备战2023年中考考前冲刺全真模拟卷（扬州）

数学试卷

本卷满分150分，考试时间120分钟。

一、选择题（本大题共18小题，每小题3分，共24分。每小题只有一个选项是符合题意的）

1.$-|-2023|$的倒数是（　）

A．2023　　B．-2023　　C．$\frac{1}{2023}$　　D．$-\frac{1}{2023}$

2.点$M(a+3,2a-4)$在x轴上，则a的值为（　　）

A．-3　　B．2　　C．0　　D．-2

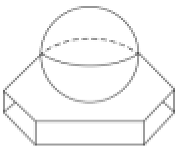
3.我国古代《四元玉鉴》中记载“二果问价”问题，其内容如下：九十七文钱，甜果苦果买九十九个，甜果一个三文钱，苦果三个一文钱，试问甜苦果几个，又问各该几个钱？若设买甜果x个，买苦果y个，则下列关于x、y的二元一次方程组中符合题意的是（　）

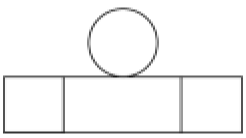
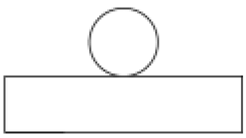
A．$\begin{cases}x+y=99\\ \frac{1}{3}x+3y=97\end{cases}$　　B．$\begin{cases}x+y=97\\ \frac{1}{3}x+3y=99\end{cases}$　　C．$\begin{cases}x+y=99\\ 3x+\frac{1}{3}y=97\end{cases}$　　D．$\begin{cases}x+y=97\\ 3x+\frac{1}{3}y=99\end{cases}$

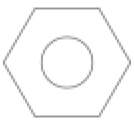
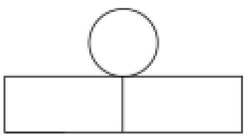
4.九年级学生李明每天骑自行车上学时都要经过一个十字路口，设十字路口有红、黄、绿三色交通信号灯，他在路口遇到红灯的概率为$\frac{1}{3}$，遇到黄灯的概率为$\frac{2}{9}$，那么他遇到绿灯的概率为（　　）

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{2}{9}$　　C．$\frac{4}{9}$　　D．$\frac{5}{9}$

5.如图是由正六棱柱和球体组合而成的几何体，则它的左视图是（　　）



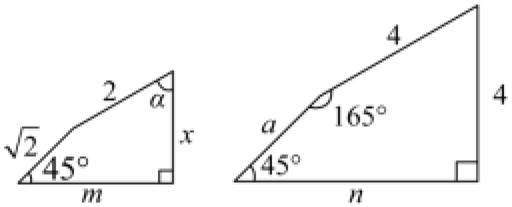
A．　　B．

C．　　D．

6.在四边形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，分别添加下列条件：①$AB\parallel CD$；②$AB=CD$；③$AD=BC$；④$\angle B=\angle D$；⑤$\angle A=\angle C$，其中能使四边形$ABCD$成为平行四边形的条件有（　　）

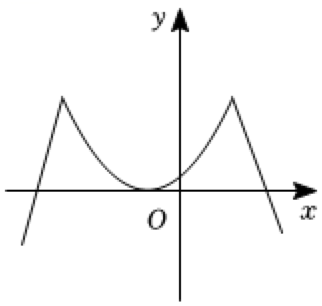
A．5个　　B．4个　　C．3个　　D．2个

7.如图所示的两个四边形相似，则下列结论不正确的是（　）



A．$a=2\sqrt{2}$　　B．$m=2n$　　C．$x=2$　　D．$\angle\alpha=60°$

8.将抛物线$y=(x+1)^2$的图象位于直线$y=4$以上的部分向下翻折，得到如图图象，若直线$y=x+m$与此图象只有四个交点，则m的取值范围是（　）



A．$-1<m<\frac{3}{4}$　　B．$\frac{3}{4}<m<3$　　C．$1<m<\frac{5}{4}$　　D．$\frac{5}{4}<m<4$

二、填空题（本大题共10小题，每小题3分，共30分.）

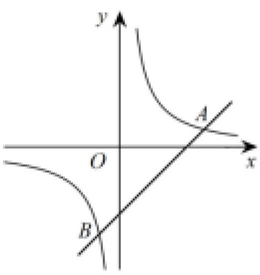
9.北京时间2022年11月30日5时42分，神舟十五号成功对接中国空间站天和核心舱前向端口．中国空间站离地球的距离约为400000米．400000用科学记数法表示为___________.

10.使分式$\frac{x-1}{x+3}$有意义的x满足___________.

11.已知$a+b=3$，$ab=-2$，则a^2b+ab^2的值是___________.

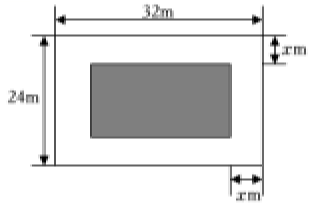
12.设a，b是方程$x^2+x-2023=0$的两个实数根，则a^2+2a+b的值为___________.

13.如图，一次函数$y_1=k_1x+b_1$的图象与反比例函数$y_2=\frac{k_2}{x}$的图象相交于点$A(5,m)$，$B(-1,n)$两点，当$y_1>y_2$时，则自变量x的取值范围是___________.

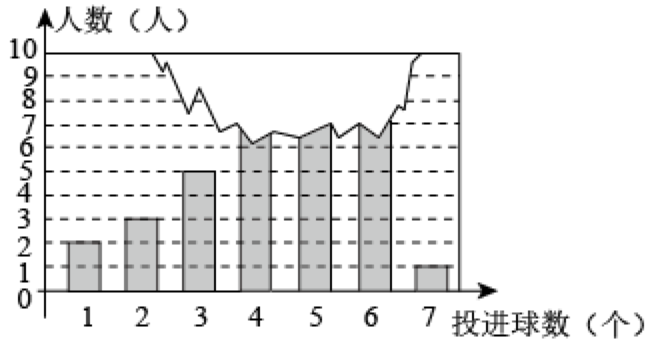


14.如图，在一块长32m、宽24m的矩形荒地上，要建造一个矩形花园，图中阴影部分是花园，并使花园所占面积为荒地面积的一半，花园外部四周修建宽度相同的小路，求图中的小路的宽是多少米？设

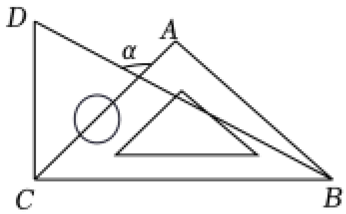
小路的宽度为 xm，所列方程式是___________.



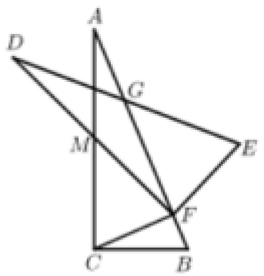
15.如图为某班 35 名学生投篮成绩的统计图，其中上面部分数据破损导致数据不完全．已知此班学生投篮成绩的中位数是 5，则根据下图，投进 4 球的人数为___________.



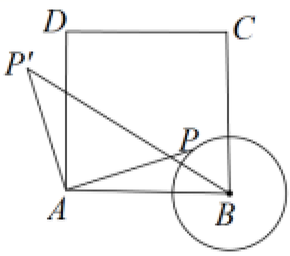
16.在三角板拼角活动中，小明将一副三角板按如图方式叠放，则拼出的 $\angle\alpha$ 度数为___________.



17.如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，把△ABC 绕 AC 边的中点旋转后得△DEF，若直角顶点 F 恰好落在 AB 边上，且 DE 边交 AB 边于点 G，若 $AC=12$，$BC=5$，则 AG 的长为___________.



18.如图，正方形 $ABCD$ 中，$AB=5$cm，以 B 为圆心，1cm 为半径画圆，点 P 是⊙B 上一个动点，连接 AP，并将 AP 绕点 A 逆时针旋转 90°至 AP'，连接 BP'，在点 P 移动的过程中，BP' 长度的取值范围是______cm.



三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.）

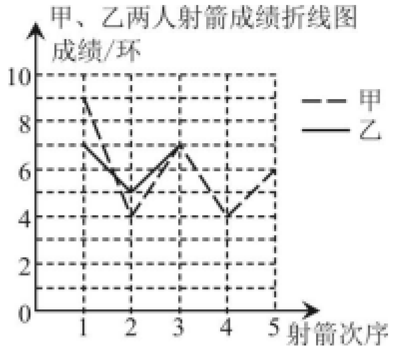
19.（8 分）（1）计算：$\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)+2\cos45°-\left(\pi-2\sqrt{3}\right)^{0}+\left(-2\right)^{2}$；

（2）先化简，再求值：$\left(\dfrac{m^{2}-9}{m^{2}-6m+9}-\dfrac{3}{m-3}\right)\div\dfrac{m^{2}}{m-3}$，其中 $m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

20.（8 分）解下列不等式（组），并把解表示在数轴上.

$$\begin{cases}4x-2>3\left(x-1\right)\\ \dfrac{1}{2}x-1\geq-7+\dfrac{5}{2}x\end{cases}.$$

21.（8 分）某社区准备在甲乙两位射箭爱好者中选出一人参加集训，两人各射了 5 箭，他们的总成绩（单位：环）相同，小宇根据他们的成绩绘制了尚不完整的统计图表，并计算了甲成绩的平均数和方差（见小宇的作业）.



小宇的作业：

解：$\overline{x_{甲}}=\dfrac{1}{5}\left(9+4+7+4+6\right)=6$，

$S_{甲}^{2}=\dfrac{1}{5}\left[\left(9-6\right)^{2}+\left(4-6\right)^{2}+\left(7-6\right)^{2}+\left(4-6\right)^{2}+\left(6-6\right)^{2}\right]$

$=\dfrac{1}{5}\left(9+4+1+4+0\right)$

$=3.6$.

甲、乙两人射箭成绩统计表

	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次

甲成绩	9	4	7	4	6
乙成绩	7	5	7	a	7

(1)$a=$________，$\overline{x_{乙}}=$________，甲成绩的众数是________，乙成绩的中位数是________；

(2)请完成图中表示乙成绩变化情况的折线；

(3)①请求出乙的方差，并比较得出谁的成绩比较稳定呢？

②请你从平均数和方差的角度分析，谁将被选中．

22.（10分）“十一期间”，某家电商场举行了买家电进行“翻牌抽奖”的活动．其规则如下：现准备有4张牌，4张牌分别对应100，200，300，400（单位：元）的现金．

(1)如果某位顾客随机翻1张牌，那么这位顾客抽中300元现金的概率为 ___________．

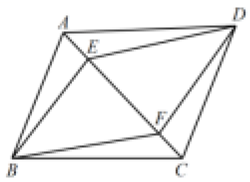
(2)如果某位顾客随机翻2张牌，且第一次翻过的牌需放回洗匀后再参加下次翻牌，用列表法或画树状图法求该顾客所获现金总额为400元的概率．

23.（10分）小状元书店决定用不多于20000元购进甲乙两种图书共1200本进行销售．甲、乙两种图书的进价分别为每本20元、15元，甲种图书每本的售价是乙种图书每本售价的1.5倍，若用1800元在该店可购买甲种图书的本数比用1400元购买乙种图书的本数少10本．

(1)甲乙两种图书的售价分别为每本多少元？

(2)书店为了让利读者，决定甲种图书售价每本降低3元，乙种图书售价每本降低2元，问书店应如何进货才能获得最大利润？（假设购进的两种图书全部销售完）

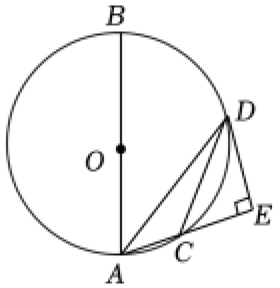
24.（10分）已知：如图，在平行四边形$ABCD$中，点E、F在对角线AC上，且$AE=CF$．



(1)求证：$DE//BF$．

(2)若四边形$ABCD$是正方形，且$AD=4$，$AE=\sqrt{2}$，则四边形$DEBF$的面积为____________．

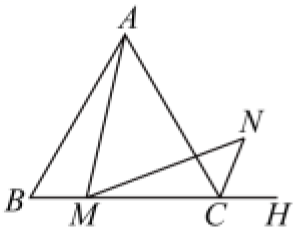
25.（10分）如图，已知AB是圆O的直径，C是圆O上异于A，B的点，D为$\overset{\frown}{BC}$中点，且$DE\perp AC$于点E，连接CD．



(1)求证：DE是圆O的切线；

(2)若圆O的直径为13，且$DE=6$，求AC的长．

26.（10分）如图，在等边$\triangle ABC$中，M是BC边上一点（不含端点B，C），N是$\triangle ABC$的外角$\angle ACH$的平分线上一点，且$AM=MN$．



(1)尺规作图：在直线BC的下方，过点B作$\angle CBE=\angle CBA$，作NC的延长线，与BE相交于点E．

(2)求证：$\triangle BEC$是等边$\triangle BEC$；

(3)求证：$\angle AMN=60^{\circ}$．

27.（12分）如图1，在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=-x^2+2x+3$与x轴分别交于点A和点B，与y轴交于点C，连接BC．

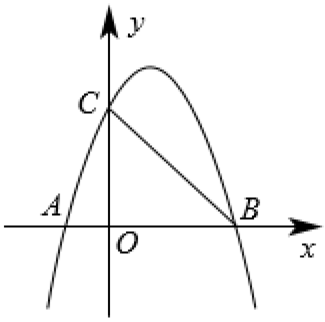


图1

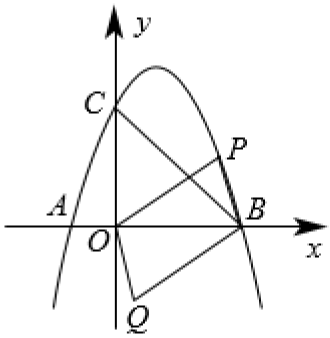


图2

(1)求点 B 和点 C 的坐标；

(2)如图 2，点 P 是该抛物线上一个动点，并沿抛物线从点 B 运动至点 A，连接 PO 、PB ，并以 PO 、PB 为边作▱$POQB$.

①当▱$POQB$ 的面积为 9 时，求点 P 的坐标；

②在整个运动过程中，求点 Q 与线段 BC 的最大距离.

28.（12 分）【阅读理解】

课外兴趣小组活动时，老师提出了如下问题：如图 1，△ABC 中，若 $AB=6$， $AC=4$，求 BC 边上的中线 AD 的取值范围．小丽在组内经过合作交流，得到了如下的解决方法：如图 2，延长 AD 到点 M，使 $DM=AD$，连接 BM，可证△ACD≌△MBD，从而把 AB， AC， $2AD$ 集中在△ABC 中，利用三角形三边的关系即可判断中线 AD 的取值范围．

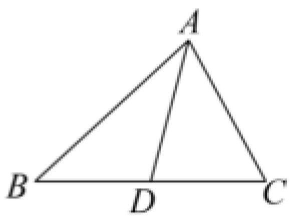


图1

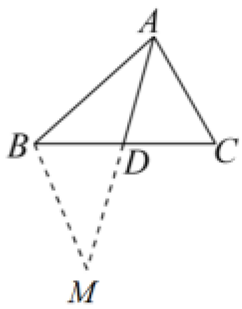


图2

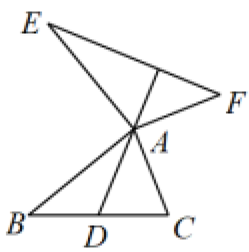


图3

【方法总结】

解题时，条件中若出现"中点""中线"字样，有时需要考虑倍长中线（或与中点有关的线段）构造全等三角形，把分散的已知条件和所求集中到同一个三角形中．我们把这种添加辅助线称为"倍长中线法"．

【问题解决】

(1)直接写出图 1 中 AD 的取值范围：____________

(2)猜想图 2 中 AC 与 BM 的数量关系和位置关系，并加以证明．

(3)如图 3，AD 是□ABC的中线，$AB=AE$，$AC=AF$，$\angle BAE=\angle CAF=90°$，判断线段 AD 和线段 EF 的数量关系和位置关系，并加以证明。

参考答案

一、选择题（本大题共 18 小题，每小题 3 分，共 24 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、D

【解析】解：$-|-2023|=-2023$，

因此$-|-2023|$的倒数是$\frac{1}{-2023}=-\frac{1}{2023}$，故选D．

2、B

【解析】解：∵点$M(a+3,2a-4)$在x轴上，

∴$2a-4=0$，

∴$a=2$，

故选：B．

3、C

【解析】解：设买甜果x个，买苦果y个，甜果苦果买九十九个，甜果一个三文钱，苦果三个一文钱，九十七文钱，

∴列方程组得$\begin{cases}x+y=99\\3x+\frac{1}{3}y=97\end{cases}$，

故选：C．

4、C

【解析】解：∵十字路口有红、黄、绿三色交通信号灯，他在路口遇到红灯的概率为$\frac{1}{3}$，遇到黄灯的概率为$\frac{2}{9}$，

∴他遇到绿灯的概率为：$1-\frac{1}{3}-\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$．

故选：C．

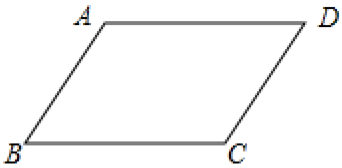
5、D

【解析】解：从左边看上面是一个圆，下面是中间有一条棱的长方形，

故选：D．

6、B

【解析】解：①∵$AD // BC$，$AB // CD$，∴四边形$ABCD$是平行四边形；



②由 $AD // BC$，$AB=CD$，不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

③$\because AD // BC$，$AD=BC$，$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

④ $\because AD // BC$，$\therefore \angle A+\angle B=180°$，

$\because \angle B=\angle D$，$\therefore \angle A+\angle D=180°$，$\therefore AB // CD$，$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

⑤$\because AD // BC$，$\therefore \angle A+\angle B=180°$，

$\because \angle A=\angle C$，$\therefore \angle C+\angle B=180°$，$\therefore AB // CD$，$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

其中能使四边形 $ABCD$ 成为平行四边形的条件有①③④⑤，共 4 个，

故选：B．

7、B

【解析】因为两个图形相似：

$\therefore \frac{\sqrt{2}}{a}=\frac{m}{n}=\frac{x}{4}=\frac{2}{4}$，解得：$a=2\sqrt{2}$

A 选项正确，不符合题意；

$m=\frac{n}{2}$，B 选项错误，符合题意；

$x=2$，C 选项正确，不符合题意；

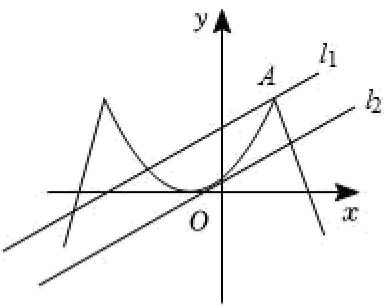
$\angle\alpha=360°-90°-45°-165°=60°$，

D 选项正确，不符合题意；

故选：B．

8、B

【解析】解：



令 $y=4$，则 $4=(x+1)^2$，解得 $x=-3$ 或 1，$\therefore A(1,4)$，

平移直线 $y=x+m$ 知：直线位于 l_1 和 l_2 时，它与新图象有三个不同的公共点．

①当直线位于l_1时，此时l_1过点$A(1,4)$，$\therefore 4=1+m$，即$m=3$；

②当直线位于l_2时，此时l_2与函数$y=(x+1)^2$的图象有一个公共点，

$\therefore$方程$x+m=x^2+2x+1$，

即$x^2+x+1-m=0$有两个相等实根，

$\therefore \Delta=1-4(1-m)=0$，即$m=\frac{3}{4}$；

由①②知若直线$y=x+m$与新图象只有四个交点，m的取值范围为$\frac{3}{4}<m<3$，故B正确．

故选：B．

二、填空题（本大题共10小题，每小题3分，共30分．）

9、4×10^5

【解析】解：$400000=4\times10^5$，

故答案为：4×10^5．

10、x≠-3

【解析】解：使分式$\frac{x-1}{x+3}$有意义的x满足$x+3\neq0$，解得x≠-3，

故答案为：x≠-3．

11、-6

【解析】解：$\because a+b=3$，$ab=-2$．

$\therefore a^2b+ab^2=ab(a+b)$

$=-2\times3$

$=-6$．

故答案为：-6．

12、2022

【解析】$\because a$，b是方程$x^2+x-2023=0$的两个实数根，

$\therefore a^2+a-2022=0$，$a+b=-\frac{1}{1}=-1$

$\therefore a^2+a=2023$，

$\therefore a^2+2a+b$

$=(a^2+a)+(a+b)$

$=2023-1$

$=2022$

故答案为：2022

13、$-1<x<0$或$x>5$

【解析】由图像知，当$-1<x<0$或$x>5$时，一次函数在反比例函数上方，即$y_1>y_2$，

故答案为：$-1<x<0$或$x>5$

14、$(32-2x)(24-2x)=\frac{1}{2}\times 32\times 24$

【解析】解：∵小路的宽度为xm，

∴矩形花园的长为$(32-2x)$m，宽为$(24-2x)$m．

根据题意得：$(32-2x)(24-2x)=\frac{1}{2}\times 32\times 24$，

故答案为：$(32-2x)(24-2x)=\frac{1}{2}\times 32\times 24$．

15、7

【解析】解：由题意知中位数落在第 5 组，前三组由 10 人，由图知第四组大于 6 人，又知此班学生投篮成绩的中位数是 5，投进 4 球的人数必是$17-10=7$人．

故答案是 7．

16、$105°$

【解析】解：由题意可得：$\angle ABC=45°$，$\angle DBC=30°$，$\angle A=90°$，

$\therefore \angle DBA=\angle ABC-\angle DBC=45°-30°=15°$，

$\therefore \angle \alpha=\angle A+\angle DBA=90°+15°=105°$．

故答案为：$105°$．

17、$\frac{119}{26}$

【解析】解：$\because AC=12$，$BC=5$，$\angle ACB=90°$，$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=13$，

∵点 M 是 AC 的中点，$\therefore AM=MC=6$，

∵将$\triangle ACB$绕着 AC 中点 M 旋转一定角度得到$\triangle DFE$，

$\therefore \angle A=\angle D$，$DM=AM$，$CM=MF$，$DE=AB=13$，$\angle DFE=\angle ACB=90°$，

$\therefore AM=MF=CM$，$\therefore \angle MCF=\angle MFC$，$\angle MAF=\angle MFA$，

$\therefore \angle AFC=\angle MFC+\angle MFA=\frac{1}{2}\times 180°=90°$，

$\therefore S_{Rt\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CF=\frac{1}{2}AC\cdot BC$，即$\frac{1}{2}\times 13CF=\frac{1}{2}\times 12\times 5$，解得$CF=\frac{60}{13}$，

$\therefore AF=\sqrt{AC^2-CF^2}=\frac{144}{13}$，

$\because \angle A=\angle D$， $\angle MAF=\angle MFA$， $\therefore \angle D=\angle MFA$， $\therefore DG=GF$，

又 $\because \angle DFE=90^\circ$，

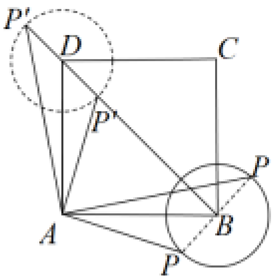
$\therefore \angle E=90^\circ-\angle D=90^\circ-\angle MFA=\angle GFE$， $\therefore GF=GE$，

$\therefore GF=GD=GE=\frac{1}{2}DE=\frac{13}{2}$， $\therefore AG=AF-GF=\frac{144}{13}-\frac{13}{2}=\frac{119}{26}$，

故答案为：$\frac{119}{26}$.

18、$\left(5\sqrt{2}-1\right)\le BP\le\left(5\sqrt{2}+1\right)$

【解析】解：如图，当 P' 在对角线 BD 上时， BP' 最小，当 P' 在对角线 BD 的延长线时， BP' 最大，连接 BP，



当 P' 再对角线 BD 上时，

由旋转得：$AP=AP'$， $\angle PAP'=90^\circ$， $\therefore \angle PAB+\angle BAP'=90^\circ$，

$\because$四边形 $ABCD$ 为正方形，$\therefore AB=AD$， $\angle BAD=90^\circ$， $\therefore \angle BAP'+\angle DAP'=90^\circ$，

$\therefore \angle PAB=\angle DAP'$， $\therefore$□$PAB\cong$□$P'AD$， $\therefore P'D=PB=1$，

在Rt□ABD 中，$\because AB=AD=5$，

由勾股定理可得：$BD=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$， $\therefore BP'=BD-P'D=5\sqrt{2}-1$，

即 BP' 长度的最小值为 $\left(5\sqrt{2}-1\right)$cm，

当 P' 在对角线 BD 的延长线上时，同理可得 $BD=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$，

$\therefore BP'=BD+P'D=5\sqrt{2}+1$，

$\therefore BP'$ 长度的取值范围为：$\left(5\sqrt{2}-1\right)\le BP\le\left(5\sqrt{2}+1\right)$，

故答案为：$\left(5\sqrt{2}-1\right)\le BP\le\left(5\sqrt{2}+1\right)$.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.）

19、（1） $4+\sqrt{2}$ ；（2） $\frac{1}{m}$，$\sqrt{3}$

【解析】解：（1）$\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)+2\cos45°-\left(\pi-2\sqrt{3}\right)^{0}+\left(-2\right)^{2}$

$=4-3+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1+4$

$=4-3+\sqrt{2}-1+4$

$=4+\sqrt{2}$；

（2）$\left(\frac{m^{2}-9}{m^{2}-6m+9}-\frac{3}{m-3}\right)\div\frac{m^{2}}{m-3}$

$=\left[\frac{(m+3)(m-3)}{(m-3)^{2}}-\frac{3}{m-3}\right]\cdot\frac{m-3}{m^{2}}$，

$=\left(\frac{m+3}{m-3}-\frac{3}{m-3}\right)\cdot\frac{m-3}{m^{2}}$

$=\frac{m}{m-3}\cdot\frac{m-3}{m^{2}}$

$=\frac{1}{m}$；

当$m=\frac{\sqrt{3}}{3}$时，

原式$=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$．

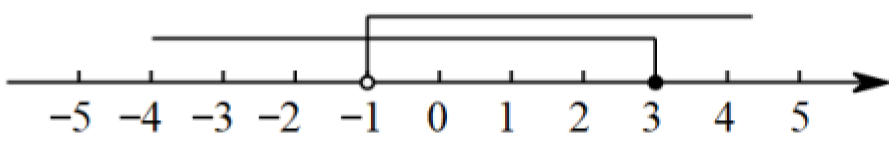
20、$-1<x\le3$；解集表示在数轴上见解析

【解析】解：$\begin{cases}4x-2>3(x-1)① \\ \frac{1}{2}x-1\ge-7+\frac{5}{2}x②\end{cases}$，

解不等式①得：$x>-1$，

解不等式②得：$x\le3$，

把不等式组的解集表示在数轴上，如图所示：



∴不等式组的解集为：$-1<x\le3$．

21、(1)4，6；甲成绩的众数是 4；乙成绩的中位数是 7

(2)见解析

(3)①乙的成绩比较稳定；②乙被选中

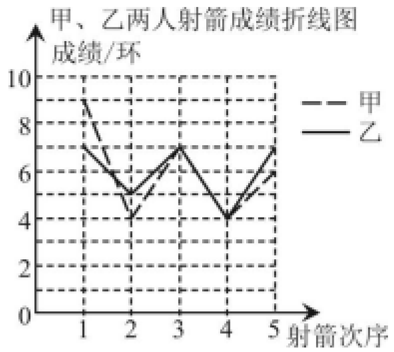
【解析】（1）解：由题意得：甲的总成绩是：$9+4+7+4+6=30$，

则 $a=30-7-7-5-7=4$，

$\overline{x_{乙}}=30\div5=6$，

故答案为：4，6；甲成绩的众数是 4；乙成绩的中位数是 7

（2）如图所示：



（3）① $S_{乙}^2=\frac{1}{5}[(7-6)^2+(5-6)^2+(7-6)^2+(4-6)^2+(7-6)^2]=1.6$.

由于 $S_{乙}^2<S_{甲}^2$，所以乙成绩比较稳定；

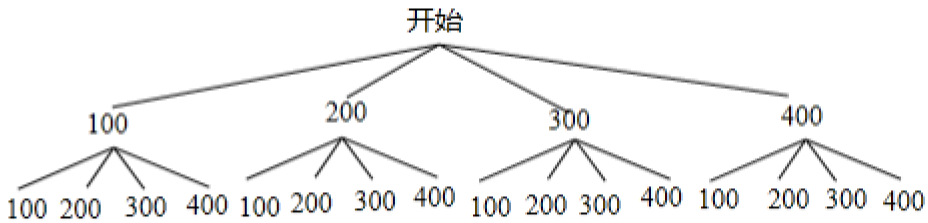
②因为两人成绩的平均水平（平均数）相同，根据方差得出乙的成绩比甲稳定，所以乙将被选中．

22、(1) $\frac{1}{4}$；(2)见解析，$\frac{3}{16}$.

【解析】（1）解：随机翻 1 张牌，那么抽中 200 元现金的概率为 $\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$；

（2）画树状图为：



共有 16 种等可能的结果，其中随机翻 2 张牌所获现金总额为 400 元的结果数为 3 种，

$\therefore$ 所获现金总额总额为 400 元的概率 $=\frac{3}{16}$.

23、(1)甲种图书售价每本 30 元，乙种图书售价每本 20 元

(2)甲种图书进货 400 本，乙种图书进货 800 本时利润最大

【解析】（1）解：设乙种图书售价每本 x 元，则甲种图书售价为每本 $1.5x$ 元，.

由题意得：$\frac{1400}{x}-\frac{1800}{1.5x}=10$，

解得：$x=20$，

经检验，$x=20$是原方程的解，

∴甲种图书售价为每本$1.5\times 20=30$元，

答：甲种图书售价每本30元，乙种图书售价每本20元；

（2）设甲种图书进货a本，总利润W元，则

$W=(30-20-3)a+(20-15-2)(1200-a)=4a+8400$

∵$20a+15\times(1200-a)\leq 20000$，

解得$a\leq 400$，

∵W随a的增大而增大，

∴当a最大时W最大，

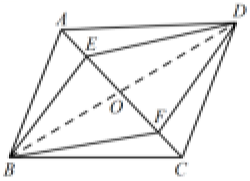
∴当$a=400$本时，W最大，

此时，乙种图书进货本数为$1200-400=800$（本），

答：甲种图书进货400本，乙种图书进货800本时利润最大．

24、(1)证明见解析；(2)四边形$BEDF$的面积为：8．

【解析】（1）证明：连接BD，交AC于O，



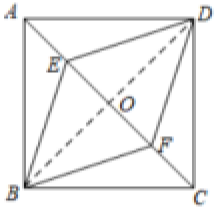
∵平行四边形$ABCD$，∴$OA=OC$，$OB=OD$，

∵$AE=CF$，∴$OE=OF$，

∴四边形$BFDE$为平行四边形，∴$DE//BF$．

（2）如图，四边形$ABCD$是正方形，

∴$AC\perp BD$，$AB=AD=4$，$AC=BD=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$，



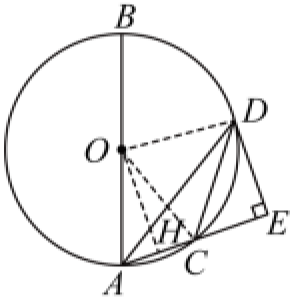
由（1）得四边形$BFDE$为平行四边形，∴四边形$BFDE$为菱形，

而$AE=CF=\sqrt{2}$，∴$EF=4\sqrt{2}-2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

∴菱形$BEDF$的面积为：$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=8$．

25、(1)见解析；(2)$AC=5$

【解析】（1）证明：如图，连接 OD，



∵D 为 $\overset{\frown}{BC}$ 中点，∴$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$，∴$\angle BAD=\angle CAD$，

∵$OA=OD$，∴$\angle BAD=\angle ODA$，∴$\angle ODA=\angle CAD$，∴$OD // AE$，

∵$DE\perp AC$，∴$OD\perp DE$，

∵OD是圆 O 的半径，∴DE是圆 O 的切线；

（2）解：如图，连接 OC，作 $OH\perp AC$ 于 H，

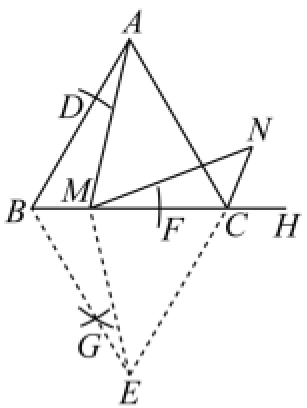
则 $AC=2AH$，

∵$OD\perp DE$，$DE\perp AC$，$OH\perp AC$，∴四边形 $OHED$ 为矩形，∴$OH=DE=6$，

在Rt△OAH中，$AH=\sqrt{OA^2-OH^2}=\sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2-6^2}=2.5$，∴$AC=2AH=5$．

26、(1)见解析；(2)见解析；(3)见解析

【解析】（1）如图所示：



（2）证明：∵△ABC是等边三角形，∴$\angle ABC=\angle ACB=60°$，∴$\angle ACH=120°$，

∵CN平分$\angle ACH$，∴$\angle HCN=\angle BCE=60°$，

∵$\angle CBE=\angle CBA=60°$，∴$\angle EBC=\angle BCE=\angle BEC=60°$，

∴△BEC是等边△BEC；

（3）证明：连接 ME，

∵△ABC和△BCE是等边三角形，∴$AB=BC=BE$，

在△ABM和△EBM中，

$\because \begin{cases} AB = BE \\ \angle ABM = \angle EBM \\ BM = BM \end{cases}$，

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle EBM$（SAS），$\therefore AM = EM$，$\angle BAM = \angle BEM$，

$\because AM = MN$，$\therefore MN = EM$，$\therefore \angle N = \angle CEM$，

$\because \angle HCN = \angle N + \angle CMN = 60°$，$\angle BEC = \angle BEM + \angle CEM = 60°$，

$\therefore \angle CMN = \angle BEM = \angle BAM$，

$\because \angle AMC = \angle ABC + \angle BAM = \angle AMN + \angle CMN$，

$\therefore \angle AMN = \angle ABC = 60°$．

27、(1) $B(3,0)$；$C(0,3)$

(2)点 P 的坐标为 $(0,3)$ 或 $(2,3)$；点 Q 与线段 BC 的最大距离为：$\dfrac{21\sqrt{2}}{8}$．

【解析】（1）解：在抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 中，令 $y = 0$，得 $-x^2 + 2x + 3 = 0$，

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$x_1 = 3$，$x_2 = -1$，

$\because$点 B 在 x 轴的正半轴上，

$\therefore$点 B 的坐标为：$(3,0)$，

令 $x = 0$，得 $y = 3$，

$\therefore$点 C 的坐标为：$(0,3)$；

（2）解：①$\because$ Y $POQB$ 的面积是 9，

$\therefore \triangle POB$ 的面积是 4.5，则 $\frac{1}{2} OB g y_P = 4.5$，$\frac{1}{2} \times 3 y_P = 4.5$，$y_P = 3$，

$\therefore$在 $y = -x^2 + 2x + 3$ 中，令 $y = 3$，得 $-x^2 + 2x + 3 = 3$，

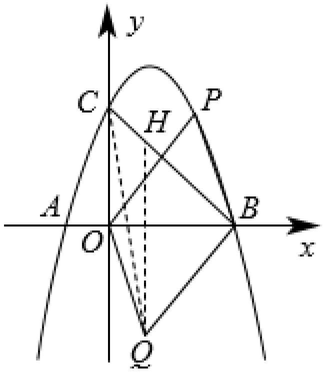
$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

解得，$x_1 = 0$，$x_2 = 2$，

$\therefore$点 P 的坐标为 $(0,3)$ 或 $(2,3)$；

②如图所示，连接 CQ，过点 Q 作 $QH \parallel y$ 轴交 BC 于 H，



设 $P(t,-t^2+2t+3)$，$Q(m,n)$，

∵四边形 $POQB$ 是平行四边形，∴ PQ 、 OB 互相平分，即 PQ 、 OB 的中点重合，

∴ $\begin{cases} 0+3=t+m① \\ 0+0=-t^2+2t+3+n② \end{cases}$，

由①，得，$t=3-m$③，

把③代入②，得 $-(3-m)^2+2(3-m)+2+n=0$，

解这个方程，得 $n=m^2-4m$，∴ $Q(m,m^2-4m)$，

设直线 BC 解析式为：$y=kx+b$，把点 $B(3,0)$，$C(0,3)$ 代入得，

$\begin{cases} 3k+b=0 \\ b=3 \end{cases}$，解得，$\begin{cases} k=-1 \\ b=3 \end{cases}$，

∴直线 BC 解析式为：$y=-x+3$，

在 $Rt\triangle BOC$ 中，根据勾股定理得，$BC=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

∴点 H 的坐标为：$(m,-m+3)$，

∴ $QH=(-m+3)-(m^2-4m)=-m+3-m^2+4m=-m^2+3m+3=-(m-\frac{3}{2})^2+\frac{21}{4}$

∴ $S_{\triangle BCQ}=\frac{1}{2}QH\cdot|x_B-x_C|=\frac{1}{2}\times\left[-(m-\frac{3}{2})^2+\frac{21}{4}\right]\times3=-\frac{3}{2}(m-\frac{3}{2})^2+\frac{63}{8}$

设点 Q 与线段 BC 的距离为 h，则 $\frac{1}{2}BC\cdot h=-\frac{3}{2}(m-\frac{3}{2})^2+\frac{63}{8}$，

∴ $\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\cdot h=-\frac{3}{2}(m-\frac{3}{2})^2+\frac{63}{8}$，

$h=-\frac{\sqrt{2}}{2}(m-\frac{3}{2})^2+\frac{21\sqrt{2}}{8}$，

∵ $-\frac{\sqrt{2}}{2}<0$，∴当 $m=\frac{3}{2}$ 时，h 取最大值，最大值为 $\frac{21\sqrt{2}}{8}$，

∴点 Q 与线段 BC 的最大距离为：$\frac{21\sqrt{2}}{8}$．

28、(1) $2<AD<3$；(2) $AC \parallel BM$， $AC=BM$，证明见解析；(3) $EF=2AD$， $AD \perp EF$

【解析】（1）解：由题意可得：$AM=2AD$

$\because 4<AM<6$，$\therefore 2<AD<3$，

故答案为 $2<AD<3$；

（2）$AC \parallel BM$，理由如下

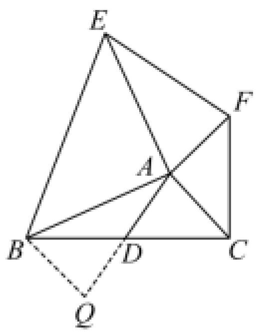
延长 AD 到 M 使 $DM=AD$，连接 BM

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线 $\therefore BD=CD$

在 $\triangle MDB$ 和 $\triangle ADC$ 中

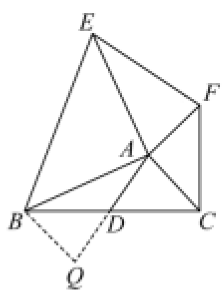
$$\begin{cases} BD=CD \\ \angle BDM=\angle CDA \\ DM=AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle MDB \cong \triangle ADC(\mathrm{SAS})$ $\therefore \angle BMD=\angle CAD$ $\therefore AC \parallel BM$， $AC=BM$；



（3） $EF=2AD$， $AD \perp EF$，理由如下

在下图中，延长 AD 到 Q 使得 $DQ=AD$，连接 BQ



由（2）知，$\triangle QDB \cong \triangle ADC(\mathrm{SAS})$ $\therefore \angle DBQ=\angle ACD$， $BQ=AC$

$\because AC=AF$ $\therefore BQ=AF$

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ$

$\therefore \angle BAC+\angle ABC+\angle DBQ=180^\circ$ $\therefore \angle BAC+\angle ABQ=180^\circ$

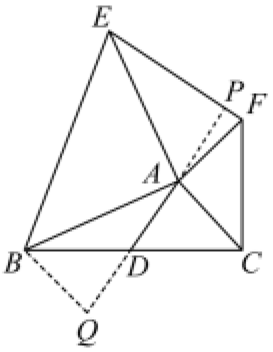
$\because \angle BAE=\angle FAC=90^\circ$ $\therefore \angle BAC+\angle EAF=180^\circ$ $\therefore \angle ABQ=\angle EAF$

在$\triangle ABQ$和$\triangle EAF$中

$$\begin{cases} AB = AE \\ \angle ABQ = \angle EAF \\ BQ = AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABQ \cong \triangle EAF(SAS)$ $\therefore AQ = EF$， $\angle BAQ = \angle AEF$

延长DA交EF于点P



$\because \angle BAE = 90°$， $\therefore \angle BAQ + \angle EAP = 90°$

$\therefore \angle AEF + \angle EAP = 90°$， $\therefore \angle APE = 90°$， $\therefore AD \perp EF$

$\because AD = DQ$， $\therefore AQ = 2AD$

$\because AQ = EF$， $\therefore EF = 2AD$

综上：$EF = 2AD$， $AD \perp EF$.