

九年级下学期数学期末测试卷

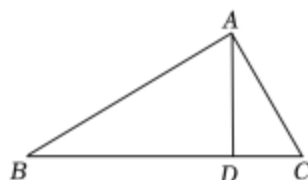
姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____

一、选择题（共8小题）

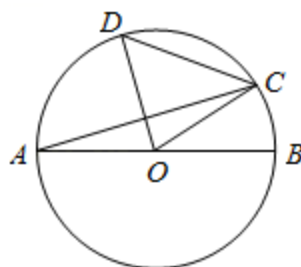
- 布袋中装有2个红球、3个白球、5个黑球，它们除颜色外均相同，则从袋中任意摸出一个球是白球的概率是（ ）
 A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{6}$
- 在一次青年歌手演唱比赛中，评分办法采用7位评委现场打分．已知7位评委给某位歌手的打分是：9.5、9.4、9.8、9.3、8.8、9.6、9.2．这组数据的中位数是（ ）
 A. 9.8 B. 9.3 C. 9.4 D. 9.2
- 下面四个选项中的一般三角形、等边三角形、正方形、矩形的各边分别等距向外扩张1个单位，那么扩张后的几何图形与原几何图形不一定相似的是（ ）



- 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AD\perp BC$ 于点 D ，下列结论正确的是（ ）
 A. $\sin C = \frac{CD}{AC}$ B. $\sin C = \frac{AD}{DC}$ C. $\sin C = \frac{AB}{BC}$ D. $\sin C = \frac{AD}{AB}$

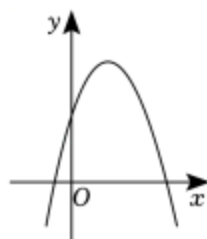


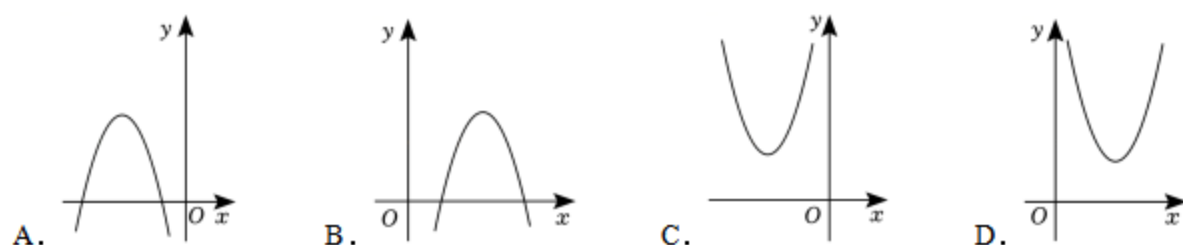
第4题图



第5题图

- 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 、 D 是 $\odot O$ 上的点， $OD\perp AC$ ，连接 DC ，若 $\angle COB=30^\circ$ ，则 $\angle ACD$ 的度数为（ ）
 A. 30° B. 37.5° C. 45° D. 60°
- 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，则函数 $y=a(x-b)^2+c$ 的图象可能是（ ）





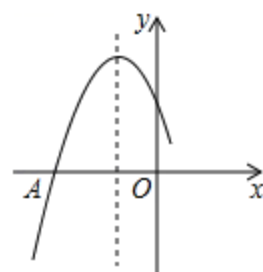
7. 若 m, n 是方程 $2x^2 - 4x - 7 = 0$ 的两个根, 则 $2m^2 - 3m + n$ 的值为 ()

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 5

8. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图象的一部分, 图象过点 $A(-5, 0)$, 对称轴为直线 $x = -2$, 给出四个结论:

- ① $abc > 0$; ② $4a - b = 0$; ③ 若点 $B(-3, y_1)$, $C(0, y_2)$ 为函数图象上的两点, 则 $y_1 < y_2$; ④ $a + b + c = 0$

其中, 正确结论的个数是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

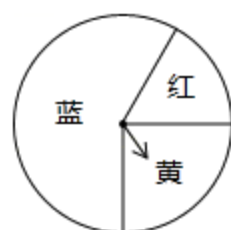
二、填空题 (共 8 小题)

9. 今年 3 月份某周, 我市每天的最高气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$): 12, 9, 10, 6, 11, 12, 17, 则这组数据的极差是 $\underline{\hspace{2cm}}$ $^{\circ}\text{C}$.

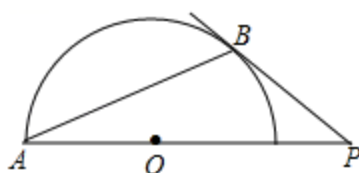
10. 关于 x 的方程 $(a-1)x^{a^2+1} + x - 3 = 0$ 是一元二次方程, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 若抛物线 $y = 4x^2$ 向下平移 1 个单位长度, 则所得的抛物线的解析式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

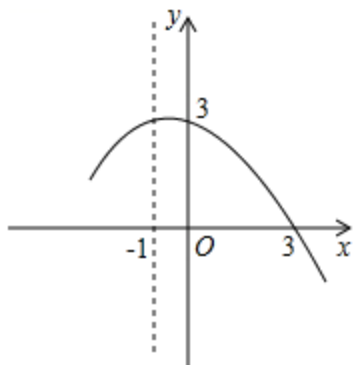
12. 如图所示的转盘中, 红、黄、蓝三色扇形的圆心角度数分别为 60° , 90° , 210° , 自由转动转盘, 当转盘停止后, 指针落在黄色区域的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



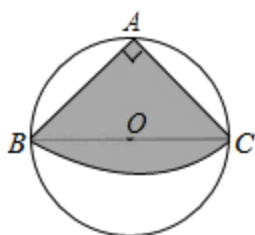
13. 如图, 点 A 为 $\odot O$ 上一点, 点 P 为 AO 延长线上一点, PB 切 $\odot O$ 于点 B , 连接 AB , 若 $\angle APB = 40^{\circ}$, 则 $\angle A$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



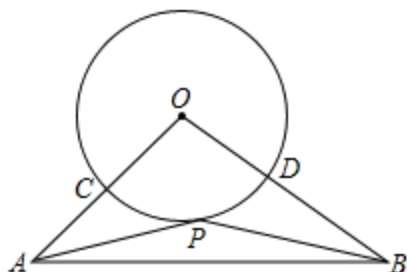
14. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象如图所示, 当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 _____.



15. 如图, 从一块圆形铁皮上剪出一个圆心角为 90° , 半径为 $2m$ 的扇形 BAC , 围成一个圆锥, 则圆锥的底面圆的半径是 _____ m .



16. 在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$, $OA = 8$, $OB = 10$, 以 O 为圆心, 4 为半径作圆 O , 交两边于点 C , D , P 为劣弧 CD 上一动点, 则 $\frac{1}{2}PA + PB$ 最小值为 _____.



三、解答题 (共 11 小题)

17. 解方程.

$$(1) (3x-2)^2 = (2x-3)^2$$

$$(2) 3x^2 + 1 = 2\sqrt{3}x$$

18. (1) 已知线段 $a=2$, $b=9$, 求线段 a , b 的比例中项.

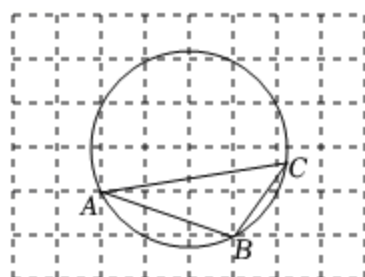
(2) 已知 $x:y=4:3$, 求 $\frac{y-x}{y}$ 的值.

19. 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过 $A(-1, 12)$ 、 $B(0, 5)$.

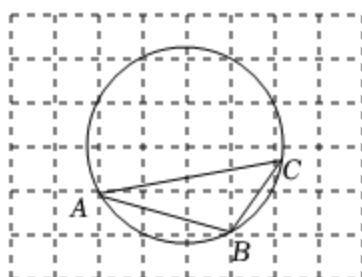
- (1) 求抛物线解析式；
- (2) 试判断该二次函数的图象是否经过点 $(2, 3)$.

20. 如图，在每个小正方形的边长为 1 的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A, B 均在格点上， $\angle BAC=27^\circ$ ，请仅用无刻度的直尺完成下面作图（保留作图痕迹，不写作法）.

- (1) 在图一中找出 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心 O ；
- (2) 在图二所示的网格中，画出一个点 P ，使其满足 $\angle BPC=36^\circ$ ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明）.



图一

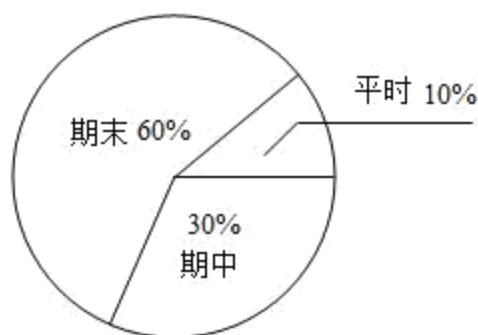


图二

21. 表格是小明一学期数学成绩的记录，根据表格提供的信息回答下面的问题.

考试类别	平时				期中考试	期末考试
	第一单元	第二单元	第三单元	第四单元		
成绩	88	92	90	86	90	96

- (1) 小明 6 次成绩的众数是 _____ 分；中位数是 _____ 分；
 - (2) 计算小明平时成绩的方差；
 - (3) 按照学校规定，本学期的综合成绩的权重如图所示，请你求出小明本学期的综合成绩，要写出解题过程.
- （注意：①平时成绩用四次成绩的平均数；②每次考试满分都是 100 分）.



22. 小明的爸妈购买车票，高铁售票系统随机分配座位，若系统已将两人分配到同一排。

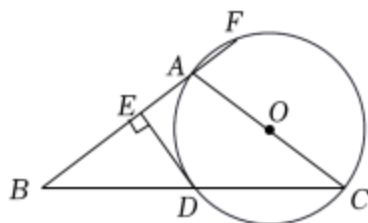
窗				过道			窗
---	--	--	--	----	--	--	---

- (1) 小明的爸爸购得 A 座票后，妈妈购得 B 座票的概率是 _____；
- (2) 求分给二人相邻座位（过道两侧座位 C 、 D 不算相邻）的概率。



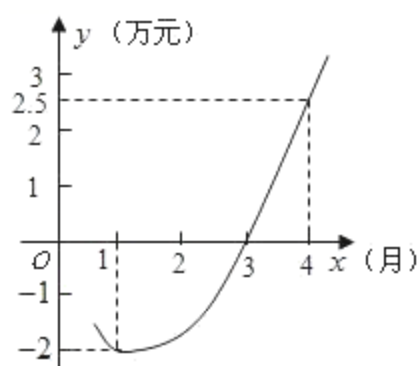
23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 AC 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D ，过点 D 作 $DE \perp AB$ ，垂足为点 E ，延长 BA 交 $\odot O$ 于点 F 。

- (1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线。
- (2) 若 $DE=2$ ， $AF=3$ ，直接写出 AE 的长。



24. 某电脑科技公司开发出一种半导体软件，从研发到年初上市后，经历了从亏损到盈利的过程，如图所示的二次函数图象（部分）刻画了该公司年初以来累计利润 y （万元）与销售时间 x （月）之间的函数关系，根据图象提供的信息解答下列问题：

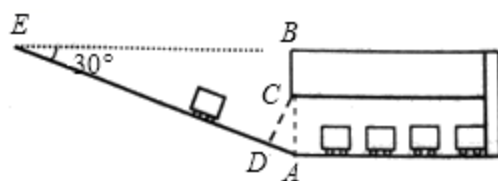
- (1) 求 y 与 x 之间的函数表达式；
- (2) 截止到几月末公司累计利润达到 30 万元？



25. 某校九年级数学兴趣小组为了测得该校地下停车场的限高 CD , 在课外活动时间测得下列数据: 如图, 从地面 E 点测得地下停车场的俯角为 30° , 斜坡 AE 的长为 16 米, 地面 B 点 (与 E 点在同一个水平线) 距停车场顶部 C 点 (A 、 C 、 B 在同一条直线上且与水平线垂直) 1.2 米.

(1) 试求该校地下停车场的高度 AC ;

(2) 求 CD 的高度, 一辆高为 6 米的车能否通过该地下停车场 ($\sqrt{3}=1.73$, 结果精确到 0.1 米).



26. 锐角 $\triangle ABC$ 中, $BC=4$, $S_{\triangle ABC}=6$, 两动点 M , N 分别在边 AB , AC 上滑动, 且 $MN \parallel BC$, 以 MN 为边向下作正方形 $MPQN$, 设其边长为 x , 正方形 $MPQN$ 与 $\triangle ABC$ 公共部分的面积为 y ($y>0$);

(1) $\triangle ABC$ 中边 BC 上高 $AD=$ _____;

(2) 当 PQ 恰好落在边 BC 上时, 求 x 的值 (如图 1);

(3) 当 PQ 在 $\triangle ABC$ 外部时 (如图 2), 求 y 关于 x 的函数关系式 (注明 x 的取值范围), 并求出 x 为何值时 y 最大, 最大值是多少?

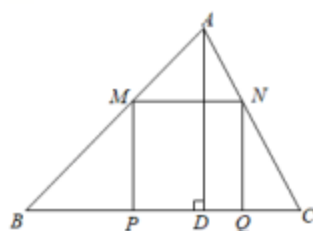


图1

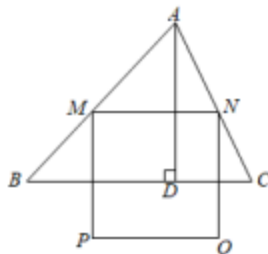


图2

27. 抛物线 $y=ax^2+c$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 顶点为 C , 点 P 为抛物线上一点, 且位于 x 轴下方.

(1) 如图 1, 若 $P(1, -3), B(4, 0)$.

①求该抛物线的解析式;

②若 D 是抛物线上一点, 满足 $\angle DPO = \angle POB$, 求点 D 的坐标;

(2) 如图 2, 已知直线 PA, PB 与 y 轴分别交于 E, F 两点, 当点 P 运动时, $\frac{\tan \angle PAB + \tan \angle PBA}{\tan \angle OAC}$

是否为定值? 若是, 试求出该定值; 若不是, 请说明理由.

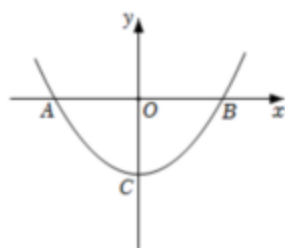


图1

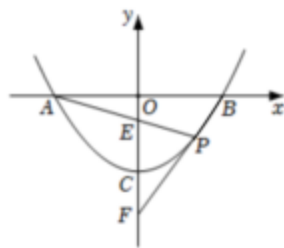


图2

参考答案

一、选择题（共8小题）

1. A

【分析】让白球的个数除以球的总数，即为从袋中任意摸出一个球是白球的概率．

【解答】解： $\because$ 布袋中装有2个红球，3个白球，5个黑球，共10个球，从袋中任意摸出一个球共有10种结果，其中出现白球的情况有3种可能，

$\therefore$ 是白球的概率是 $\frac{3}{10}$ ．

故选：A．

2. C

【分析】根据中位数的意义求解即可．

【解答】解：将这7位评委的评分从小到大排列后，处在中间位置的一个数是9.4，因此中位数是9.4，
故选：C．

3. D

【分析】根据相似图形的定义，结合图形，对选项一一分析，排除不符合要求答案．

【解答】解：A：形状相同，符合相似形的定义，对应角相等，所以三角形相似，故A选项不符合要求；
B：形状相同，符合相似形的定义，故B选项不符合要求；
C：形状相同，符合相似形的定义，故C选项不符合要求；
D：两个矩形，虽然四个角对应相等，但对应边不成比例，故D选项符合要求；
故选：D．

4. C

【分析】根据垂直定义可得 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中，利用锐角三角函数的定义即可判断A、B，再在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，利用锐角三角函数的定义即可判断C，最后利用同角的余角相等可得 $\angle C = \angle BAD$ ，从而在 $\text{Rt}\triangle BAD$ 中，利用锐角三角函数的定义即可求出 $\cos \angle BAD = \frac{AD}{AB}$ ，即可判断D．

【解答】解： $\because AD \perp BC$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\cos C = \frac{CD}{AC}$ ， $\tan C = \frac{AD}{CD}$ ，

故A、B不符合题意；

在 $\text{Rt}\triangle BAC$ 中， $\sin C = \frac{AB}{BC}$ ，

故C符合题意；

$$\because \angle B + \angle BAD = 90^\circ, \angle B + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle BAD,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BAD \text{ 中, } \cos \angle BAD = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore \cos C = \cos \angle BAD = \frac{AD}{AB},$$

故 D 不符合题意;

故选: C .

5. B

【分析】由圆周角定理知: $\angle CAB = \frac{1}{2} \angle COB = 15^\circ$, $\angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOD$, 所以根据直角三角形的性质求得 $\angle AOD$ 的度数即可.

【解答】解: 如图, 设 AC 与 OD 交于点 E ,

$$\because \widehat{BC} = \widehat{BC}, \angle COB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = \frac{1}{2} \angle COB = 15^\circ.$$

$$\because OD \perp AC,$$

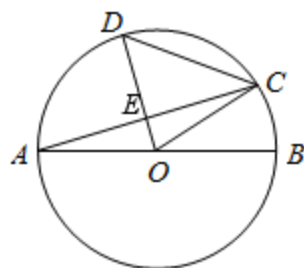
$$\therefore \angle AEO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ.$$

$$\because \widehat{AD} = \widehat{AD},$$

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOD = 37.5^\circ.$$

故选: B .



6. B

【分析】先根据 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象得到 a 、 b 、 c 的正负情况, 然后即可得到函数 $y = a(x - b)^2 + c$ 的图象的开口方向, 顶点坐标解顶点坐标所在的位置, 从而可以判断哪个选项中图象符合题意.

【解答】解: 由 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象可得,

$$a < 0, b > 0, c > 0,$$

$$\therefore \text{函数 } y = a(x - b)^2 + c,$$

∴该函数的图象开口向下，顶点坐标为 (b, c) ，且该函数图象的顶点在第一象限，

故选：B.

7. A

【分析】根据方程的解析式结合根与系数的关系，可得出 $m+n=2$ ， $mn=-\frac{7}{2}$ ，再将代数式 $2m^2-3m+n$ 变形为只含 $m+n$ 与 mn 的代数式，代入数值即可得出结论.

【解答】解：∵ m, n 是方程 $2x^2-4x-7=0$ 的两个根，

$$\therefore m+n=2, mn=-\frac{7}{2}.$$

$$\therefore 2m^2-3m+n=2m^2-4m+m+n=2m(m-2)+(m+n)=2m(m-m-n)+2=-2mn+2=-2\times(-\frac{7}{2})+2=9.$$

故选：A.

8. C

【分析】根据二次函数图象的性质即可判断.

【解答】解：由图象可知：开口向下，故 $a<0$ ，

抛物线与 y 轴交点在 x 轴上方，故 $c>0$ ，

$$\therefore \text{对称轴 } x=-\frac{b}{2a}<0,$$

$$\therefore b<0,$$

$$\therefore abc>0, \text{ 故①正确；}$$

$$\therefore \text{对称轴为 } x=-2,$$

$$\therefore -\frac{b}{2a}=-2,$$

$$\therefore b=4a,$$

$$\therefore 4a-b=0, \text{ 故②正确；}$$

当 $x<-2$ 时，

此时 y 随 x 的增大而增大，

∵点 $B(-3, y_1)$ 与对称轴的距离比 $C(0, y_2)$ 与对称轴的距离小，

$$\therefore y_1>y_2, \text{ 故③错误；}$$

∵图象过点 $A(-5, 0)$ ，对称轴为直线 $x=-2$ ，

∴点 A 关于 $x=-2$ 对称点的坐标为： $(1, 0)$

令 $x=1$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ ，

$$\therefore y=a+b+c=0, \text{ 故④正确，}$$

故选：C.

二、填空题（共 8 小题）

9.

【分析】根据极差的定义即可求得.

【解答】解：这组数据的极差是： $17-6=11$ （℃）；

故答案为：11.

10.（2020•易门县一模）关于 x 的方程 $(a-1)x^{a^2+1}+x-3=0$ 是一元二次方程，则 $a=$ -1 .

【分析】直接利用一元二次方程的定义得出 $a^2+1=2$ 且 $a-1\neq 0$ ，进而得出答案.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的方程 $(a-1)x^{a^2+1}+x-3=0$ 是一元二次方程，

$\therefore a^2+1=2$ 且 $a-1\neq 0$ ，

解得： $a=-1$.

故答案为：-1.

11.

【分析】根据“上加下减”的原则进行解答即可.

【解答】解：由“上加下减”的原则可知，将抛物线 $y=4x^2$ 向下平移 1 个单位长度，则所得的抛物线的解析式是： $y=4x^2-1$ ；

故答案为 $y=4x^2-1$.

12.

【分析】用黄色区域的圆心角的度数除以 360° 得到指针落在黄色区域的概率.

【解答】解：指针落在黄色区域的概率 $=\frac{90}{360}=\frac{1}{4}$.

故答案为： $\frac{1}{4}$.

13.

【分析】连接 OB ，根据切线的性质得到 $\angle OBP=90^\circ$ ，根据三角形的内角和得到结论.

【解答】解：连接 OB ，

$\because PB$ 切 $\odot O$ 于点 B ，

$\therefore OB \perp PB$ ，

$\therefore \angle OBP=90^\circ$ ，

$\because \angle APB=40^\circ$ ，

$\therefore \angle BOP=50^\circ$ ，

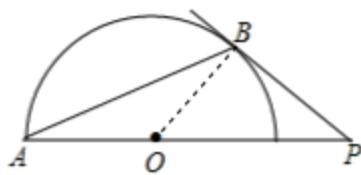
$$\because OA=OB,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABO,$$

$$\because \angle POB = \angle A + \angle ABO = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BOP = 25^\circ.$$

故答案为： 25°



14.

【分析】利用抛物线的对称性求得二次函数与 x 轴的另一个交点的坐标，结合图形中在 x 轴上方部分对应的 x 值即可得出结论．

【解答】解：由题意得：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = -1$ ，经过 $(3, 0)$ ，

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(-5, 0)$ ．

$\because$ 抛物线在 x 轴的上方部分 $y > 0$ ，

$\therefore$ 当 $y > 0$ 时， x 的取值范围是 $-5 < x < 3$ ．

故答案为： $-5 < x < 3$ ．

15.

【分析】利用扇形的弧长等于底面圆的周长列示求解即可．

【解答】解：设圆锥的底面半径为 rcm ，

$$\text{根据题意得：} 2\pi r = \frac{90\pi \times 2}{180},$$

$$\text{解得：} r = \frac{1}{2},$$

$$\text{故答案为：} \frac{1}{2}.$$

16.

【分析】取 OC 的中点 E ，证明 $\triangle POE \sim \triangle AOP$ ，从而得出 $PE = \frac{1}{2}PA$ ，进而由 $PE + PB \geq BE$ ，所以最小值是 BE 长， $\therefore$ 进一步求得结果．

【解答】解：如图，

18.

【分析】(1) 设线段 x 是线段 a, b 的比例中项, 根据比例中项的定义列出等式, 利用两内项之积等于两外项之积即可得出答案.

(2) 设 $x=4k, y=3k$, 代入计算, 于是得到结论.

【解答】解: (1) 设线段 x 是线段 a, b 的比例中项,

$$\therefore a=3, b=6,$$

$$x^2=3 \times 6=18,$$

$$x=\pm 3\sqrt{2} \text{ (负值舍去).}$$

$\therefore$ 线段 a, b 的比例中项是 $3\sqrt{2}$.

(2) 设 $x=4k, y=3k$,

$$\therefore \frac{y-x}{y} = \frac{3k-4k}{3k} = -\frac{1}{3}.$$

19.

【分析】(1) 根据待定系数法即可求得;

(2) 把点 $(2, 3)$ 代入二次函数解析式进行验证即可.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过 $A(-1, 12), B(0, 5)$.

$$\therefore \begin{cases} 1-b+c=12 \\ c=5 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b=-6 \\ c=5 \end{cases},$$

$\therefore$ 二次函数解析式为 $y=x^2-6x+5$;

(2) 当 $x=2$ 时, $y=x^2-6x+5=4-12+5=-3 \neq 3$,

$\therefore$ 该二次函数的图象不经过点 $(2, 3)$.

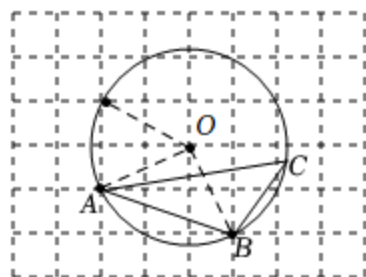
20.

【分析】(1) 圆心到圆上各个点的距离相等;

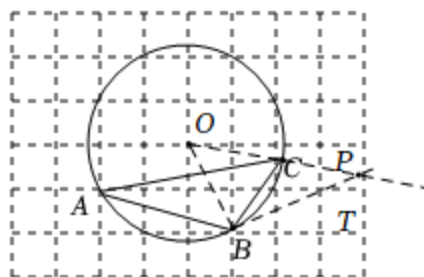
(2) 连接 OB, OC , 取格点 T , 作射线 BT , 延长 OC 交射线 BT 于点 P , 点 P 即为所求.

【解答】解: (1) 如图一中, 点 O 即为所求;

(2) 如图二中, 点 P 即为所求.



图一



图二

21.

【分析】(1) 找出小明 6 次成绩中出现次数最多的分数即为众数，把 6 次考试成绩按照从小到大排列，找出中间两个除以 2，即可得到中位数；

(2) 求出小明平时 4 次考试平均分，利用方差公式计算即可得到结果；

(3) 用小明平时 4 次考试的平均成绩，以及期中与期末考试成绩，各自乘权重，计算即可得到综合成绩。

【解答】解：(1) $\because 90$ 出现了 2 次，其余分数只有 1 次，

$\therefore 6$ 次成绩的众数为 90 分；

排列如下：86，88，90，90，92，96，

$\therefore (90+90) \div 2 = 90$ ，

$\therefore 6$ 次成绩的中位数为 90 分；

故答案为：90，90；

(2) $\because \bar{x} = \frac{1}{4} (86+88+90+92) = 89$ (分)，

$\therefore S^2 = \frac{1}{4} [(86-89)^2 + (88-89)^2 + (90-89)^2 + (92-89)^2]$

$= \frac{1}{4} \times (9+1+1+9)$

$= 5$ (分²)；

(3) 根据题意得：

$89 \times 10\% + 90 \times 30\% + 96 \times 60\%$

$= 8.9 + 27 + 57.6$

$= 93.5$ (分)，

则小明本学期的综合成绩为 93.5 分。

22.

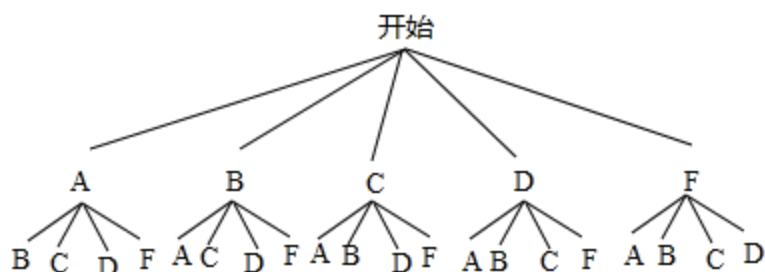
【分析】(1) 直接由概率公式求解即可；

(2) 画树状图，共有 20 种等可能的结果，其中分给小明的爸妈二人相邻座位（过道两侧座位 C、D 不算相邻）的结果有 6 种，再由概率公式求解即可。

【解答】解：(1) 小明的爸爸购得 A 座票后，妈妈购得 B 座票的概率是 $\frac{1}{4}$ ；

故答案为： $\frac{1}{4}$ ；

(2) 根据题意画树状图如下：



共有 20 种等可能的结果，其中分给小明的爸妈二人相邻座位（过道两侧座位 C 、 D 不算相邻）的结果有 6 种，

∴分给小明的爸妈二人相邻座位（过道两侧座位 C ， D 不算相邻）的概率是 $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ 。

23.

【分析】（1）根据圆周角定理以及等腰三角形的性质可得 $BD=CD$ ，进而得出 OD 是三角形 ABC 的中位线，得出 $OD \parallel AB$ ，再由平行线的性质可得 $OD \perp DE$ ，由切线的判定方法可得结论；

（2）利用圆周角定理，直角三角形的性质可得到 $\angle F = \angle ADE$ ，进而得到 $\triangle ADE \sim \triangle DFE$ ，由对应边成比例列方程求解即可。

【解答】（1）证明：如图，连接 OD ， AD ，

∵ AC 为 $\odot O$ 的直径，

∴ $\angle ADC = 90^\circ$ ，

即 $AD \perp BC$ ，

又∵ $AB = AC$ ，

∴ $BD = CD$ ，

又∵ $OA = OC$ ，

∴ OD 是 $\triangle ABC$ 的中位数，

∴ $OD \parallel AB$ ，

∵ $DE \perp AB$ ，

∴ $DE \perp OD$ ，

∵ OD 是半径，

∴ DE 是 $\odot O$ 的切线；

（2）解：如图，连接 DF ，

∵ $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ，

∴ $\angle EAD = \angle CAD$ ，

又∵ $\angle EAD + \angle ADE = 90^\circ$ ， $\angle C + \angle CAD = 90^\circ$ ，

∴ $\angle C = \angle ADE$ ，

$$\therefore \angle C = \angle F,$$

$$\therefore \angle F = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle AED = \angle DEF = 90^\circ,$$

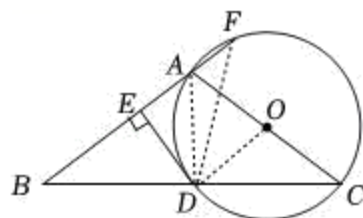
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle DFE,$$

$$\therefore \frac{AE}{DE} = \frac{DE}{EF},$$

$$\text{即 } \frac{AE}{2} = \frac{2}{AE+3},$$

$$\text{解得 } AE=1 \text{ (取正值),}$$

$$\text{即: } AE=1.$$



24.

【分析】(1) 可设 $y = a(x-1)^2 - 2$, 把已知坐标代入求得 y 与 x 的函数关系式;

(2) 令 $y=30$, 代入解析式求出 x 的解即可.

【解答】解: (1) 由图象可设 $y = a(x-1)^2 - 2$,

把点 $(4, 2.5)$ 代入得:

$$2.5 = a(4-1)^2 - 2,$$

$$\text{解得 } a = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2 = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2};$$

$$(2) \text{ 由题意得 } \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2 = 30,$$

解方程得 $x_1=9$, $x_2=-7$ (舍去).

即: 截止到 9 月末公司累计利润达到 30 万元.

25.

【分析】(1) 由 $\angle E=30^\circ$ 知 $AB = \frac{1}{2}AE = 8$ 米, 结合 $AB=8$ 可得答案;

(2) 由 $CD = AC \times \cos \angle DCA = 6.8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 5.9$, 据此即可作出判断.

【解答】解: (1) 由题意得, $AB \perp EB$, $CD \perp AE$

$$\therefore \angle CDA = \angle EBA = 90^\circ,$$

$$\because \angle E = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2}AE = 8 \text{ 米},$$

$$\because BC = 1.2 \text{ 米},$$

$$\therefore AC = AB - BC = 6.8 \text{ 米};$$

$$(2) \because \angle DCA = 90^\circ - \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = AC \times \cos \angle DCA = 6.8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 5.9 < 6.$$

所以高为 6 米的车不能通过该地下停车场.

26.

【分析】(1) 利用三角形面积法求出高 AD ,

(2) 利用 $\triangle AMN$ 与 $\triangle ABC$ 相似求解.

(3) 利用 $\triangle AMN$ 与 $\triangle ABC$ 相似求出 DE , 进而可求出面积.

【解答】解: (1) 根据题意得:

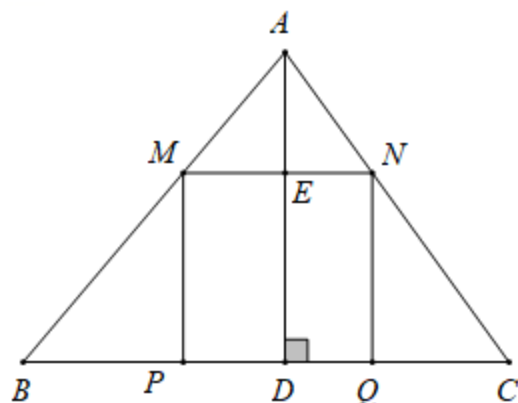
$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times AD = 6,$$

$$\therefore AD = 3.$$

故答案为 3.

(2) 设 MN 与 AD 交于点 E , 如图,



$\because$ 四边形 $MNPQ$ 为正方形,

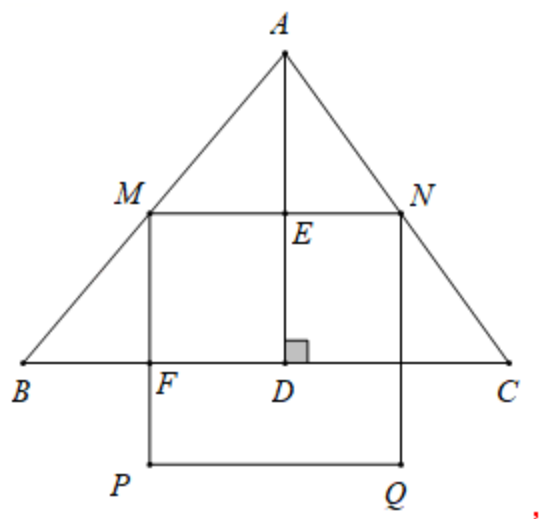
$$\therefore MP = MN = x, MN \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AMN \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{MN}{BC} = \frac{AE}{AD}, \text{ 即 } \frac{x}{4} = \frac{3-x}{3},$$

解得 $x = \frac{12}{7}$.

(3) 设 MN 与 AD 交于点 E , PM 与 BC 交于点 F , 如图,



设 $MF = a$, 则 $AE = 3 - a$,

$\because MN \parallel BC$,

$\therefore \triangle AMN \sim \triangle ABC$,

$\therefore \frac{MN}{BC} = \frac{AE}{AD}$, 即 $\frac{x}{4} = \frac{3-a}{3}$,

解得: $a = 3 - \frac{3}{4}x$,

$\therefore$ 公共部分面积: $S_{\text{矩形}MNGF} = MF \times MN = x(3 - \frac{3}{4}x) = -\frac{3}{4}(x-2)^2 + 3$,

$\because$ 当 PQ 在 $\triangle ABC$ 外部时, 由 (2) 可得 $x > \frac{12}{7}$, 点 M, N 分别在边 AB, AC 上可得 $x \leq 3$,

$\therefore \frac{12}{7} < x \leq 3$,

$\therefore S_{\text{矩形}MNGF} = -\frac{3}{4}(x-2)^2 + 3 (\frac{12}{7} < x \leq 3)$,

当 $x = 2$ 时, 面积有最大值 3.

27.

【分析】(1) ①根据待定系数法求函数解析式, 可得答案;

②根据平行线的判定, 可得 $PD \parallel OB$, 根据函数值相等两点关于对称轴对称, 可得 D 点坐标;

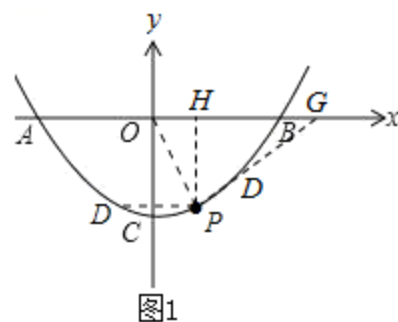
(2) 根据待定系数法, 可得 E, F 点的坐标, 根据分式的性质, 可得答案.

【解答】解: (1) ①将 $P(1, -3), B(4, 0)$ 代入 $y = ax^2 + c$, 得:

$$\begin{cases} 16a + c = 0 \\ a + c = -3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ c = -\frac{16}{5} \end{cases},$$

抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{5}x^2 - \frac{16}{5}$ ①;

②如图 1,



当点 D 在 OP 左侧时,

由 $\angle DPO = \angle POB$, 得 $DP \parallel OB$,

$\therefore D$ 与 P 关于 y 轴对称, $P(1, -3)$,

$\therefore D(-1, -3)$;

当点 D 在 OP 右侧时, 延长 PD 交 x 轴于点 G .

作 $PH \perp OB$ 于点 H , 则 $OH=1$, $PH=3$.

$\therefore \angle DPO = \angle POB$,

$\therefore PG = OG$.

设 $OG=x$, 则 $PG=x$, $HG=x-1$.

在 $Rt\triangle PGH$ 中, 由 $x^2 = (x-1)^2 + 3^2$, 得 $x=5$.

$\therefore$ 点 $G(5, 0)$.

$\therefore$ 直线 PG 的解析式为 $y = \frac{3}{4}x - \frac{15}{4}$ ②,

联立①②并解得: $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{11}{4} \\ y=-\frac{27}{16} \end{cases}$,

$\therefore P(1, -3)$,

$\therefore D(\frac{11}{4}, -\frac{27}{16})$.

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(-1, -3)$ 或 $D(\frac{11}{4}, -\frac{27}{16})$;

(2) 点 P 运动时, $\frac{\tan \angle PAB + \tan \angle PBA}{\tan \angle OAC}$ 是定值, 定值为 2, 理由如下:

