

七年级下学期期末真题模拟试卷

数学

姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____

注意事项：

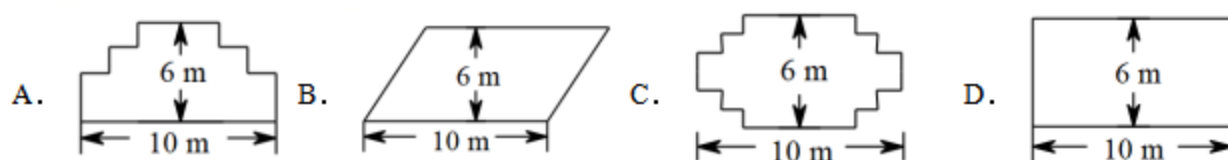
本试卷满分 100 分，考试时间 120 分钟，试题共 28 题。答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、班级等信息填写在试卷规定的位置

一、选择题（10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1.（2023·江苏常州·统考一模）下列各式中，运算结果等于 a^2 的是（ ）

- A. $a^3 - a$ B. $a + a$ C. $a \cdot a$ D. $a^4 + a^3$

2.（2022 秋·江苏镇江·七年级统考期末）一个木匠有 32m 长的木材，他想用这些木材围绕花园苗床做一个护栏。他为花园苗床设计了如图所示的四种方案，其中不能实现的方案是（ ）



3.（2023 春·江苏无锡·七年级统考期中）如果 $x^2 + 2x - 2 = 0$ ，那么代数式 $x(x+2)+3$ 的值是（ ）

- A. -5 B. 5 C. 3 D. -3

4.（2023 春·七年级单元测试）卡塔尔世界杯已经结束，阿根廷捧得大力神杯！我们知道，世界杯小组赛分成 8 个小组，每小组 4 个队，小组内进行单循环赛（两支球队间只比赛一场），已知胜一场积 3 分，平一场积 1 分，负一场积 0 分，小组赛结束后，积分前两名（相同积分比较净胜球）进入 16 强。

下表是世界杯 E 组积分表：

排名	球队	积分
1	日本	6
2	西班牙	4
3	德国	4
4	哥斯达黎加	?

如果本小组比赛中只有一场战平，根据此表，可以推断哥斯达黎加的积分是（ ）

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5.（2023 春·江苏徐州·七年级统考期中）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 20^\circ$ ，点 D 在边 AC 上（如图 1），

先将 $\triangle ABD$ 沿着 BD 翻折, 使点 A 落在点 A' 处, $A'B$ 交 AC 于点 E (如图 2), 再将 $\triangle BCE$ 沿着 BE 翻折, 点 C 恰好落在 BD 上的点 C' 处, 此时 $\angle C'EB = 66^\circ$ (如图 3), 则 $\angle ABC$ 的度数为 ()

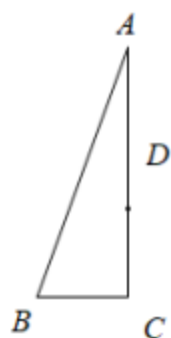


图1

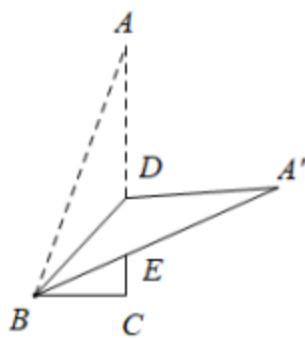


图2

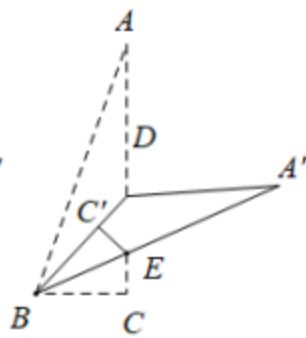


图3

- A. 66° B. 23° C. 46° D. 69°

6. (2023 春·江苏·七年级专题练习) 为了丰富学生的课余生活, 某校开展了丰富多彩的体育活动. 某班家长委员会为学生购买跳绳 30 元/根和 45 元/根的两种跳绳, 购买跳绳共花费 450 元钱, 两种跳绳都买的话, 共有 () 种购买方案.

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

7. (2023 春·江苏·七年级专题练习) 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{2x+1}{3} \geq x-1 \\ 2x > a+1 \end{cases}$ 有且只有 2 个整数解, 则符合要

求的所有整数 a 的和为 ()

- A. -7 B. -3 C. 0 D. 7

8. (2023 春·江苏·七年级专题练习) 幻方的历史很悠久, 传说最早出现在夏禹时代的“洛书”. 把洛书用今天的数学符号翻译出来, 就是一个三阶幻方 (如图 1), 将 9 个数填在 3×3 (三行三列) 的方格中, 如果满足每个横行、每个竖列、每条对角线上的三个数字之和都相等, 就得到一个广义的三阶幻方. 图 2 的方格中填写了一些数字和字母, 若能构成一个广义的三阶幻方, 则 $m^n =$ ()

4	9	2
3	5	7
8	1	6

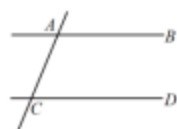
图 1

-4		n
m	2	-2

图 2

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

9. (2023 春·江苏南京·七年级统考期中) 如图, 已知直线 AB , CD 被直线 AC 所截, $AB \parallel CD$, E 是平面内任意一点 (点 E 不在直线 AB , CD , AC 上), 设 $\angle BAE = \alpha$, $\angle DCE = \beta$, 下列各式: ① $\alpha - \beta$, ② $\alpha + \beta$, ③ $180^\circ - \alpha - \beta$, ④ $360^\circ - \alpha - \beta$, $\angle AEC$ 的度数可能是 ()



- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③④

10. (2023 春·江苏·七年级专题练习) 喜迎二十大, 学校准备举行诗词大赛. 小颖积极报名并认真准备, 她想用 7 天的时间背诵若干首诗词, 背诵计划如下:

- ①将诗词分成 4 组, 第 1 组有 a 首、第 2 组有 b 首、第 3 组有 c 首、第 4 组有 d 首;
②对于第 i ($i=1,2,3,4$) 组诗词, 第 i 天背诵第一遍, 第 $(i+1)$ 天背诵第二遍, 第 $(i+3)$ 天背诵第三遍, 三遍后完成背诵, 其它天无需背诵;
③每天最多背诵 14 首, 最少背诵 4 首.

7 天后, 小颖背诵的诗词最多为 () 首.

- A. 21 B. 22 C. 23 D. 24

二、填空题 (8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

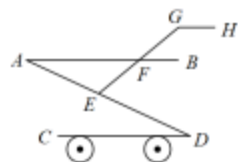
11. (2023 春·江苏·七年级专题练习) 有些真命题的逆命题也是真命题, 在你学过的命题中, 请写出一个这样的命题: _____.

12. (2023 春·江苏无锡·七年级宜兴市实验中学学校考期中) 若 $a > 0$, 且 $a^x = 5$, $a^y = 2$, 则 $a^{x-3y} =$ _____.

13. (2023 春·江苏·七年级校考期中) 关于 x, y 方程组 $\begin{cases} 3x+5y=m+2 \\ 2x+3y=m \end{cases}$ 满足 $5x+8y=6$, 则 $m =$ _____;

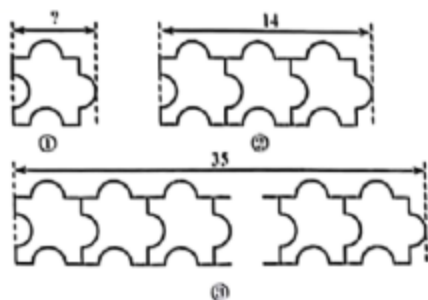
14. (2023 春·江苏宿迁·七年级统考期中) 已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边长, 且 a, b 满足 $|3-b| + a^2 - 12a + 36 = 0$, c 为奇数, 则 c 的取值为 _____.

15. (2023·江苏扬州·校考二模) 如图, 是一款手推车的平面示意图, 其中 $GH \parallel AB \parallel CD$, $\angle D = 25^\circ$, $\angle G = 140^\circ$, 则 $\angle GED =$ _____ 度.

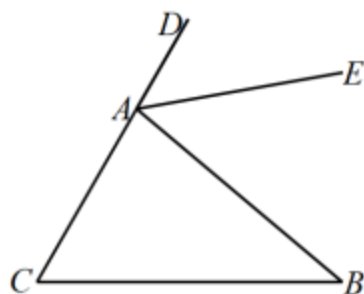


16. (2023 秋·江苏南京·八年级统考期末) 如图①, 有若干片相同的拼图, 若将其沿相同方向无缝隙拼

在一起，它们的底部位于同一条直线上．当分别用 3 片，10 片拼图拼时（如图②，③所示），对应的长度分别为 14，35（单位：cm），则图①中的拼图长_____cm．



17.（2023 春·江苏扬州·七年级校联考期中）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 40^\circ$ ， AE 平分 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle BAD$ ，射线 CF 将 $\angle ACB$ 分成 1:2 两部分．若 AE 、 CF 交于点 G ，则 $\angle AGC =$ _____．



18.（2023 春·江苏·七年级期末）已知 x ， y 同时满足 $x+3y=4-m$ ， $x-5y=3m$ ，若 $y>1-a$ ， $3x-5\geq a$ ，且 x 只能取两个整数，则 a 的取值范围是_____．

三、解答题（10 小题，共 64 分）

19.（2023 春·江苏扬州·七年级高邮市城北中学校考阶段练习）计算：

$$(1) 2022^0 + (-1)^{2023} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}; \quad (2) x \cdot x^5 - (2x^3)^2 + x^9 \div x^3.$$

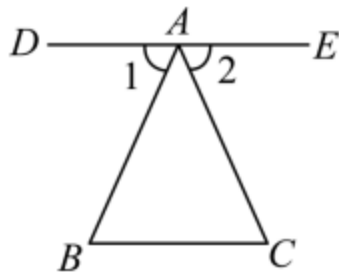
20.（2023 春·江苏·七年级专题练习）因式分解：

$$(1) -2x^3 + 12x^2 - 18x; \quad (2) 4a^2(a-b) + (b-a).$$

21.（2023 春·江苏·七年级专题练习）解方程组和不等式组：

$$(1) \begin{cases} x+2y=4 \\ x-y=1 \end{cases}; \quad (2) \begin{cases} 2x+1 > 7-x \\ x \leq \frac{x+3}{2} \end{cases}.$$

22. (2023 春·江苏·七年级专题练习) 如图, 有下列三个条件: ① $DE \parallel BC$; ② $\angle 1 = \angle 2$; ③ $\angle B = \angle C$.



(1) 若从这三个条件中任选两个作为题设, 另一个作为结论, 组成一个命题, 一共能组成几个命题? 请都写出来;

(2) 你所写出的命题都是真命题吗? 若是, 请你就其中的一个真命题给出推理过程; 若不是, 请你对其中的假命题举出一个反例 (温馨提示: $\angle B + \angle C + \angle BAC = 180^\circ$)

23. (2023 春·江苏·七年级专题练习) 合肥市某中学学生张强到某服装商场进行社会调查, 了解到该商场为了激励营业员的工作积极性, 实行“月总收入=基本工资+计件奖金”的方法 (即营业员月总收入由基本工资和计件金两部分构成), 并获得如下信息:

营业员 A: 月销售件数 200 件, 月总收入 4500 元;

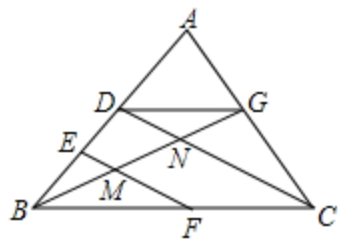
营业员 B: 月销售件数 300 件, 月总收入 5000 元.

假设营业员的月基本工资为 x 元, 销售每件服装奖励 y 元.

(1) 求 x 、 y 的值;

(2) 商场为了多销售服装, 对顾客推荐一种购买方式: 如果购买甲服装 3 件, 乙服装 2 件, 丙服装 1 件共需 1500 元; 如果购买甲服装 1 件, 乙服装 2 件, 丙服装 3 件共需 1620 元. 某顾客想购买甲、乙、丙服装各一件, 共需多少元?

24. (2023 春·江苏泰州·七年级校考阶段练习) 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 在边 AB 上, 点 F 在边 BC 上, 点 G 在边 AC 上, EF 、 CD 与 BG 交于 M 、 N 两点, $\angle ADG = 50^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$.

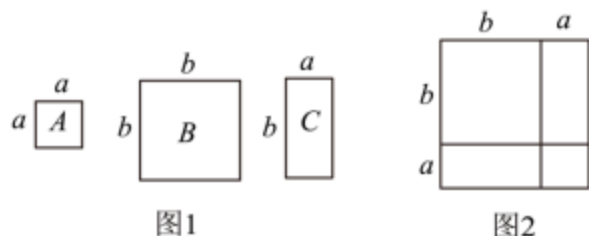


(1) 若 $\angle BMF + \angle GNC = 180^\circ$, CD 与 EF 平行吗? 为什么?

(2)在(1)的基础上,若 $\angle GDC=\angle EFB$, 试求 $\angle A$ 的度数.

25. (2023 春·江苏南京·七年级南京市竹山中学校考阶段练习)乘法公式的探究及应用.

数学活动课上,老师准备了若干个如图 1 所示的三种纸片, A 种纸片是边长为 a 的正方形, B 种纸片是边长为 b 的正方形, C 种纸片是长为 b ,宽为 a 的长方形,并用 A 种纸片一张, B 种纸片一张, C 种纸片两张拼成了如图 2 所示的大正方形.



(1)在用两种不同的方法求图 2 大正方形的面积时,我们可以发现代数式 $(a+b)^2$, a^2+b^2 , ab 之间的等量关系式;

(2)若小明想用图 1 中的三种纸片拼出一个面积为 $(2a+b)(a+b)$ 的大长方形,需要三种纸片_____张;

(3)根据(1)题中的等量关系,解决如下问题:

①已知 $a+b=6$, $a^2+b^2=26$, 求 ab 的值;

②已知 $(x-2021)^2+(x-2023)^2=48$, 求 $(x-2022)^2$ 的值.

26. (2023 春·江苏无锡·七年级宜兴市实验中学校考期中)【阅读理解】:

我们在分析解决某些数学问题时,经常要比较两个数或代数式的大小,解决问题的策略一般都是进行一定的转化,其中“作差法”就是常用的方法之一.作差法:就是通过作差变形,利用差的符号确定它们的大小.即要比较代数式 A 、 B 的大小,只要算 $A-B$ 的值,若 $A-B>0$,则 $A>B$;若 $A-B=0$,则 $A=B$;若 $A-B<0$,则 $A<B$.

【知识运用】:

(1)请用上述方法比较下列代数式的大小(直接在空格中填写答案):

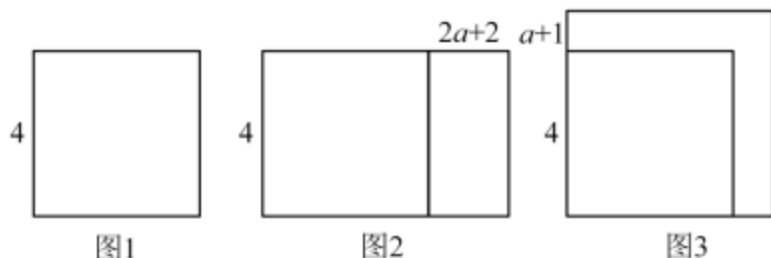
① $x+1$ _____ $x-3$; ②当 $x>y$ 时, $3x+5y$ _____ $2x+6y$; ③若 $a<b<0$,则 a^3 _____ ab^2 ;

(2) 试比较与 $2(3x^2+x+1)$ 与 $5x^2+4x-3$ 的大小，并说明理由；

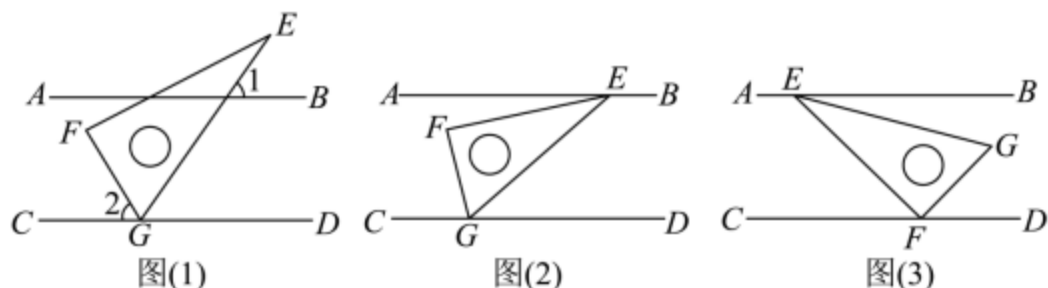
【类比运用】：

(3) 图 1 是边长为 4 的正方形，将正方形一边保持不变，另一组对边增加 $2a+2$ ($a>0$) 得到如图 2 所示的新长方形，此长方形的面积为 S_1 ；将正方形的边长增加 $a+1$ ，得到如图 3 所示的新正方形，此正方形的面积为 S_2 ；则 S_1 与 S_2 大小的关系为： $S_1 > S_2$ ；

(4) 已知 $A=20020 \times 20023$ ， $B=20021 \times 20022$ ，试运用上述方法比较 A 、 B 的大小，并说明理由。



27. (2023 春·江苏南通·七年级校考阶段练习) 在综合与实践课上，老师让同学们以“两条平行线 AB ， CD 和一块含 60° 角的直角三角尺 EFG ($\angle EFG=90^\circ$, $\angle EGF=60^\circ$)”为主题开展数学活动。

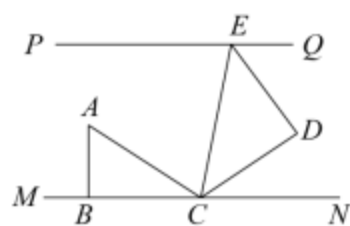


(1) 如图 (1)，若三角尺的 60° 角的顶点 G 放在 CD 上，若 $\angle 2=2\angle 1$ ，求 $\angle 1$ 的度数；

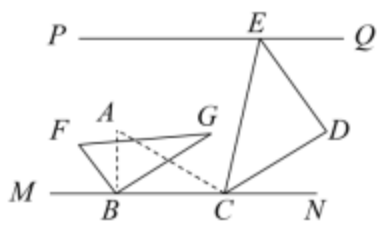
(2) 如图 (2)，小颖把三角尺的两个锐角的顶点 E 、 G 分别放在 AB 和 CD 上，请你探索并说明 $\angle AEF$ 与 $\angle FGC$ 间的数量关系；

(3) 如图 (3)，小亮把三角尺的直角顶点 F 放在 CD 上， 30° 角的顶点 E 落在 AB 上。若 $\angle AEG=\alpha$ ， $\angle CFG=\beta$ ，则 $\angle AEG$ 与 $\angle CFG$ 的数量关系是什么？用含 α 、 β 的式子表示（不写理由）。

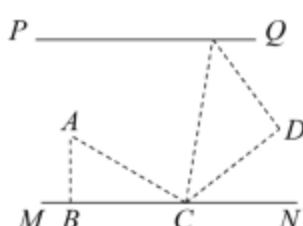
28. (2023 春·江苏无锡·七年级校联考期中) 如图, 直线 $PQ \parallel MN$, 一副三角板 ($\angle ABC = \angle CDE = 90^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle DCE = \angle DEC = 45^\circ$) 按如图①放置, 其中点 E 在直线 PQ 上, 点 B, C 均在直线 MN 上, 且 CE 平分 $\angle ACN$.



图①



图②



图③

(1) 求 $\angle DEQ$ 的度数;

(2) 如图②, 若将 $\triangle ABC$ 绕 B 点以每秒 5° 的速度按逆时针方向旋转 (A, C 的对应点分别为 F, G). 设旋转时间为 t 秒 ($0 \leq t \leq 36$);

① 在旋转过程中, 若边 $BG \parallel CD$, 求 t 的值;

② 若在 $\triangle ABC$ 绕 B 点旋转的同时, $\triangle CDE$ 绕 E 点以每秒 4° 的速度按顺时针方向旋转. 请直接写出旋转过程中 $\triangle CDE$ 有一边与 BG 平行时 t 的值.

参考答案

一、选择题（10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1、C

【分析】根据合并同类项和同底数幂的运算法则，逐个进行判断即可．

【详解】解：A、 $a^3 - a$ 不是同类项，不能进行合并，故 A 不符合题意；

B、 $a + a = 2a$ ，故 B 不符合题意；

C、 $a \cdot a = a^2$ ，故 C 符合题意；

D、 $a^4 + a^3$ 不是同类项，不能进行合并，故 D 不符合题意；

故选：C．

【点睛】本题主要考查了同底数幂的乘法以及合并同类项，解题的关键是掌握同底数幂相乘，底数不变，指数相加；合并同类项，字母和相同字母指数不变，只把系数相加减．

2、B

【分析】分别求出各个图形的周长与 32m 进行比较即可得出答案．

【详解】解：A、C．两个选项中的图形相当于长为 10m，宽为 6m 的长方形，因此其周长为

$2 \times (6 + 10) = 32(\text{m})$ ，与木材的长度相同，能够实现，故 A、C 不符合题意；

B．由于直线外一点到直线上各个点的连线中，垂线段最短，因此图中四边形的一条边长为 10m，另一条边长大于 6m，则四边形的周长大于 32m，大于木材的长度，不可能实现，故 B 符合题意；

D．图中的图形为长方形，周长为 $2 \times (6 + 10) = 32(\text{m})$ ，与木材的长度相同，能够实现，故 D 不符合题意．

【点睛】本题主要考查了图形周长的计算，垂线段最短，解题的关键是熟练掌握垂线段最短．

3、B

【分析】根据 $x^2 + 2x - 2 = 0$ ，可得 $x^2 + 2x = 2$ ，而 $x(x+2) + 3 = x^2 + 2x + 3$ ，整体代入即可求解．

【详解】 $\because x^2 + 2x - 2 = 0$ ，

$\therefore x^2 + 2x = 2$ ，

$\therefore x(x+2) + 3 = x^2 + 2x + 3 = 2 + 3 = 5$

故选：B．

【点睛】本题考查了已知式子的值求解代数式的值以及因式分解的知识，掌握将 $x^2 + 2x - 2 = 0$ 变形为 $x^2 + 2x = 2$ 整体代入计算是解题的关键．

4、D

【分析】根据题意可得小组内每个队进行 3 场比赛，一共进行了 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ 场，再由表格可得日本队，西班牙队，德国队的胜负情况，即可求解．

【详解】解：根据题意得：小组内每个队进行 3 场比赛，一共进行了 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ 场，

∵日本队得 6 分，

∴日本队胜 2 场，负 1 场，

∵西班牙队得 4 分，

∴西班牙队胜 1 场，平 1 场，负 1 场，

∵德国队得 4 分，

∴德国队胜 1 场，平 1 场，负 1 场，

∴哥斯达黎加队可以是胜 1 场，负 2 场，也可以是平 2 场，负 1 场，

∵本小组比赛中只有一场战平，那就是西班牙队和德国队战平，

∴斯达黎加队胜 1 场，负 2 场，

∴哥斯达黎加的积分是 3 分．

故选：D

【点睛】本题主要考查了逻辑推理，明确题意，准确得到日本队，西班牙队，德国队的胜负情况是解题的关键．

5、D

【分析】根据翻折后对应角相等得到 $\angle ABC' = \angle C'BE = \angle EBC = \frac{1}{3} \angle ABC$ ，利用已知条件和三角形的内角和等于 180° ，建立等量关系可求 $\angle ABC$ 的度数．

【详解】解：由题意可得 $\angle ABC' = \angle C'BE = \angle EBC = \frac{1}{3} \angle ABC$ ， $\angle C'EB = \angle CEB = 66^\circ$ ，

设 $\angle ABC = x$ ，则 $\angle ABC' = \angle C'BE = \angle EBC = \frac{1}{3}x$ ，

∵三角形的内角和等于 180° ，

∴在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A + \angle ABC = 180^\circ - \angle C$ ，即 $20^\circ + x = 180^\circ - \angle C$ ；

在 $\triangle BCE$ 中， $\angle CEB + \angle CBE = 180^\circ - \angle C$ ，即 $66^\circ + \frac{1}{3}x = 180^\circ - \angle C$ ；

∴ $20^\circ + x = 66^\circ + \frac{1}{3}x$ ，

解得： $x = 69^\circ$ ，

故选：D．

【点睛】本题考查翻折后对应角相等，利用三角形的内角和等于 180° ，设未知数并建立等量关系是解

题的关键，本题的难点是 $\angle C$ 是两个三角形的公共角，由此列方程求解．

6、C

【分析】设购买 30 元/根的跳绳 x 根，45 元/根的跳绳 y 根，根据共花费 450 元钱列二元一次方程解答即可．

【详解】解：设购买 30 元/根的跳绳 x 根，45 元/根的跳绳 y 根，依题意有：

$$30x + 45y = 450, \text{ 即 } 2x + 3y = 30,$$

$\because x, y$ 均为正整数，

$$\therefore x = 3, y = 8 \text{ 或 } x = 6, y = 6 \text{ 或 } x = 9, y = 4 \text{ 或 } x = 12, y = 2,$$

共有 4 种购买方案．

故选：C．

【点睛】此题考查了二元一次方程的应用，二元一次方程的解，正确理解题意是解题的关键．

7、D

【分析】分别表示出不等式组两不等式的解集，找出两解集的公共部分表示出不等式组的解集，由不等式组有且只有 2 个整数解确定出 a 的范围，进而求出整数 a 的值，求出和即可．

$$\text{【详解】解：} \begin{cases} \frac{2x+1}{3} \geq x-1 \text{ ①} \\ 2x > a+1 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①，得 $x \leq 4$ ，

解不等式②，得 $x > \frac{a+1}{2}$ ，

所以不等式组的解集为： $\frac{a+1}{2} < x \leq 4$ ，

$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{2x+1}{3} \geq x-1 \\ 2x > a+1 \end{cases}$ 有且只有 2 个整数解，

$$\therefore 2 \leq \frac{a+1}{2} < 3,$$

解得 $3 \leq a < 5$ ，

$\therefore a$ 为整数，

$\therefore a$ 为 3, 4，

$\therefore$ 和为 $3+4=7$ ，

故选：D．

【点睛】本题考查了根据不等式组的解集求参数，根据不等式的解集得出参数 a 的取值范围是解本题的关键．

8、A

【分析】根据三阶幻方中的数字列方程求解即可。

【详解】解：由题意知， $-4+2=n+(-2)$ ，

解得 $n=0$ ，

$-4+m=n+2$ ，

即 $-4+m=2$ ，

解得 $m=6$ ，

$\therefore m^n = 6^0 = 1$

故选：A。

【点睛】本题主要考查一元一次方程的知识以及零指数幂，熟练根据三阶幻方列方程求解是解题的关键。

9、D

【分析】根据点E有6种可能位置，分情况进行讨论，依据平行线的性质进行计算求解即可。

【详解】解：如图1，过E作 $GH \parallel AB$ ，则由 $AB \parallel CD$ ，可得 $GH \parallel CD$

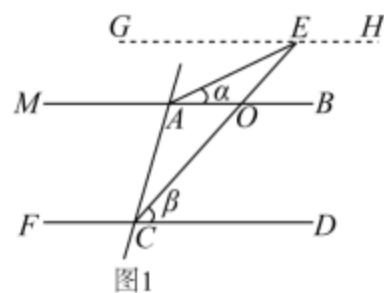


图1

$\therefore \angle GEC = \angle DCE = \beta$ ， $\angle GEA = \angle BAE = \alpha$ ，

$\therefore \angle AEC = \angle GEC - \angle GEA = \beta - \alpha$ 。

如图2，同理可得 $\angle AEC = \angle GEA - \angle GEC = \alpha - \beta$ 。故①有可能，

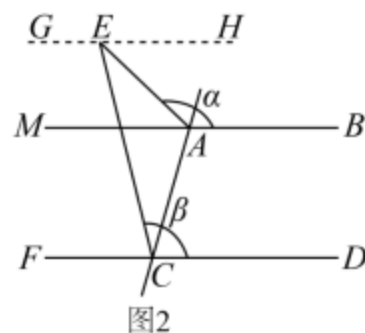


图2

如图3，同理可得 $\angle AEC = \angle GEA + \angle GEC = \alpha + \beta$ 。故②有可能，

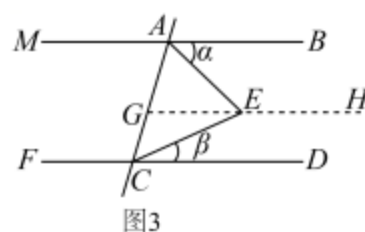


图3

其中：当 $\angle AEC = \alpha + \beta = 90^\circ$ 时， $\angle AEC = 180^\circ - \alpha - \beta = 90^\circ$ ，故③有可能，

如图4，同理可得 $\angle AEC = 360^\circ - (\angle GEA + \angle GEC) = 360^\circ - \alpha - \beta$ ，故④有可能，

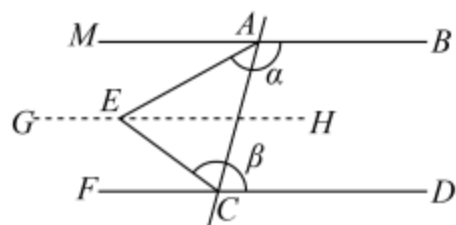


图4

如图5，同理可得 $\angle AEC = \angle GEC - \angle GEA = \beta - \alpha$ 。

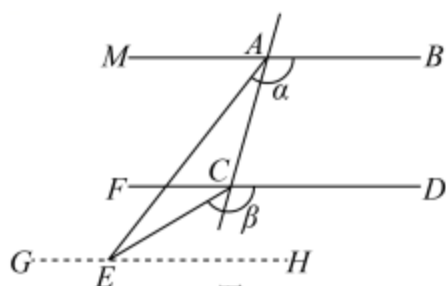


图5

如图6，同理可得 $\angle AEC = \angle GEA - \angle GEC = \alpha - \beta$ 。

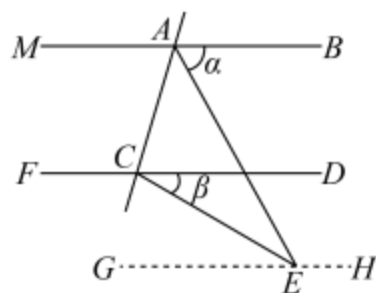


图6

综上所述，①②③④均有可能。

故选：D

【点睛】本题主要考查了平行线的性质和判定的运用，解题时需注意：两直线平行，同位角相等；两直线平行，内错角相等。

10、C

【分析】根据题意列不等式，即可得到结论。

【详解】∵每天最多背诵14首，最少背诵4首，

第1组有*a*首、第2组有*b*首、第3组有*c*首、第4组有*d*首；

②对于第*i* (*i*=1,2,3,4)组诗词，第*i*天背诵第一遍，第(*i*+1)天背诵第二遍，第(*i*+3)天背诵第三遍，三遍后完成背诵，其它天无需背诵；即

	第1天	第2天	第3天	第4天	第5天	第6天	第7天
第1组	a	a		a			
第2组		b	b		b		
第3组			c	c		c	
第4组				d	d		d

∴由第2天,第3天,第4天,第5天得,

$$a+b \leq 14 \text{①}, b+c \leq 14 \text{②}, a+c+d=14 \text{③}, b+d \leq 14 \text{④},$$

$$\text{①}+\text{②}+2 \times \text{③}+\text{④} \leq 70 \text{ 得, } a+b+b+c+2(a+c+d)+b+d \leq 70,$$

$$\therefore 3(a+b+c+d) \leq 70,$$

$$\therefore a+b+c+d \leq 23 \frac{1}{3},$$

7天后背诵 $a+b+c+d$ 首,取整数解即 23

∴7天后,小云背诵的诗词最多为 23 首,

故答案为:23.

【点睛】本题考查了规律型:数字的变化类,不等式的应用,正确的理解题意是解题的关键.

二、填空题(8小题,每小题2分,共16分)

11、两直线平行,同位角相等(答案不唯一).

【分析】根据学过的真命题解答即可.

【详解】两直线平行,同位角相等是真命题,它的逆命题为:同位角相等,两直线平行也是真命题.

故答案为:两直线平行,同位角相等(答案不唯一).

【点睛】本题考查了逆命题与真命题的知识,如果一个命题的题设和结论分别是另一个命题的结论和题设,那么这两个命题叫做互逆命题,其中一个命题叫做另一个命题的逆命题.

12、 $\frac{5}{8}/0.625$

【分析】把 a^{x-3y} 化为 $a^x \div (a^y)^3$, 再把 $a^x = 5$, $a^y = 2$ 代入进行计算即可.

【详解】解: $\because a^x = 5$, $a^y = 2$,

$$\therefore a^{x-3y} = a^x \div (a^y)^3 = 5 \div 2^3 = 5 \div 8 = \frac{5}{8};$$

故答案为: $\frac{5}{8}$.

【点睛】本题考查的是同底数幂的除法的逆应用,幂的乘方的逆应用,掌握“幂的运算的逆运算法则”

是解本题的关键.

13、2

【分析】①+②得 $5x+8y=2m+2$ ，结合题意，得到 $2m+2=6$ ，再解方程即可求解.

【详解】解：
$$\begin{cases} 3x+5y=m+2 \textcircled{1} \\ 2x+3y=m \textcircled{2} \end{cases},$$

①+②得 $5x+8y=2m+2$ ，

$\therefore 5x+8y=6$ ，

$\therefore 2m+2=6$ ， $\therefore m=2$ ，

故答案为：2.

【点睛】此题考查了二元一次方程组的解，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

14、5 或 7/7 或 5

【分析】由题意知 $|3-b|+(a-6)^2=0$ ，即 $3-b=0$ ， $a-6=0$ ，解得 $a=6$ ， $b=3$ ，根据 a 、 b 、 c 为 $\triangle ABC$ 的三边长，可得 $a+b>c>a-c$ ，即 $9>c>3$ ，根据 c 为奇数确定 c 值即可.

【详解】解： $\therefore |3-b|+a^2-12a+36=0$ ，

$\therefore |3-b|+(a-6)^2=0$ ，

即 $3-b=0$ ， $a-6=0$ ，

解得 $a=6$ ， $b=3$ ，

$\therefore a$ 、 b 、 c 为 $\triangle ABC$ 的三边长，

$\therefore a+b>c>a-c$ ，即 $9>c>3$ ，

$\therefore c$ 为奇数，

$\therefore c$ 的取值为 5 或 7，

故答案为：5 或 7.

【点睛】本题考查了完全平方公式，绝对值的非负性，三角形的三边的关系. 解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用.

15、65

【分析】延长 GE 交 CD 于点 M ，由 $GH \parallel CD$ 求出 $\angle DME=40^\circ$ ，然后利用三角形外角的性质求解即可.

【详解】延长 GE 交 CD 于点 M ，

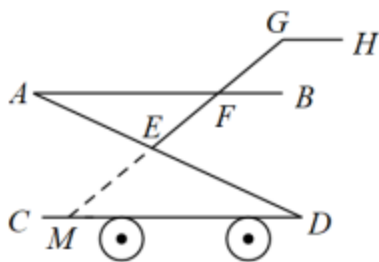
$\therefore GH \parallel CD$ ， $\angle G=140^\circ$ ，

$\therefore \angle DME=180^\circ-140^\circ=40^\circ$.

$\therefore \angle D=25^\circ$ ，

$$\therefore \angle GED = \angle DME + \angle D = 40^\circ + 25^\circ = 65^\circ .$$

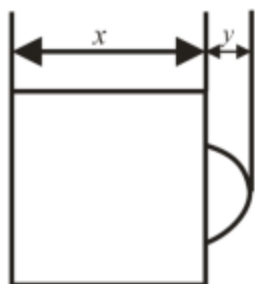
故答案为：65．



【点睛】本题考查了平行线的性质，三角形外角的性质，正确作出辅助线是解答本题的关键．

16、8

【分析】拼图由长方形部分和半圆突出部分，利用二元一次方程解出即可．



【详解】

如图，设每个拼图的长由 x 和 y 两部分组成，则根据图二和图三可列出两个方程：

$$\begin{cases} 3x + y = 14 \\ 10x + y = 35 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

所以拼图长为： $x + y = 3 + 5 = 8$

故答案为：8

【点睛】本题考查二元一次方程在图形中的应用，找到等量关系是本题关键．

17、 10° 或 30°

【分析】先根据三角形外角的性质得到 $\angle BAD = 100^\circ$ ，再由角平分线的定义得到 $\angle DAE = 50^\circ$ ，再分当 CF 靠近 AC 时，当 CF 靠近 BC 时，两种情况利用三角形外角的性质求解即可．

【详解】解： $\because \angle ACB = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAD = \angle ACB + \angle ABC = 100^\circ ,$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$ ，

$$\therefore \angle DAE = \frac{1}{2} \angle BAD = 50^\circ ;$$

如图1所示，当 CF 靠近 AC 时，

$\because$ 射线 CF 将 $\angle ACB$ 分成1:2两部分，

$$\therefore \angle ACF = \frac{1}{3} \angle ACB = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AGC = \angle DAE - \angle ACF = 30^\circ;$$

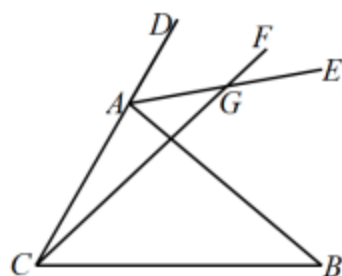


图1

同理如图2所示，当 CF 靠近 BC 时， $\angle AGC = 10^\circ$ ；

综上所述， $\angle AGC$ 的度数为 10° 或 30° ，

故答案为： 10° 或 30° 。

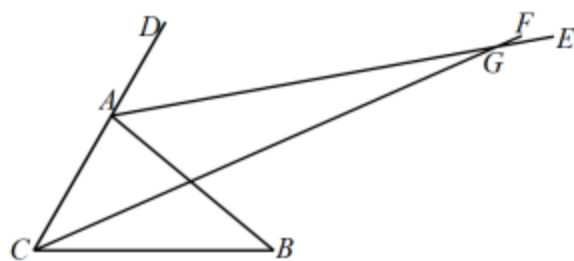


图2

【点睛】 本题主要考查了三角形外角的性质，角平分线的定义，熟知三角形一个外角的度数等于与其不相邻的两个内角的度数之和是解题的关键。

18、 $2 < a \leq 3$ 或 $a > 2$

【分析】 设两个整数为 n ， $n+1$ ，利用 a 这个量交叉传递，得到 n 的值，从而求解。

【详解】 解：由 $x+3y=4-m$ ①与 $x-5y=3m$ ②进行如下运算：

$$\text{①} \times 3 + \text{②} \text{ 得到：} 4x+4y=12,$$

$$\therefore x+y=3,$$

$$\therefore y=3-x,$$

$$\because y > 1-a, \quad 3x-5 \geq a,$$

$$\therefore \begin{cases} 3-x > 1-a \\ 3x-5 \geq a \end{cases},$$

$$\text{故} \begin{cases} x < a+2 \\ x \geq \frac{a+5}{3} \end{cases},$$

$\therefore x$ 只能取两个整数，

故令整数的值为 $n, n+1$ ，

$$\text{则 } n-1 < \frac{a+5}{3} \leq n, \quad n+1 < a+2 \leq n+2,$$

$$\text{故} \begin{cases} n-1 < a \leq n \\ 3n-8 < a \leq 3n-5 \end{cases},$$

$$\therefore n-1 < 3n-5, \text{ 且 } 3n-8 < n,$$

$$\therefore 2 < n < 4,$$

$$\therefore n=3,$$

$$\therefore \begin{cases} 2 < a \leq 3 \\ 1 < a \leq 4 \end{cases}$$

$$\therefore 2 < a \leq 3$$

【点睛】本题考查二元一次方程组，不等式组的解集，能够熟练地进行等量代换是解决本题的关键。

三、解答题（10 小题，共 64 分）

$$19. \quad (1) 2 \quad (2) -2x^6$$

【分析】（1）根据零指数幂，有理数的乘方，负整数指数幂进行计算即可求解；

（2）根据同底数幂的乘法、积的乘方，同底数幂的除法进行计算即可求解。

$$\text{【详解】(1) 解：} 2022^0 + (-1)^{2023} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$= 1 - 1 + 2$$

$$= 2;$$

$$(2) \text{ 解：} x \cdot x^5 - (2x^3)^2 + x^9 \div x^3$$

$$= x^6 - 4x^6 + x^6$$

$$= -2x^6.$$

【点睛】本题考查了零指数幂，有理数的乘方，负整数指数幂，同底数幂的乘法、积的乘方，同底数幂的除法，熟练掌握以上运算法则是解题的关键。

$$20. \quad (1) -2x(x-3)^2 \quad (2) (a-b)(2a+1)(2a-1)$$

【分析】（1）先提取公因式 $-2x$ ，再运用完全平方公式继续分解即可；

（2）先提取公因式 $(a-b)$ ，再运用平方差公式继续分解即可。

【详解】(1) 解: $-2x^3 + 12x^2 - 18x$

$$= -2x(x^2 - 6x + 9)$$

$$= -2x(x-3)^2;$$

(2) 解: $4a^2(a-b) + (b-a)$

$$= (a-b)(4a^2 - 1)$$

$$= (a-b)(2a+1)(2a-1).$$

【点睛】 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解, 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

$$21. \quad (1) \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \quad (2) 2 < x \leq 3$$

【分析】(1) 用加减消元法即可求解;

(2) 先分别解出两个不等式, 再根据“同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到”写出不等式组的解集即可.

【详解】(1) 解: $\begin{cases} x+2y=4 \textcircled{1} \\ x-y=1 \textcircled{2} \end{cases},$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 得: } 3y = 3,$$

$$\text{解得: } y = 1,$$

$$\text{把 } y=1 \text{ 代入 } \textcircled{2} \text{ 得: } x-1=1,$$

$$\text{解得: } x=2,$$

$$\text{则方程组的解为: } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases};$$

$$(2) \text{ 解: } \begin{cases} 2x+1 > 7-x \textcircled{1} \\ x \leq \frac{x+3}{2} \textcircled{2} \end{cases},$$

$$\text{由 } \textcircled{1} \text{ 得: } x > 2,$$

$$\text{由 } \textcircled{2} \text{ 得: } x \leq 3,$$

$$\text{则不等式组的解集为: } 2 < x \leq 3.$$

【点睛】 本题主要考查了解二元一次方程组 and 一元一次不等式组, 解题的关键是掌握解二元一次方程组的核心思想为消元, 求一元一次不等式组的解集口诀“同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到”.

22. (1)一共能组成三个命题，见解析

(2)都是真命题，推理见解析

【分析】(1) (1) 根据两条件一结论组成命题，可得答案；

(2) 根据平行线的性质，可判定①②，根据平行线的判定，可判定③，即可

【详解】(1) 解：一共能组成三个命题：

①如果 $DE \parallel BC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，那么 $\angle B = \angle C$ ；

②如果 $DE \parallel BC$ ， $\angle B = \angle C$ ，那么 $\angle 1 = \angle 2$ ；

③如果 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle B = \angle C$ ，那么 $DE \parallel BC$ ；

(2) 解：都是真命题，

如果 $DE \parallel BC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，那么 $\angle B = \angle C$ ，

理由如下： $\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle B, \angle 2 = \angle C$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle B = \angle C.$$

如果 $DE \parallel BC$ ， $\angle B = \angle C$ ，那么 $\angle 1 = \angle 2$ ；

理由如下： $\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle B, \angle 2 = \angle C,$$

$$\because \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2;$$

如果 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle B = \angle C$ ，那么 $DE \parallel BC$ ；

理由如下： $\because \angle B + \angle C + \angle BAC = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle BAC,$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \angle BAC,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = \angle 1 + \angle 2,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2, \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle B = \angle 1,$$

$$\therefore DE \parallel BC.$$

【点睛】本题考查了平行线的判定与性质，判断命题的真假，熟练掌握平行线的判定与性质是解题的关键。

23. (1) $\begin{cases} x=3500 \\ y=5 \end{cases}$ (2) 780 元

【分析】(1) 设营业员的月基本工资为 x 元，销售每件服装奖励 y 元，根据题意列出二元一次方程组，解方程组即可求解；

(2) 设购买一件甲服装需要 a 元，购买一件乙服装需要 b 元，购买一件丙服装需要 c 元，根据题意列出三元一次方程组，得出 $a+b+c=780$ ，即可求解。

【详解】(1) 解：设营业员的月基本工资为 x 元，销售每件服装奖励 y 元，

根据题意得： $\begin{cases} x+200y=4500 \\ x+300y=5000 \end{cases}$ ，

$$\begin{cases} x=3500 \\ y=5 \end{cases}$$
，

(2) 解：设购买一件甲服装需要 a 元，购买一件乙服装需要 b 元，购买一件丙服装需要 c 元，

根据题意得： $\begin{cases} 3a+2b+c=1500 \\ a+2b+3c=1620 \end{cases}$ ，

$(①+②) \div 4$ ，得： $a+b+c=780$ 。

答：购买甲、乙、丙服装各一件共需 780 元。

【点睛】本题考查了二元一次方程组的应用，三元一次方程组的应用，根据题意列出方程组是解题的关键。

24. (1) 平行，理由见解析 (2) 70°

【分析】(1) 证明 $\angle GNC = \angle NMF$ ，可以判定 $CD \parallel EF$ ；

(2) 证明 $DG \parallel BC$ ，再根据两直线平行，同位角相等可得 $\angle ADG = \angle ABC = 50^\circ$ ， $\angle AGD = \angle ACB = 60^\circ$ ，再根据三角形内角和定理即可解答。

【详解】(1) 解： $CD \parallel EF$ ，理由：

$$\because \angle BMF + \angle GNC = 180^\circ, \angle BMF + \angle NMF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle GNC = \angle NMF,$$

$$\therefore CD \parallel EF;$$

$$(2) \because CD \parallel EF,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle EFB,$$

$$\because \angle GDC = \angle EFB,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle GDC,$$

$$\therefore DG \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADG = \angle ABC = 50^\circ, \angle AGD = \angle ACB = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ.$$

【点睛】此题主要考查了平行线的判定与性质以及三角形内角和，关键是掌握平行线的性质定理和判定定理.

$$25. (1)(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (2)6 \quad (3)①5; ②23$$

【分析】(1) 利用图2大正方形的面积等于4部分面积之和解答即可；

(2) 利用多项式乘多项式的法则运算，观察 ab 的系数即可得出结论；

(3) ①利用(1)中等式，根据整体代入的方法解答即可；

②设 $a = x - 2022$ ，利用换元思想方法和完全平方公式解答即可.

【详解】(1) 解： $\because$ 图2大正方形的面积等于4部分面积之和，

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$\therefore \text{代数式 } (a+b)^2, a^2 + b^2, ab \text{ 之间的等量关系式为: } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(2) \text{ 解: } (2a+b)(a+b) = 2a^2 + 3ab + b^2,$$

$$\therefore \text{需要 } A \text{ 种纸片 } 2 \text{ 张, } B \text{ 种纸片 } 1 \text{ 张, } C \text{ 种纸片 } 3 \text{ 张,}$$

$$\therefore \text{需要三种纸片 } 6 \text{ 张,}$$

故答案为: 6;

$$(3) \text{ 解: } ① (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$\therefore ab = \frac{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)}{2}$$

$$= \frac{6^2 - 26}{2}$$

$$= \frac{36 - 26}{2}$$

$$= 5;$$

$$② \text{ 设 } a = x - 2022, \text{ 则 } x - 2021 = a + 1, x - 2023 = a - 1,$$

$$\therefore (x - 2021)^2 + (x - 2023)^2 = 48,$$

$$\therefore (a + 1)^2 + (a - 1)^2 = 48.$$

$$\therefore a^2 + 2a + 1 + a^2 - 2a + 1 = 48,$$

$$\therefore 2a^2 = 46,$$

$$\therefore a^2 = 23,$$

$$\therefore (x-2022)^2 = 23.$$

【点睛】本题主要考查了完全平方公式，完全平方公式的几何背景，多项式乘多项式，熟练掌握完全平方公式和多项式乘多项式的法则是解题的关键。

26.

(1) $>$; $>$; $<$; (2) $2(3x^2+x+1) > 5x^2+4x-3$; (3) $<$; (4) $A < B$, 理由见解析

【分析】(1) ①用 $x+1$ 减去 $x-3$, 将所得的差再和 0 比较大小, 即可判断; ②用 $3x+5y$ 减去 $2x+6y$, 再结合 $x > y$, 将所得的差再和 0 比较大小, 即可判断; ③用 a^3 减去 ab^2 , 然后变形为 $a(a+b)(a-b)$, 再结合 $a < b < 0$, 即可判断;

(2) 先求出 $2(3x^2+x+1)$ 与 $5x^2+4x-3$ 的差, 再变形为 $(x-1)^2+4$, 即可判断;

(3) 根据图形表示出新长方形的面积 S_1 和新正方形的面积 S_2 , 再利用作差法比较即可;

(4) 设 $a=20020$, 则 $A=a(a+3)$, $B=(a+1)(a+2)$, 用 A 减去 B , 再和 0 比较大小, 即可判断.

【详解】解: (1) ① $\because (x+1)-(x-3)=x+1-x+3=4 > 0$,

$$\therefore x+1 > x-3;$$

$$\textcircled{2} \because (3x+5y)-(2x+6y)=3x+5y-2x-6y=x-y,$$

$$\text{又} \because x > y,$$

$$\therefore x-y > 0,$$

$$\therefore 3x+5y > 2x+6y;$$

$$\textcircled{3} \because a^3-ab^2=a(a^2-b^2)=a(a+b)(a-b),$$

$$\text{又} \because a < b < 0,$$

$$\therefore a+b < 0, \quad a-b < 0,$$

$$\therefore a(a+b)(a-b) < 0,$$

$$\therefore a^3 < ab^2;$$

故答案为: $>$; $>$; $<$;

$$(2) \quad 2(3x^2+x+1)-(5x^2+4x-3)$$

$$= x^2-2x+5$$

$$= (x-1)^2+4$$

$$\because (x-1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore (x-1)^2 + 4 \geq 4 > 0,$$

$$\therefore 2(3x^2 + x + 1) - 5x^2 + 4x - 3 > 0,$$

$$\therefore 2(3x^2 + x + 1) > 5x^2 + 4x - 3;$$

(3) $\because$ 新长方形的长为 $(2a+6)$ ，宽为 4，

$$\therefore \text{新长方形的面积 } S_1 = 4(2a+6),$$

$$\because \text{新正方形的长为 } (a+5),$$

$$\therefore \text{新正方形的面积 } S_2 = (a+5)^2,$$

$$\therefore S_1 - S_2 = 4(2a+6) - (a+5)^2$$

$$= 8a + 24 - (a^2 + 10a + 25)$$

$$= 8a + 24 - a^2 - 10a - 25$$

$$= -a^2 - 2a - 1,$$

$$= -(a+1)^2,$$

$$\because a > 0,$$

$$\therefore (a+1)^2 > 0,$$

$$\therefore -(a+1)^2 < 0,$$

$$\therefore S_1 < S_2,$$

故答案为：<；

(4) $A < B$ ，理由如下：

设 $a = 20020$ ，则 $A = a(a+3)$ ， $B = (a+1)(a+2)$ ，

$$\therefore A - B = a(a+3) - (a+1)(a+2)$$

$$= a^2 + 3a - (a^2 + 3a + 2)$$

$$= -2 < 0,$$

$$\therefore A < B.$$

【点睛】本题探索了比较两个数或代数式的大小时常采用的“作差法”，考查了整式的混合运算，有理数的混合运算，不等式的性质，长方形和正方形的面积等知识．读懂方法，利用所学知识和方法计算

化简是解题的关键.

27. (1) 40° (2) $\angle AEF + \angle FGC = 90^\circ$ (3) $\alpha + \beta = 300^\circ$

【分析】

(1) 根据平行线的性质可知 $\angle 1 = \angle EGD$, 依据 $\angle 2 + \angle FGE + \angle EGD = 180^\circ$, 可求解 $\angle 1$ 的度数;

(2) 过点 F 作 $FP \parallel AB$, 易得 $FP \parallel AB \parallel CD$, 通过平行线的性质把 $\angle AEF$ 和 $\angle FGC$ 转化到 $\angle EFG$ 上即可;

(3) 依据 $AB \parallel CD$, 可知 $\angle AEF + \angle CFE = 180^\circ$, 再代入 $\angle AEF = \alpha - 30^\circ$, $\angle CFE = \beta - 90^\circ$, 即可求出 $\alpha + \beta = 300^\circ$.

【详解】(1)

解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 1 = \angle EGD.$$

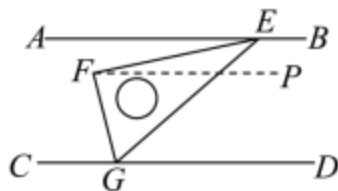
$$\because \angle 2 + \angle FGE + \angle EGD = 180^\circ, \quad \angle 2 = 2\angle 1,$$

$$\therefore 2\angle 1 + 60^\circ + \angle 1 = 180^\circ,$$

解得 $\angle 1 = 40^\circ$;

(2)

如图, 过点 F 作 $FP \parallel AB$,



图(2)

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore FP \parallel AB \parallel CD.$$

$$\therefore \angle AEF = \angle EFP, \quad \angle FGC = \angle GFP.$$

$$\therefore \angle AEF + \angle FGC = \angle EFP + \angle GFP = \angle EFG.$$

$$\because \angle EFG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF + \angle FGC = 90^\circ;$$

(3)

$\alpha + \beta = 300^\circ$. 理由如下:

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AEF + \angle CFE = 180^\circ.$$

$$\text{即 } \alpha - 30^\circ + \beta - 90^\circ = 180^\circ,$$

整理得 $\alpha + \beta = 180^\circ + 120^\circ = 300^\circ$.

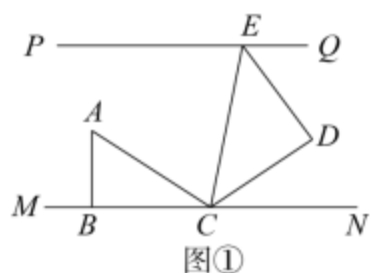
【点睛】本题主要考查了平行线的性质，平行线的性质是几何中角度转化的重要依据，对于两平行线间有折线的问题，一般在“拐点”处作平行线转化角.

28. (1) 60° (2) ① 6; ② $\frac{10}{3}$ 或 $\frac{70}{3}$

【分析】(1) 如图，先求解 $\angle ACN = 180^\circ - \angle ACB = 150^\circ$ ， $\angle ECN = \frac{1}{2} \angle ACN = 75^\circ$ ，由 $PQ \parallel MN$ ，可得 $\angle QEC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ ，从而可得答案；

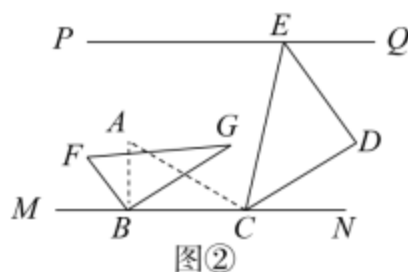
(2) ①如图，由 $BG \parallel CD$ ，可得 $\angle GBC = \angle DCN$ ，可得 $\angle GBC = 30^\circ$ ，再列方程求解即可；②如图，当 $BG \parallel CD$ 时，延长 DC 交 MN 于 R . 证明 $\angle GBN = \angle DRN$ ，过 D 作 $DS \parallel PQ$ ，则 $PQ \parallel DS \parallel MN$ ，可得 $\angle QED = 60^\circ + (4t)^\circ$ ， $\angle DRN = 90^\circ - (60 + 4t)^\circ = (30 - 4t)^\circ$ ，再建立方程即可；如图中，当 $BG \parallel CD$ 时，延长 DC 交 NM 于 R . 证明 $\angle QED = (60 + 4t)^\circ$ ， $\angle DRM = 90^\circ - (180^\circ - 60^\circ - 4t^\circ) = (4t - 30)^\circ$ ，再建立方程求解即可.

【详解】(1) 解：如图①中，



$$\begin{aligned} \because \angle ACB &= 30^\circ, \\ \therefore \angle ACN &= 180^\circ - \angle ACB = 150^\circ, \\ \because CE &\text{平分 } \angle ACN, \\ \therefore \angle ECN &= \frac{1}{2} \angle ACN = 75^\circ, \\ \because PQ &\parallel MN, \\ \therefore \angle QEC &= 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ, \\ \therefore \angle DEQ &= \angle QEC - \angle CED = 60^\circ. \end{aligned}$$

(2) ①如图②中，



$\therefore BG \parallel CD,$

$$\therefore \angle GBC = \angle DCN,$$

$$\therefore \angle DCN = \angle ECN - \angle ECD = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ,$$

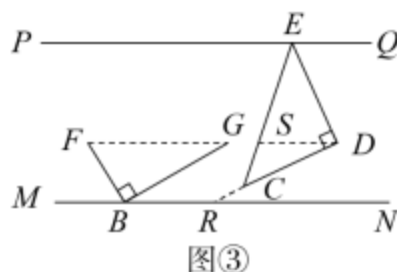
$$\therefore \angle GBC = 30^\circ,$$

$$\therefore 5t = 30,$$

$$\therefore t = 6$$

∴在旋转过程中,若边 $BG \parallel CD$, t 的值为 6.

②如图③中, 当 $BG \parallel CD$ 时, 延长 DC 交 MN 于 R .



$\therefore BG \parallel CD,$

$$\therefore \angle GBN = \angle DRN$$

过 D 作 $DS \parallel PQ$, 则 $PQ \parallel DS \parallel MN$,

$$\therefore \angle QED + \angle DRN = \angle EDS + \angle RDS = \angle EDR = 90^\circ$$

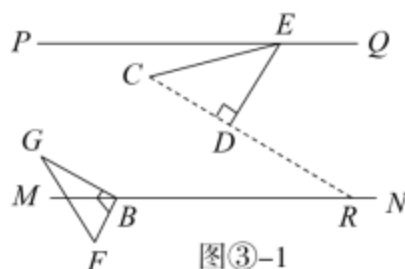
$$\therefore \angle OED = 60^\circ + (4t)^\circ,$$

$$\therefore \angle DRN = 90^\circ - (60 + 4t)^\circ = (30 - 4t)^\circ.$$

$$\therefore 5t = 30 - 4t,$$

$$\therefore t = \frac{10}{3}$$

如图③-1中, 当 $BG \parallel CD$ 时, 延长 DC 交 NM 于 R .



$\therefore BG \parallel CR,$

$$\therefore \angle GBN + \angle DRM = 180^\circ,$$

$\therefore \angle QED = (60 + 4t)^\circ$, 同理: $\angle EDR = \angle PED + \angle DRM$,

$$\therefore \angle DRM = 90^\circ - (180^\circ - 60^\circ - 4t^\circ) = (4t - 30)^\circ,$$

$$\therefore 5t + 4t - 30 = 180,$$

$$\therefore t = \frac{70}{3}.$$

综上所述，满足条件的 t 的值为 $\frac{10}{3}$ 或 $\frac{70}{3}$.

【点睛】 本题考查的是平行公理的应用，平行线的性质，角平分线的含义，一元一次方程的应用，理解题意，利用数形结合，清晰的分类讨论都是解本题的关键.