x_1 + x_2 = 4k, x_1 \cdot x_2 = 3k^2,$$

$$\because x_1 - x_2 = 3, \therefore (x_1 - x_2)^2 = 9$$

$$\therefore (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9,$$

$$\text{即 } 16k^2 - 12k^2 = 4k^2 = 9,$$

$$\therefore k = \pm \frac{3}{2}.$$

$$19、(1)24; \quad (2)10 \text{ 米}; \quad (3)\text{不能, 见解析}$$

$$\text{【解析】}(1)\text{解: } BC = 45 - 8 - 2 \times (8 - 1) + 1 = 24 \text{ (米)}.$$

故答案为: 24.

$$(2)\text{设 } CD = x \text{ (} 0 < x \leq 15 \text{) 米,}$$

$$\text{则 } BC = 45 - x - 2(x - 1) + 1 = (48 - 3x) \text{ 米,}$$

$$\text{依题意得: } x(48 - 3x) = 180,$$

$$\text{整理得: } x^2 - 16x + 60 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = 6, x_2 = 10.$$

$$\text{当 } x = 6 \text{ 时, } 48 - 3x = 48 - 3 \times 6 = 30 \text{ (米),}$$

$30 > 27$, 不合题意, 舍去;

$$\text{当 } x = 10 \text{ 时, } 48 - 3x = 48 - 3 \times 10 = 18 \text{ (米), 符合题意.}$$

答: 边 CD 的长为 10 米.

(3)不能, 理由如下:

$$\text{设 } CD = y \text{ (} 0 < y \leq 15 \text{) 米,}$$

$$\text{则 } BC = 45 - y - 2(y - 1) + 1 = (48 - 3y) \text{ 米,}$$

$$\text{依题意得: } y(48 - 3y) = 210,$$

$$\text{整理得: } y^2 - 16y + 70 = 0.$$

$$\therefore \Delta = (-16)^2 - 4 \times 1 \times 70 = 256 - 280 = -24 < 0,$$

$\therefore$ 该方程没有实数根，

$\therefore$ 饲养场的面积不能达到 210 平方米.

$$20、x=0 \text{ 或 } x=-2$$

【解析】解：当 $x+2 \geq 0$ ，即 $x \geq -2$ 时，方程变形得： $x^2+2x=0$ ，即 $x(x+2)=0$ ，
解得： $x_1=0$ ， $x_2=-2$ ；

当 $x+2 < 0$ ，即 $x < -2$ 时，方程变形得： $x^2-2x-8=0$ ，即 $(x-4)(x+2)=0$ ，
解得： $x_1=4$ （不合题意，舍去）， $x_2=-2$ （不合题意，舍去），

综上，原方程的解为 $x=0$ 或 $x=-2$.

$$21、(1)\text{当天该水果的销售量为 } 33 \text{ 千克；} \quad (2)\text{该天水果的售价为 } 25 \text{ 元}$$

【解析】(1)解：设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$ ，

将 $(22.6, 34.8)$ 、 $(24, 32)$ 代入 $y=kx+b$ 得：

$$\begin{cases} 22.6k+b=34.8 \\ 24k+b=32 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k=-2 \\ b=80 \end{cases}, \therefore y=-2x+80,$$

$$\text{当 } x=23.5 \text{ 时，} y=-2 \times 23.5+80=33,$$

答：当天该水果的销售量为 33 千克；

$$(2)\text{根据题意得：} (x-20)(-2x+80)=150,$$

$$\text{解得：} x_1=35, x_2=25.$$

$$\therefore 20 \leq x \leq 32,$$

$$\therefore x=25.$$

答：该天水果的售价为 25 元.

$$22、(1)m=\pm\sqrt{2} \text{ 或 } \sqrt{3} \text{ 或 } \pm 1; (2)m=-\sqrt{3}$$

【解析】(1)解：由题意，得 $m^2-1=1$ ，

$$\text{解得 } m=\pm\sqrt{2},$$

当 $m=\pm\sqrt{2}$ 时，该方程是一元一次方程；

$$m-\sqrt{3}=0, \text{ 解得 } m=\sqrt{3},$$

当 $m=\sqrt{3}$ 时，该方程是一元一次方程；

$$m^2-1=0, \text{ 解得 } m=\pm 1,$$

$m=\pm 1$ 时，该方程是一元一次方程，

综上，当 $m = \pm\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{3}$ 或 ± 1 时，该方程是关于 x 的一元一次方程；

(2)解：由题意，得 $m^2 - 1 = 2$ 且 $m - \sqrt{3} \neq 0$ ，

解得 $m = -\sqrt{3}$ ，

当 $m = -\sqrt{3}$ 时，该方程是关于 x 的一元二次方程．

23、(1) 4, -3; (2) $-\frac{1}{2}$; (3) 13

【解析】(1) $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$, $x_1 x_2 = -\frac{1}{2}$;

故答案为 $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{2}$;

(2) $\because m, n$ 满足 $2m^2 - 2m - 1 = 0$, $2n^2 - 2n - 1 = 0$,

$\therefore m, n$ 可看作方程 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两实数解, $\therefore m + n = 1$, $mn = -\frac{1}{2}$,

$\therefore m^2 n + mn^2 = mn(m + n) = -\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{1}{2}$;

(3) 设 $t = 2q$, 代入 $2q^2 = 3q + 1$ 化简为 $t^2 = 3t + 2$,

则 p 与 t (即 $2q$) 为方程 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 的两实数解,

$\therefore p + 2q = 3$, $p \cdot 2q = -2$,

$\therefore p^2 + 4q^2 = (p + 2q)^2 - 2p \cdot 2q = 3^2 - 2 \times (-2) = 13$.