备战2023年中考考前冲刺全真模拟卷（无锡）

数学试卷

本卷满分150分，考试时间120分钟。

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1.-2的绝对值等于（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　　　B．$\frac{1}{2}$　　　　C．-2　　　　D．2

2.若分式$\frac{1}{3x-3}$有意义，则x的取值范围是（　）

A．$x>1$　　　　B．$x\neq -1$　　　　C．$x\neq 1$　　　　D．$x\neq 0$

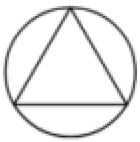
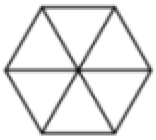
3.五名同学捐款数分别是5，3，6，5，10（单位：元），捐10元的同学后来又追加了10元．追加后的5个数据与之前的5个数据相比，集中趋势相同的是（　）

A．只有平均数　　　　B．只有中位数　　　　C．只有众数　　　　D．中位数和众数

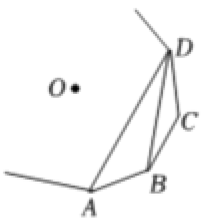
4.下列各数中，是不等式$13-5x<2$的解的是（　）

A．0　　　　B．1　　　　C．2　　　　D．3

5.下列图案中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　）．

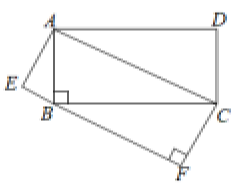
A．　　　　B．　　　　C．　　　　D．

6.如图，A、B、C、D为一个正多边形的顶点，O为正多边形的中心，若$\angle ADB=18°$，则这个正多边形的边数为（　）



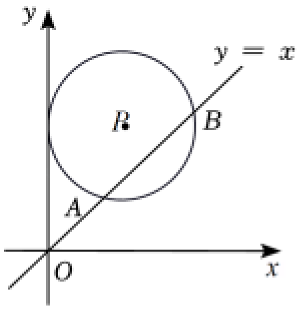
A．8　　　　B．9　　　　C．10　　　　D．11

7.如图，四边形$ABCD$和$AEFC$都是矩形且点B在EF上，若$AB=1$，$AC=2$，则矩形$AEFC$的面积是（　）



A．2　　　　　　B．1.5　　　　　　C．$\sqrt{2}$　　　　　　D．$\sqrt{3}$

8.如图，在平面直角坐标系中，⊙P的圆心坐标是$(3，a)(a>3)$，半径为3，函数$y=x$的图象被⊙P截得的弦AB的长为$4\sqrt{2}$，则a的值是（　　）

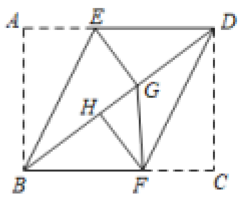


A．4　　　　　　B．$3+\sqrt{2}$　　　　　　C．$3\sqrt{2}$　　　　　　D．$3\sqrt{3}$

9.点A（m-1，y_1），B（m，y_2）都在二次函数$y=(x-1)^2+n$的图象上．若$y_1<y_2$，则m的取值范围为（　）

A．$m>2$　　　　　　B．$m>\frac{3}{2}$　　　　　　C．$m<1$　　　　　　D．$\frac{3}{2}<m<2$

10.如图，已知BD是矩形$ABCD$的对角线，AB＝6，BC＝8，点E，F分别在边AD，BC上，连结BE，DF．将△ABE沿BE翻折，将△DCF沿DF翻折，若翻折后，点A，C分别落在对角线BD上的点G，H处，连结GF．则下列结论不正确的是（ ）



A．BD＝10　　　　　　B．HG＝2　　　　　　C．EG // FH　　　　　　D．GF⊥BC

二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共24分.）

11.分解因式：$a^2x^2-a^2y^2=$ ＿＿＿＿＿＿．

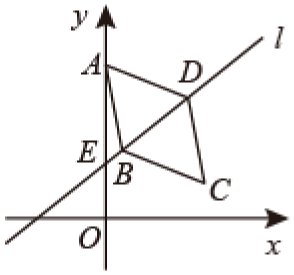
12.到目前为止，我国共接种新冠疫苗2950000000多剂，把数据2950000000用科学记数法表示为＿＿＿＿．

13.方程$\frac{2}{x-3}+1=\frac{4}{3-x}$ 的解是＿＿＿＿．

14.在平面直角坐标系中，抛物线$y=2x^2+4x-a$（a是常数）与x轴有两个交点，写出一个满足条件的a值 ＿＿＿．

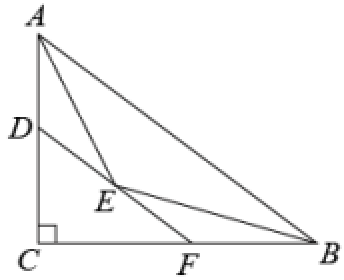
15.命题"如果两个三角形全等，那么这两个三角形的周长相等"是＿命题．(填"真"或"假")

16.如图，在菱形$ABCD$中，点A的坐标为（0，5），点C的纵坐标为1，直线BD的表达式为$y=x+b$，交y轴于点E，若$2BE=BD$．则菱形$ABCD$的面积为＿＿＿＿＿＿．.



17. y关于x的二次函数$y=ax^2+a^2$，在$-1\le x\le\frac{1}{2}$时有最大值6，则$a=$______.

18.如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$AC=3$，$BC=4$，点D是AC边上的一点，过点D作$DF\parallel AB$，交BC于点F，作$\angle BAC$的平分线交DF于点E，连接BE．若$\triangle ABE$的面积是2，则$\frac{DE}{EF}$的值是______.



三、解答题（本大题共10小题，共96分.）

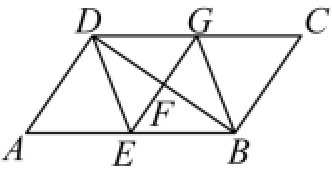
19.（8分）计算：

(1)$\sqrt{16}+(\pi-3.14)^0-\sqrt[3]{8}$；　　　　(2)$(a+2b)(b-2a)$.

20.（8分）解下列不等式组和方程．

(1)$\frac{x+1}{x-1}-\frac{4}{x^2-1}=1$.　　　　(2)$\begin{cases}x-3(x-2)\ge 4\\ \frac{2x-1}{5}<\frac{x+1}{2}\end{cases}$.

21.（10分）如图，BD为平行四边形$ABCD$的对角线，$\angle ADB=90^\circ$，E是AB中点，F是BD的中点，连接EF并延长交DC于点G．连接BG.



(1)求证：$\triangle BEF\cong\triangle DGF$.

(2)证明四边形 $DEBG$ 是菱形．

22.（10 分）进入 11 月以来，我市疫情形势严峻，全市人民齐心协力做好疫情防控工作．

(1)某社区需要从甲、乙、丙、丁、戊 5 名志愿者中随机抽取 2 名负责该社区入口处的测温工作，则甲被抽中的概率是__________；

(2)某医院准备从 A、B、C 三位医生和 D、E 两名护士中选取一位医生和一名护士指导该社区预防疫情工作．用树状图（或列表法）求恰好选中医生 A 和护士 D 的概率．

23.（10 分）停课期间某校对直播软件功能进行筛选，学校选定了“钉钉”和“QQ 直播”两款软件进行试用，并抽取部分师生对这两款软件打分（分数均为整数．最高 5 分，最低 1 分）．20 名同学打分情况如表 1，学生打分的平均数、众数、中位数如表 2：

表 1：

软件人数得分	1 分	2 分	3 分	4 分	5 分
钉钉	2	4	3	6	5
QQ 直播	1	4	6	5	4

表 2：

软件	平均数	众数	中位数
钉钉	3.4	4	_____
QQ 直播	3.35	____	3

抽取的 10 位教师对“钉钉”和“QQ 直播”这两款软件打分的平均分分别为 3.9 分和 4 分．

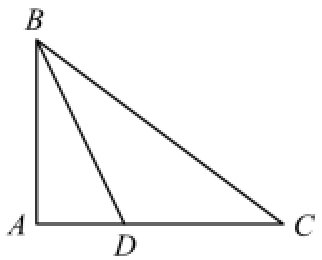
请根据以上信息解答下列问题：

(1)将上面表格填写完整；

(2)你认为学生对这两款软件评价较高的是_____（填“钉钉”或“QQ 直播”）；

(3)学校决定选择综合平均分高的软件进行教学，其中综合平均分中教师打分占 60%，学生打分占 40%，请你通过计算分析学校会采用哪款软件进行教学．

24.（10 分）如图，在Rt△ABC中，$\angle A=90^\circ$，BD平分$\angle ABC$交CA于D点，O是BC上一点，经过B、D两点的⊙O分别交BC、BA于点E、F．

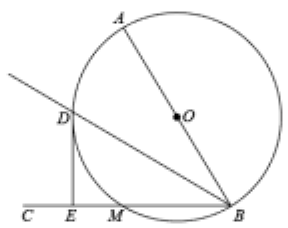


(1)用尺规补全图形（保留作图痕迹，不写作法）；

(2)求证：CA与⊙O相切；

(3)当$BD=2\sqrt{3}$，$\angle ABD=30^\circ$时，求劣弧BD的长．

25.（10 分）如图，已知锐角$\angle ABC$，以AB为直径画⊙O，交BC边于点M，BD平分$\angle ABC$与⊙O交于点D，过点D作$DE\perp BC$于点E．



(1)求证：DE是⊙O的切线；

(2)连接OE交BD于点F，若$\angle ABC=60^\circ$，$AB=4$，求DF长．

26.（10 分）某超市销售一种商品，每千克成本为 30 元，经试销发现，该种商品的每天销售量 y（千克）与销售单价 x（元/千克）满足一次函数关系，其每天销售单价，销售量的四组对应值如表所示：

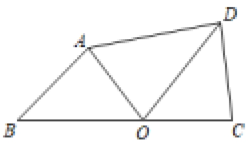
销售单价 x（元/千克）	55	60	65	70
销售量 y（千克）	70	60	50	40

(1)求 y（千克）与 x（元/千克）之间的函数表达式；

(2)为保证某天获得 1600 元的销售利润，则该天的销售单价应定为多少？

(3)当销售单价定为多少时，才能使当天的销售利润最大？最大利润是多少？

27.（10 分）在四边形 $ABCD$ 中，O 是边 BC 上的一点．若 $\triangle OAB \cong \triangle OCD$，则点 O 叫做该四边形的“等形点”．

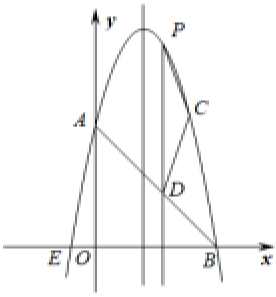


(1)正方形________“等形点”（填“存在”或“不存在”）；

(2)如图，在四边形 $ABCD$ 中，边 BC 上的点 O 是四边形 $ABCD$ 的“等形点”．已知 $CD=4\sqrt{2}$，$OA=5$，$BC=12$，连接 AC，求 AC 的长；

(3)在四边形 $EFGH$ 中，$EH//FG$．若边 FG 上的点 O 是四边形 $EFGH$ 的“等形点”，求 $\frac{OF}{OG}$ 的值．

28.（10 分）如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标为 $(2,9)$，与 y 轴交于点 $A(0,5)$，与 x 轴交于点 E，B．



(1)求二次函数$y=ax^2+bx+c$的表达式；

(2)过点A作AC平行于x轴，交抛物线于点C，点P为抛物线上的一点（点P在AC上方），作PD平行于y轴交AB于点D，当点P在何位置时，四边形$APCD$的面积最大？并求出最大面积；

(3)若点M在抛物线上，点N在其对称轴上，使得以A，E，N，M为顶点的四边形是平行四边形，且AE为其一边，求点N的坐标．

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、D

【解析】解：$|-2|=-(-2)=2$，

故选 D．

2、C

【解析】解：根据题意可知，$3x-3\neq 0$，即 $x\neq 1$．

故选：C．

3、D

【解析】解：追加前的平均数为：$\frac{1}{5}(5+3+6+5+10)=5.8$；

从小到大排列为 3，5，5，6，10，则中位数为 5；

5 出现次数最多，众数为 5；

追加后的平均数为：$\frac{1}{5}(5+3+6+5+20)=7.8$；

从小到大排列为 3，5，5，6，20，则中位数为 5；

5 出现次数最多，众数为 5；

综上，中位数和众数都没有改变，

故选：D．

4、D

【解析】解：$13-5x<2$，$-5x<2-13$，$-5x<-11$，$x>\frac{11}{5}$

$\because 3>\frac{11}{5}$，$\therefore x=3$

故选：D．

5、C

【解析】解：A．该图形是中心对称图形，不是轴对称图形，故此选项不合题意；

B．该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；

C．该图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项符合题意；

D．该图形不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项不合题意．

故选：C．

6、C

【解析】解：连接OA，OB，

∵A、B、C、D为一个正多边形的顶点，O为正多边形的中心，

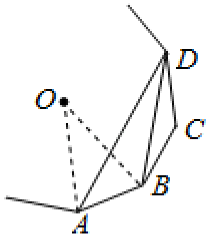
∴点A、B、C、D在以点O为圆心，OA为半径的同一个圆上，

∵$\angle ADB=18^\circ$，

∴$\angle AOB=2\angle ADB=36^\circ$，

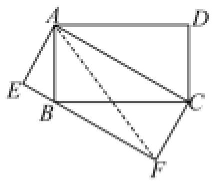
∴这个正多边形的边数$=\dfrac{360^\circ}{36^\circ}=10$，

故选：C．



7、D

【解析】解：如图所示，连接AF，



∵四边形$ABCD$是矩形，

∴$\angle ABC=90^\circ$，

在Rt$\triangle ABC$中，由勾股定理得：$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot BC=\dfrac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

∵四边形$AEFC$是矩形，

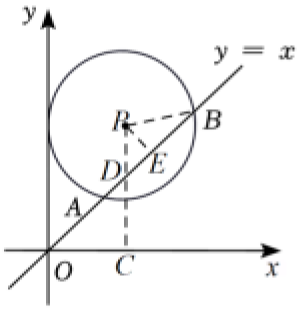
∴$AC\,\square\,EF$，$S_{\text{矩形}AEFC}=2S_{\triangle ACF}$，∴$S_{\triangle ACF}=S_{\triangle ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$S_{\text{矩形}AEFC}=2S_{\triangle ACF}=\sqrt{3}$，

故选D．

8、B

【解析】作$PC\perp x$轴于C，交AB于D，作$PE\perp AB$于E，连接PB，如图，



∵⊙P的圆心坐标是$(3,\ a)$，∴$OC=3$，$PC=a$，

把$x=3$代入$y=x$得$y=3$，∴D点坐标为$(3,3)$，∴$CD=3$，

∴△OCD为等腰直角三角形，∴△PED也为等腰直角三角形，

∵$PE\perp AB$，∴$AE=BE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

在Rt△PBE中，$PB=3$，∴$PE=\sqrt{3^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2}=1$，

∴$PD=\sqrt{2}PE=\sqrt{2}$，∴$a=3+\sqrt{2}$．

故选：B．

9、B

【解析】解：∵点A（m-1，y_1），B（m，y_2）都在二次函数$y=(x-1)^2+n$的图象上，

∴$y_1=(m-1-1)^2+n=(m-2)^2+n$，

$y_2=(m-1)^2+n$，

∵$y_1<y_2$，∴$(m-2)^2+n<(m-1)^2+n$，

∴$(m-2)^2-(m-1)^2<0$，即$-2m+3<0$，∴$m>\frac{3}{2}$，

故选：B．

10、D

【解析】∵BD是矩形$ABCD$的对角线，$AB=6$，$BC=8$，

$\therefore BC=AD=8, AB=CD=6$ $\therefore BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=10$

故A选项正确，

∵将△ABE沿BE翻折，将△DCF沿DF翻折，

$\therefore BG=AB=6$，$DH=CD=6$ $\therefore DG=4$，$BH=BD-HD=4$

$\therefore HG=10-BH-DG=10-4-4=2$

故B选项正确，

$\because EG\perp BD, HF\perp DB$，∴$EG\parallel HF$，

故 C 正确

设 $AE=a$，则 $EG=a$，$\therefore ED=AD-AE=8-a$，

$\because \angle EDG=\angle ADB \therefore \tan\angle EDG=\tan\angle ADB$

即 $\frac{EG}{DG}=\frac{AB}{AD}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4} \therefore \frac{a}{4}=\frac{3}{4}$

$\therefore AE=3$，同理可得 $CF=3$

若 $FG\parallel CD$ 则 $\frac{CF}{BF}=\frac{GD}{BG}$

$\because \frac{CF}{BF}=\frac{3}{5},\frac{GD}{BG}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，$\therefore \frac{CF}{BF}\neq\frac{GD}{BG}$，$\therefore FG$ 不平行 CD，即 GF 不垂直 BC，

故 D 不正确．

故选 D

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．）

11、$a^2(x+y)(x-y)$

【解析】解：$a^2x^2-a^2y^2$

$=a^2(x^2-y^2)$

$=a^2(x+y)(x-y)$．

故答案为：$a^2(x+y)(x-y)$．

12、2.95×10^9

【解析】解：$2950000000=2.95\times10^9$，

故答案为：2.95×10^9．

13、$x=-3$

【解析】解：去分母得：$2+x-3=-4$，

移项合并得：$x=-3$，

检验：当 $x=-3$ 时，$x-3\neq0$，

∴分式方程的解为 $x=-3$．

故答案为：$x=-3$．

14、0（答案不唯一）

【解析】$\because y=2x^2+4x-a$（a 是常数）与 x 轴有两个交点，

$\therefore \Delta=4^2-4\times2\times(-a)=16+8a>0$，

解得$a>-2$，

即a的取值范围为$a>-2$，

∴a可以取0．

故答案为：0（答案不唯一）．

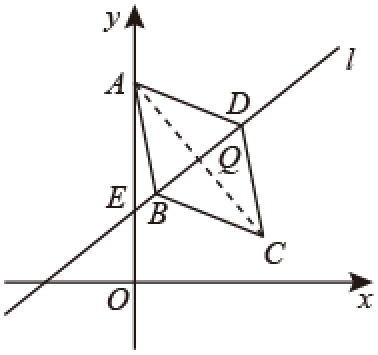
15、真

【解析】解：如果两个三角形全等，那么这两个三角形的周长相等，是真命题．

故答案为：真

16、8

【解析】连接AC交BD于点Q，如图所示，



∵四边形$ABCD$是菱形，∴$AC\perp BD$，且$BQ=DQ$，$AQ=CQ$，

∵点A的坐标为$(0,5)$，∴直线AC的解析式为$y=-x+5$，

∵点C的纵坐标为1，∴把$y=1$代入$y=-x+5$，解得$x=4$，∴$C(4,1),Q(2,3)$，

把Q的坐标代入$y=x+b$得，$3=2+b$，解得$b=1$，

∴直线BD为$y=x+1$，∴$E(0,1)$，∴$EQ=\sqrt{(2-0)^2+(3-1)^2}=2\sqrt{2}$，

∵$2BE=BD,2BQ=BD$，∴$BQ=BE=\frac{1}{2}EQ=\sqrt{2}$，∴$BD=2\sqrt{2}$，

∵$AC=\sqrt{(0-4)^2+(5-1)^2}=4\sqrt{2}$，

∴菱形$ABCD$的面积为$\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=8$，

故答案为：8．

17、2或$-\sqrt{6}$

【解析】解：∵二次函数$y=ax^2+a^2$的对称轴为直线$x=0$，

①$a>0$时，在$-1\le x\le\frac{1}{2}$范围内，当$x=-1$时，取得最大值6，

即 $a+a^2=6$，

$\therefore a=2$或$a=-3$（舍去）.

②$a<0$时，则当$x=0$时，取得最大值为6，

即 $a^2=6$，

$\therefore a=-\sqrt{6}$或$a=\sqrt{6}$（舍去）.

综上可得，$a=2$或$-\sqrt{6}$.

故答案为：2或$-\sqrt{6}$

18、 $\frac{3}{7}$

【解析】解：在Rt$\triangle ABC$中，由勾股定理得，$AB=5$，

$\because \triangle ABE$的面积是2，$\therefore$点E到AB的距离为$\frac{4}{5}$，

在Rt$\triangle ABC$中，点C到AB的距离为$\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{12}{5}$，$\therefore$点$C$到$DF$的距离为$\frac{8}{5}$，

$\because DF\parallel AB$，$\therefore \triangle CDF\backsim\triangle CAB$，$\therefore \frac{CD}{CA}=\frac{2}{3}=\frac{DF}{AB}$，$\therefore CD=2$，$DF=\frac{10}{3}$，

$\because AE$平分$\angle CAB$，$\therefore \angle BAE=\angle CAE$，

$\because DF\parallel AB$，$\therefore \angle AED=\angle BAE$，$\therefore \angle DAE=\angle DEA$，$\therefore DA=DE=1$，

$\therefore EF=DF-DE=\frac{10}{3}-1=\frac{7}{3}$，$\therefore \frac{DE}{EF}=\frac{3}{7}$，

故答案为：$\frac{3}{7}$.

三、解答题（本大题共10小题，共96分.）

19、(1)3；(2)$-2a^2+2b^2-3ab$

【解析】（1）$\sqrt{16}+(\pi-3.14)^0-\sqrt[3]{8}=4+1-2=3$；

（2）$(a+2b)(b-2a)=ab-2a^2+2b^2-4ab=-2a^2+2b^2-3ab$.

20、(1)无解；(2)$-7<x\le 1$.

【解析】（1）解：$\frac{x+1}{x-1}-\frac{4}{x^2-1}=1$，

$(x+1)^2-4=x^2-1$，

$x^2+2x+1-4=x^2-1$，

$2x=2$，

$x=1$，

检验：当$x=1$时，$x^2-1=0$，

∴原方程无解；

（2）解：$\begin{cases} x-3(x-2)\ge 4① \\ \dfrac{2x-1}{5}<\dfrac{x+1}{2}② \end{cases}$，

解不等式①得 $x\le 1$，

解不等式②得 $x>-7$，

∴原不等式组的解集为 $-7<x\le 1$．

21、(1)见解析；(2)见解析．

【解析】（1）证明：（1）∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AB \parallel CD$，∴ $\angle FEB=\angle FGD$，$\angle FBE=\angle FDG$，

∵ F 是 BD 的中点，∴ $BF=DF$，

在△BEF 和△DGF 中，$\begin{cases} \angle FEB=\angle FGD \\ \angle FBE=\angle FDG \\ BF=DF \end{cases}$，

∴ $\triangle BEF \cong \triangle DGF$（AAS）；

（2）由（1）得：$\triangle BEF \cong \triangle DGF$，∴ $BE=DG$，

∵ $BE \parallel DG$，∴四边形 $DEBG$ 是平行四边形，

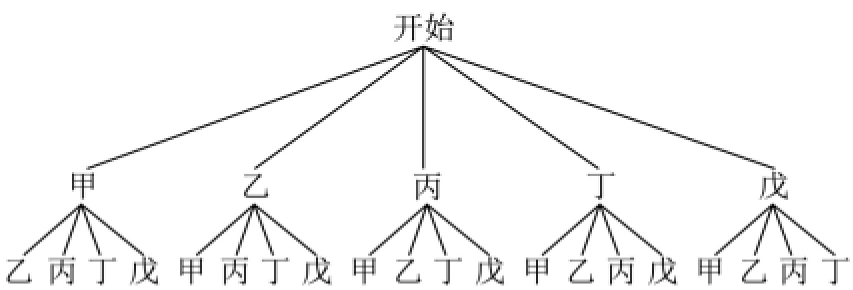
∵ $\angle ADB=90^\circ$，E 是 AB 的中点，

∴ $DE=\dfrac{1}{2}AB=BE$，

∴四边形 $DEBG$ 是菱形．

22、(1)$\dfrac{2}{5}$；(2)$\dfrac{1}{6}$

【解析】（1）解：由题意可得，

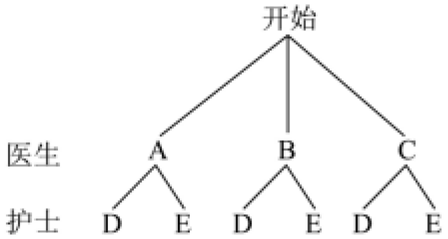


由上图可得总共有 20 种情况，甲被抽中的情况有 8 种，

∴甲被抽中的概率是 $P_{(甲)}=\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$，

故答案为 $\dfrac{2}{5}$；

（2）解：由题意可得，



由上图可得，6中可能，其中抽到医生A和护士D的情况有一种，

∴抽中医生A和护士D概率是$P=\frac{1}{6}$．

23、(1)见解析；(2)钉钉；(3)学校会采用QQ直播进行教学，计算见解析

【解析】（1）解：由表格中的数据可知QQ直播得分为3分出现了6次，出现次数最多，

∴QQ直播的众数为3分，

∵钉钉直播打分的一共有20人，分数处在第10和第11的分别是4分，4分，

∴钉钉直播的中位数为4分，

∴补全表格如下：

软件	平均数	众数	中位数
钉钉	3.4	4	4
QQ直播	3.35	3	3

（2）解：学生对这两款软件评价较高的是钉钉，理由如下：

∵学生对钉钉打分的中位数和平均数都比对QQ直播打分的中位数和平均数高，

∴学生对这两款软件评价较高的是钉钉，

故答案为：钉钉；

（3）解：钉钉软件的得分为：$3.4\times40\%+3.9\times60\%=3.7$分，

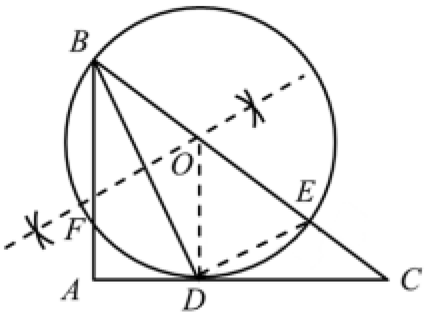
QQ直播的得分为：$3.35\times40\%+4\times60\%=3.74$分，

∵$3.74>3.7$，

∴学校会采用QQ直播进行教学．

24、(1)见解析；(2)见解析；(3)$\frac{4}{3}\pi$

【解析】（1）解：如图所示，



（2）证明：连接 OD，则 $OD=OB$，$\therefore \angle OBD=\angle ODB$，

$\because \angle OBD=\angle ABD$，$\therefore \angle ODB=\angle ABD$，$\therefore OD \parallel AB$，

$\because \angle A=90^\circ$，$\therefore \angle ODA=90^\circ$，即 $AC\perp OD$，

$\therefore AC$ 与⊙O 相切；

（3）如图，连接 DE，

$\because BE$ 是⊙O 的直径，$\therefore \angle BDE=90^\circ$，

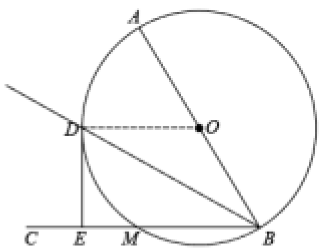
$\because \angle OBD=\angle ODB=30^\circ$，$\therefore \angle BOD=120^\circ$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle BDE$ 中，$BE=\dfrac{BD}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$，$\therefore$⊙$O$ 的半径 $=2$，

$\therefore$ 劣弧 BD 的长 $=\dfrac{120\pi\times 2}{180}=\dfrac{4}{3}\pi$．

25、(1)见解析；(2) $DF=\dfrac{4\sqrt{3}}{5}$

【解析】（1）证明：连接 DO，



$\because DO=BO$，$\therefore \angle ODB=\angle OBD$，

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$，$\therefore \angle DBE=\angle OBD$，$\therefore \angle ODB=\angle DBE$，

$\because DE\perp BC$，$\therefore \angle DBE+\angle BDE=90^\circ$，

$\therefore \angle ODE=\angle ODB+\angle BDE=90^\circ$，$\therefore DE$ 是⊙O 的切线；

（2）如图：连接 AD, DO，

$\because AB$ 为直径，$AB=4$，$\therefore \angle ADB=90^\circ$，

$\because \angle ABC = 60^{\circ}$，$BD$平分$\angle ABC$，$\therefore \angle ABD = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 30^{\circ}$，$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = 2$，

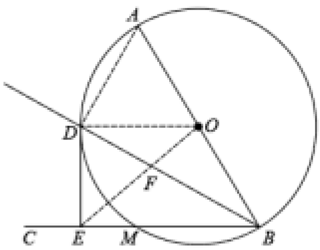
在Rt△ABD中，根据勾股定理可得$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 2\sqrt{3}$，$\therefore DE = \frac{1}{2}BD = \sqrt{3}$，

在Rt△BDE中，根据勾股定理可得$BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = 3$，

$\because \angle ODE = 90^{\circ}$，$DE \perp BC$，$\therefore OD // BC$，$\therefore \angle ODF = \angle EBF, \angle DOF = \angle BEF$，

$\therefore VDOF \backsim VBEF$，$\therefore \frac{DO}{BE} = \frac{DF}{BF}$，即$\frac{2}{3} = \frac{DF}{2\sqrt{3} - DF}$，

解得：$DF = \frac{4\sqrt{3}}{5}$．



26、(1)y与x之间的函数表达式为$y = -2x + 180$．

(2)该天的销售单价应定为50元/千克或70元/千克．

(3)当销售单价定为60元/千克时，才能使当天的销售利润最大，最大利润是1800元．

【解析】（1）设y与x之间的函数表达式为$y = kx + b(k \neq 0)$，将表中数据（55，70）、（60，60）代入，

得：$\begin{cases} 55k + b = 70 \\ 60k + b = 60 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} k = -2 \\ b = 180 \end{cases}$．

$\therefore y$与x之间的函数表达式为$y = -2x + 180$．

（2）由题意得：$(x - 30)(-2x + 180) = 1600$，解得$x_1 = 50, x_2 = 70$．

答：该天的销售单价应定为50元/千克或70元/千克．

（3）设当天的销售利润为w元，则：

$w = (x - 30)(-2x + 180)$

$= -2x^2 + 240x - 5400$，

$= -2(x - 60)^2 + 1800$，

$\because -2 < 0$，$\therefore$当$x = 60$时，$w_{最大值} = 1800$．

答：当销售单价定为60元/千克时，才能使当天的销售利润最大，最大利润是1800元．

27、(1)不存在，理由见详解;(2)$4\sqrt{5}$;(3)1

【解析】（1）不存在，

理由如下：

假设正方形 $ABCD$ 存在"等形点"点 O，即存在△OAB≌△OCD，

∵在正方形 $ABCD$ 中，点 O 在边 BC 上，∴∠ABO=90°，

∵△OAB≌△OCD，∴∠ABO=∠CDO=90°，∴CD⊥DO，

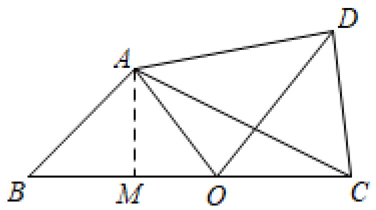
∵CD⊥BC，∴$DO \parallel BC$，

∵O 点在 BC 上，∴DO 与 BC 交于点 O，

∴假设不成立，

故正方形不存在"等形点"；

（2）如图，过 A 点作 AM⊥BC 于点 M，如图，



∵O 点是四边形 $ABCD$ 的"等形点"，∴△OAB≌△OCD，

∴AB=CD，OA=OC，OB=OD，∠AOB=∠COD，

∵ $CD=4\sqrt{2}$，OA=5，BC=12，∴AB=CD=$4\sqrt{2}$，OA=OC=5，∴OB=BC-OC=12-5=7=OD，

∵AM⊥BC，∴∠AMO=90°=∠AMB，

∴设 MO=a，则 BM=BO-MO=7-a，

∴在 Rt△ABM 和 Rt△AOM 中，$AM^2=AB^2-BM^2=AO^2-MO^2$，

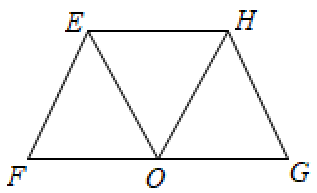
∴ $AB^2-BM^2=AO^2-MO^2$，即 $(4\sqrt{2})^2-(7-a)^2=5^2-a^2$，解得：$a=3$，即 $MO=3$，

∴MC=MO+OC=$3+5=8$，$AM=\sqrt{AO^2-MO^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

∴在 Rt△AMC 中，$AC=\sqrt{AM^2+MC^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，

即 AC 的长为 $4\sqrt{5}$；

（3）如图，



∵O 点是四边形 $EFGH$ 的"等形点"，∴△OEF≌△OGH，

∴$OF=OH$，$OE=OG$，$\angle EOF=\angle GOH$，

∵ $EH\parallel FG$，∴$\angle EOF=\angle OEH$，$\angle GOH=\angle EHO$，

∴根据$\angle EOF=\angle GOH$有$\angle OEH=\angle OHE$，∴$OE=OH$，

∵$OF=OH$，$OE=OG$，∴$OF=OG$，∴$\frac{OF}{OG}=1$．

28、(1)$y=-x^2+4x+5$

(2)点 P 的坐标为$\left(\frac{5}{2},\frac{35}{4}\right)$时，$S_{四边形APCD最大}=\frac{25}{2}$

(3)当 M 点的坐标为$(1,8)$时，N 点坐标为$(2,13)$，当 M 点的坐标为$(3,8)$时，N 点坐标为$(2,3)$

【解析】（1）解：设抛物线的解析式为$y=a(x-2)^2+9$，将点$A(0,5)$代入，得

$4a+9=5$，解得$a=-1$，

∴$y=-(x-2)^2+9=-x^2+4x+5$；

（2）∵$A(0,5)$，对称轴为直线$x=2$，∴$C(4,5)$，

当$y=0$时，$-x^2+4x+5=0$，得$x=-1$或$x=5$，∴$B(5,0)$

设直线AB的解析式为$y=mx+n$，

∴$\begin{cases}b=5\\5k+b=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}b=5\\k=-1\end{cases}$，

∴直线AB的解析式为$y=-x+5$，

设$P(x,-x^2+4x+5)$，则$D(x,-x+5)$，∴$PD=-x^2+4x+5-(-x+5)=-x^2+5x$，

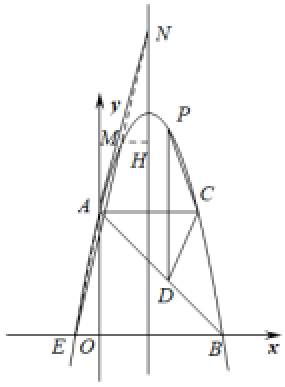
∴四边形$APCD$的面积为$=S_{\triangle PDA}+S_{\triangle PDC}$

$=\frac{1}{2}\cdot PD\cdot(x_D-x_A)+\frac{1}{2}\cdot PD\cdot(x_C-x_D)=\frac{1}{2}\cdot PD\cdot(x_C-x_A)=2(-x^2+5x)=-2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{2}$，

∴当$x=\frac{5}{2}$时，四边形$APCD$的面积最大，最大面积为$\frac{25}{2}$，

∴点 P 的坐标为$\left(\frac{5}{2},\frac{35}{4}\right)$时，$S_{四边形APCD最大}=\frac{25}{2}$；

（3）当点 M 在对称轴左侧时，如图，过 M 作 MH 垂直于对称轴，垂足为 H，

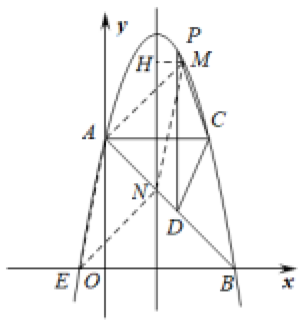


$\because MN \parallel AE, MN = AE$，$\therefore$ □$HMN \cong$ □AOE，$\therefore HM = OE = 1$，

$\therefore M$点的横坐标为 $x = 1$，$\therefore$ M点纵坐标为 8，

$\therefore M$点的坐标为 $(1,8)$，点 N的坐标为 $(2,13)$；

当点 M 在对称轴右侧时，如图，过 M 作 MH 垂直于对称轴，垂足为 H，



$\because MN \parallel AE, MN = AE$，$\therefore$ □$HMN \cong$ □AOE，$\therefore HM = OE = 1$，$\therefore M$ 点的横坐标为 $x = 3$，

$\therefore$ M点纵坐标为 8，$\therefore M$点的坐标为 $(3,8)$，点 N的坐标为 $(2,3)$；

综上，当 M点的坐标为 $(1,8)$时，N 点坐标为 $(2,13)$；

当 M点的坐标为 $(3,8)$时，N 点坐标为 $(2,3)$．