

备战 2023 年中考考前冲刺全真模拟卷（南通）

数学试卷

本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1. 2023 的倒数是（ ）

- A. $-\frac{1}{2023}$ B. $\frac{1}{2023}$ C. 2023 D. -2023

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{8} = \pm 2$ B. $(m+n)^2 = m^2 + n^2$
C. $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x} = -\frac{1}{x}$ D. $3xy \div \frac{-2y^2}{3x} = -\frac{9x^2}{2y}$

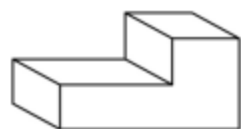
3. 若等腰三角形的两边长分别是 3cm 和 5cm ，则这个等腰三角形的周长是（ ）

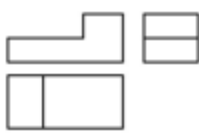
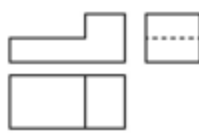
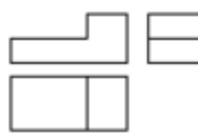
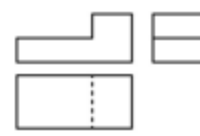
- A. 8cm B. 13cm C. 8cm 或 13cm D. 11cm 或 13cm

4. 截至 2021 年 12 月 31 日，长江干流六座梯级水电站全年累计发电量达 2628.83 亿千瓦时，相当于减排二氧化碳约 2.2 亿吨．将 262 883 000 000 用科学记数法表示应为（ ）

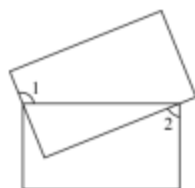
- A. 26.2883×10^{10} B. 2.62883×10^{11} C. 2.62883×10^{12} D. 0.262883×10^{12}

5. 图中几何体的三视图是（ ）



- A.  B.  C.  D. 

6. 两个矩形的位置如图所示，若 $\angle 1 = \alpha$ ，则 $\angle 2 =$ （ ）



- A. $\alpha - 90^\circ$ B. $\alpha - 45^\circ$ C. $180^\circ - \alpha$ D. $270^\circ - \alpha$

7. 学校连续三年组织学生参加义务植树，第一年共植树 400 棵，第三年共植树 625 棵．设该校植树棵数的年平均增长率为 x ，根据题意，下列方程正确的是（ ）

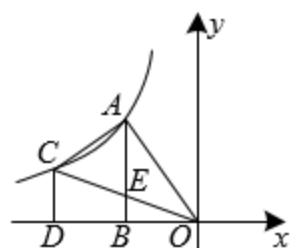
A. $625(1-x)^2 = 400$

B. $400(1+x)^2 = 625$

C. $625x^2 = 400$

D. $400x^2 = 625$

8.如图,点 A, C 为函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 图象上的两点,过 A, C 分别作 $AB \perp x$ 轴, $CD \perp x$ 轴,垂足分别为 B, D ,连接 OA, AC, OC , 线段 OC 交 AB 于点 E , 且点 E 恰好为 OC 的中点. 当 $\triangle AEC$ 的面积为 $\frac{3}{4}$ 时, k 的值为()



A. -1

B. -2

C. -3

D. -4

9.如图,一座金字塔被发现时,顶部已经淡然无存,但底部未曾受损. 已知该金字塔的下底面是一个边长为 120m 的正方形,且每一个侧面与地面成 60° 角,则金字塔原来高度为()



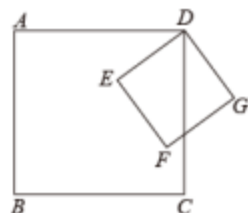
A. 120m

B. $60\sqrt{3}\text{m}$

C. $60\sqrt{5}\text{m}$

D. $120\sqrt{3}\text{m}$

10.如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 2 , E 为与点 D 不重合的动点,以 DE 一边作正方形 $DEFG$. 设 $DE = d_1$, 点 F, G 与点 C 的距离分别为 d_2, d_3 , 则 $d_1 + d_2 + d_3$ 的最小值为()



A. $\sqrt{2}$

B. 2

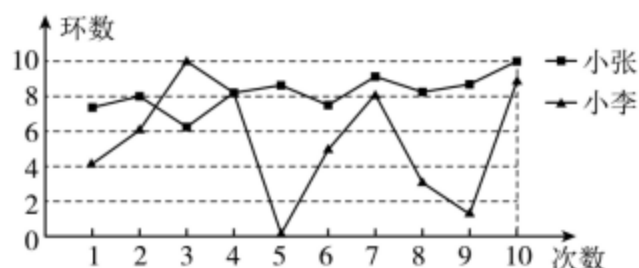
C. $2\sqrt{2}$

D. 4

二、填空题(本人题共 8 小题,第 11~12 题每小题 3 分,第 13~18 题每小题 4 分,共 30 分.)

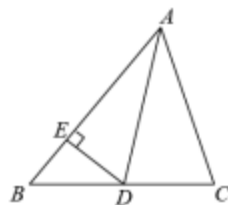
11.函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{3}$ 中自变量 x 的取值范围为_____.

12.小张和小李去练习射击,第一轮 10 枪打完后两人的成绩如图所示,通常新手的的成绩不太稳定,那么根据下图的信息,估计小张和小李两人中的新手是_____.



13. 我国古代名著《九章算术》中有一问题：“今有凫起南海，七日至北海；雁起北海，九日至南海．今凫雁俱起，问何日相逢？”假设经过 x 天相逢，则可列方程为_____．

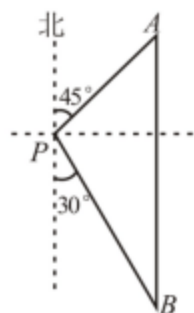
14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ ， $DE \perp AB$ ．若 $AC = 2$ ， $DE = 1$ ，则 $S_{\triangle CD}$ = _____．



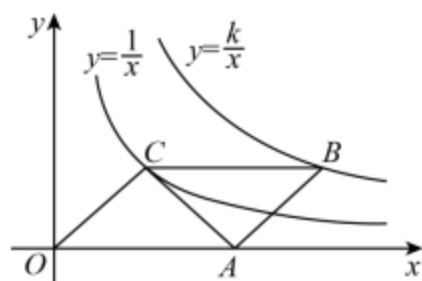
15. 在北京冬奥会自由式滑雪大跳台比赛中，我国选手谷爱凌的精彩表现让人叹为观止，已知谷爱凌从 2m 高的跳台滑出后的运动路线是一条抛物线，设她与跳台边缘的水平距离为 x m，与跳台底部所在水平面的竖直高度为 y m， y 与 x 的函数关系式为 $y = -\frac{1}{32}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$ ($0 \leq x \leq 20.5$)，当她与跳台边缘的水平距离为_____m 时，竖直高度达到最大值．



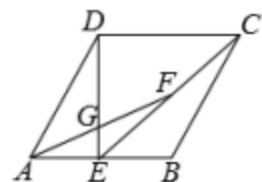
16. 如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 45° 方向，距离灯塔 100 海里的 A 处，它沿正南方向以 $50\sqrt{2}$ 海里/小时的速度航行 t 小时后，到达位于灯塔 P 的南偏东 30° 方向上的点 B 处，则 $t =$ _____ 小时．



17. 如图，平行四边形 $OABC$ 的顶点 O 是坐标原点， A 在 x 轴的正半轴上， B ， C 在第一象限，反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象经过点 C ， $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 B ．若 $OC = AC$ ，则 $k =$ _____．



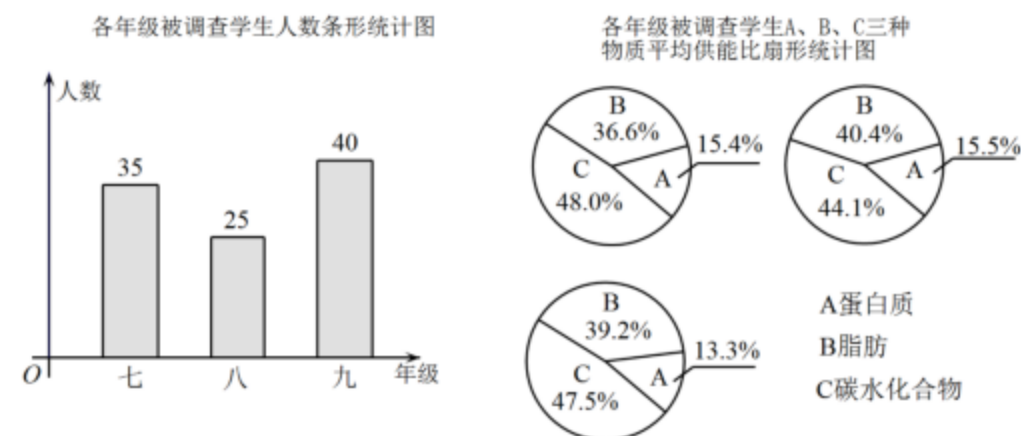
18.如图,已知菱形 $ABCD$ 的边长为2, $\angle DAB = 60^\circ$, E 为 AB 的中点, F 为 CE 的中点, AF 与 DE 相交于点 G ,则 GF 的长等于_____.



三、解答题(本大题共8小题,共90分.)

19.(10分)计算 $(1) \sqrt{4} - 2 \sin 45^\circ + (\frac{1}{3})^{-1} + |-\sqrt{2}|$; 解方程 $(2) x^2 + 4x - 5 = 0$.

20.(10分)合理的膳食可以保证青少年体格和智力的正常发育.综合实践小组为了解某校学生膳食营养状况,从该校1380名学生中调查了100名学生的膳食情况,调查数据整理如下:



中国营养学会推荐的三大营养素供能比参考值	
蛋白质	10%~15%
脂肪	20%~30%
碳水化合物	50%~65%

注：供能比为某物质提供的能量占人体所需总能量的百分比。

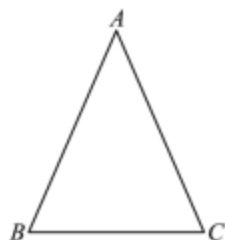
(1)本次调查采用_____的调查方法；(填“普查”或“抽样调查”)

(2)通过对调查数据的计算，样本中的蛋白质平均供能比约为 14.6%，请计算样本中的脂肪平均供能比和碳水化合物平均供能比；

(3)结合以上的调查和计算，对照下表中的参考值，请你针对该校学生膳食状况存在的问题提一条建议。

21. (11分) 我们规定：等腰三角形的顶角与一个底角度数的比值叫做等腰三角形的“特征值”，记作 k ，若 $k = \frac{1}{2}$ ，则该等腰三角形的顶角为_____度。

(1) 如图，记上述等腰三角形为 $\triangle ABC$ ， $AB = AC$ ，用尺规作 $\angle B$ 的角平分线 BD ，交 AC 于点 D (保留作图痕迹，不写作法)；



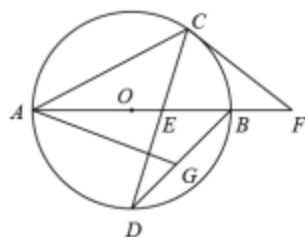
(2) 在 (1) 的基础上，延长 BC 到点 E ，使得 $CE = CD$ ，依题意补全图形，并判断点 D 是否在线段 BE 的垂直平分线上。

22. (10分) 小明去某体育馆锻炼，该体育馆有 A 、 B 两个进馆通道和 C 、 D 、 E 三个出馆通道，从进馆通道进馆的可能性相同，从出馆通道出馆的可能性也相同。

(1) 小明从 A 通道进馆的概率是_____；

(2) 用列表或画树状图的方法求小明恰好经过通道 A 与通道 D 的概率。

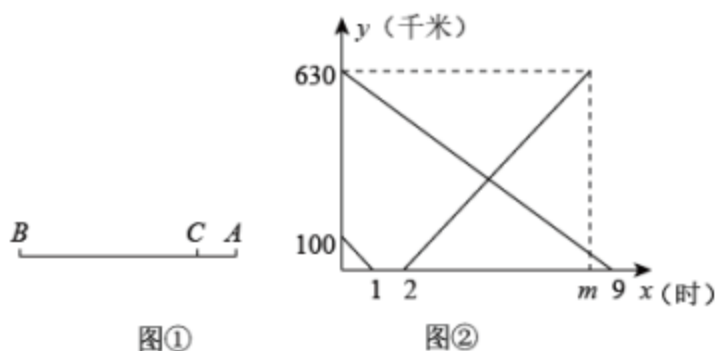
23. (11分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 是弦， D 是 $\widehat{AB}$ 的中点， CD 与 AB 交于点 E 。 F 是 AB 延长线上的一点，且 $CF = EF$ 。



(1) 求证： CF 为 $\odot O$ 的切线；

(2)连接 BD ，取 BD 的中点 G ，连接 AG ．若 $CF=4$ ， $BF=2$ ，求 AG 的长．

24. (12分) 如图①所示，在 A, B 两地之间有汽车站 C 站，客车由 A 地驶往 B 地，途径 C 站停留了 1 小时后，继续以原速驶往 B 地，货车由 B 地驶往 C 站．两车同时出发，匀速行驶．图②是客车、货车离 C 站的路程 y_1, y_2 (千米) 与行驶时间 x (小时) 之间的函数图像．



(1)填空： A, B 两地相距_____千米，图②中 m 的值为_____．

(2)求客车从 C 站驶往 B 地过程中， y_1 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围．

(3)直接写出两车相距 50 千米时 x 的值．

25. (13分) 某校为配合疫情防控需要，每星期组织学生进行核酸抽样检测；防疫部门为了解学生错峰进入操场进行核酸检测情况，调查了某天上午学生进入操场的累计人数 y (单位：人) 与时间 x (单位：分钟) 的变化情况，发现其变化规律符合函数关系式： $y = \begin{cases} ax^2 + bx + c (0 \leq x \leq 8) \\ 640, (8 < x \leq 10) \end{cases}$ ，数据如下表．

时间 x (分钟)	0	1	2	3	...	8	$8 < x, 10$
累计人数 y (人)	0	150	280	390	...	640	640

(1)求 a, b, c 的值；

(2)如果学生一进入操场就开始排队进行核酸检测，检测点有 4 个，每个检测点每分钟检测 5 人，求排

队人数的最大值（排队人数-累计人数-已检测人数）；

(3)在(2)的条件下，全部学生都完成核酸检测需要多少时间？如果要在不超过 20 分钟让全部学生完成核酸检测，从一开始就应该至少增加几个检测点？

26. (13 分) 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $AD = 3$ ， $AB = 2\sqrt{3}$ ， $DH \perp BC$ 于点 H 。将 $\triangle PQM$ 与该四边形按如图方式放在同一平面内，使点 P 与 A 重合，点 B 在 PM 上，其中 $\angle Q = 90^\circ$ ， $\angle QPM = 30^\circ$ ， $PM = 4\sqrt{3}$ 。

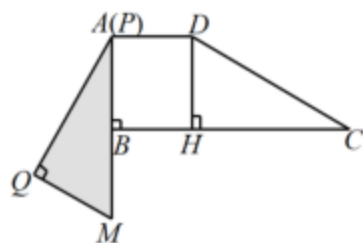


图1

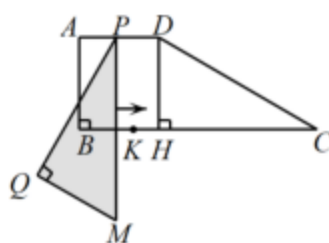


图2

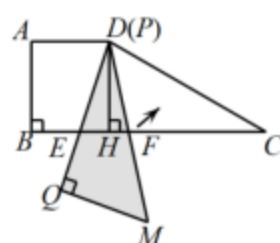


图3

(1)求证： $\triangle PQM \cong \triangle CHD$ ；

(2) $\triangle PQM$ 从图 1 的位置出发，先沿着 BC 方向向右平移（图 2），当点 P 到达点 D 后立刻绕点 D 逆时针旋转（图 3），当边 PM 旋转 50° 时停止。

①边 PQ 从平移开始，到绕点 D 旋转结束，求边 PQ 扫过的面积；

②如图 2，点 K 在 BH 上，且 $BK = 9 - 4\sqrt{3}$ 。若 $\triangle PQM$ 右移的速度为每秒 1 个单位长，绕点 D 旋转的速度为每秒 5° ，求点 K 在 $\triangle PQM$ 区域（含边界）内的时长；

③如图 3. 在 $\triangle PQM$ 旋转过程中，设 PQ ， PM 分别交 BC 于点 E ， F ，若 $BE = d$ ，直接写出 CF 的长（用含 d 的式子表示）。

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．每小题只有一个选项是符合题意的）

1、B

【解析】解：因为 $2023 \times \frac{1}{2023} = 1$ ，

所以 2023 的倒数是 $\frac{1}{2023}$ ，

故选：B．

2、D

【解析】解：A. $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{8} = \sqrt{4} = 2$ ，故此计算错误，不符合题意；

B. $(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$ ，故此计算错误，不符合题意；

C. $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x} = -\frac{x-2}{x(x-1)}$ ，故此计算错误，不符合题意；

D. $3xy \div \frac{-2y^2}{3x} = 3xy \times \frac{3x}{-2y^2} = -\frac{9x^2}{2y}$ ，计算正确，符合题意，

故选：D．

3、D

【解析】解：当 3 是腰时，

$\because 3+3 > 5$ ，

$\therefore 3, 3, 5$ 能组成三角形，

此时等腰三角形的周长为 $3+3+5=11$ （cm），

当 5 是腰时，

$\because 3+5 > 5$ ，

5, 5, 3 能够组成三角形，

此时等腰三角形的周长为 $5+5+3=13$ （cm），

则三角形的周长为 11cm 或 13cm．

故选：D

4、B

【解析】解：将 262 883 000 000 保留 1 位整数是 2.62883，小数点向左移动了 11 位，

则 $262\ 883\ 000\ 000 = 2.62883 \times 10^{11}$ ，

故选 B．

5、C

【解析】由几何体可知，该几何体的三视图为



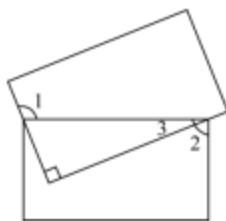
故选 C

6、C

【解析】解：如图， $\angle 3 = \angle 1 - 90^\circ = \alpha - 90^\circ$ ，

$$\angle 2 = 90^\circ - \angle 3 = 180^\circ - \alpha.$$

故选：C.



7、B

【解析】第一年植树为 400 棵，第二年植树为 $400(1+x)$ 棵，第三年 $400(1+x)^2$ 棵，根据题意列出

方程： $400(1+x)^2 = 625$.

故选：B.

8、B

【解析】 $\because$ 点 E 为 OC 的中点， $\therefore S_{\triangle AEO} = S_{\triangle AEC} = \frac{3}{4}$ ，

$\because$ 点 A, C 为函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 图象上的两点， $\therefore S_{\triangle ABO} = S_{\triangle CDO}$ ，

$$\therefore S_{\text{四边形} CDBE} = S_{\triangle AEO} = \frac{3}{4},$$

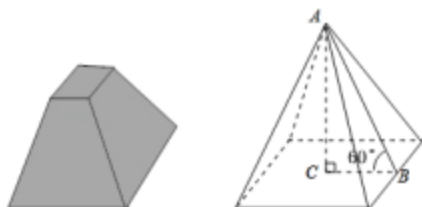
$\because EB \parallel CD$ ， $\therefore \triangle OEB \sim \triangle OCD$ ， $\therefore \frac{S_{\triangle OEB}}{S_{\triangle OCD}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ， $\therefore S_{\triangle OCD} = 1$ ，则 $\frac{1}{2}xy = -1$ ，

$$\therefore k = xy = -2.$$

故选：B.

9、B

【解析】如图，



∵底部是边长为 120m 的正方形，

$$\therefore BC = \frac{1}{2} \times 120 = 60\text{m},$$

$$\therefore AC \perp BC, \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = \frac{BC}{\sin \angle BAC} = \frac{BC}{\frac{1}{2}} = 2BC = 120\text{m},$$

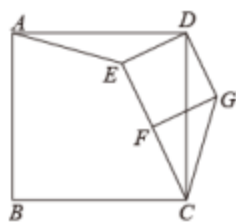
$$\therefore AC = \sqrt{120^2 - 60^2} = 60\sqrt{3}\text{m}.$$

答：这个金字塔原来有 $60\sqrt{3}$ 米高．

故选：B．

10、C

【解析】解：如图，连接 CF 、 CG 、 AE ，



$$\therefore \angle ADC = \angle EDG = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDG$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDG$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AD = CD \\ \angle ADE = \angle CDG \\ DE = DG \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDG (SAS)$$

$$\therefore AE = CG$$

$$\therefore DE + CF + CG = EF + CF + AE$$

当 $EF + CF + AE = AC$ 时，最小，

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore d_1 + d_2 + d_3 \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{2},$$

故选：C．

二、填空题（本人题共 8 小题，第 11~12 题每小题 3 分，第 13~18 题每小题 4 分，共 30 分）

11、 $x \geq -1$

【解析】若函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{3}$ 有意义，

则 $x+1 \geq 0$ ，

解得： $x \geq -1$ 。

故答案为： $x \geq -1$ 。

12、小李

【解析】解：由折线统计图可知，小张的数据波动比小李的数据波动小，则小李是新手，

故答案为：小李。

13、 $\frac{x}{7} + \frac{x}{9} = 1$

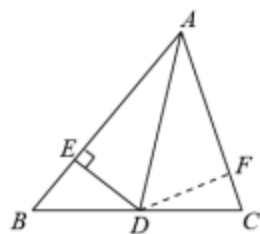
【解析】解：设野鸭与大雁从南海和北海同时起飞，经过 x 天相遇，根据题意得：

$$\frac{x}{7} + \frac{x}{9} = 1,$$

故答案为： $\frac{x}{7} + \frac{x}{9} = 1$ 。

14、1

【解析】解：如图，作 $DF \perp AC$ 于点 F ，



$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，

$\therefore DF = DE = 1$ ，

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot DF = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1.$$

故答案为：1。

15、8

【解析】解： $\because y = -\frac{1}{32}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{32}(x-8)^2 + 4$ ， $-\frac{1}{32} < 0$ ，

$\therefore$ 当 $x=8$ 时， y 有最大值，最大值为 4，

$\therefore$ 当她与跳台边缘的水平距离为 8m 时，竖直高度达到最大值。

故答案为：8。

16、 $(1+\sqrt{5})$

【解析】由题意得：

$\angle PAC=45^\circ$, $\angle PBA=30^\circ$, $AP=100$ 海里,

在 $Rt\triangle APC$ 中, $AC=AP \cdot \cos 45^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2}$ (海里),

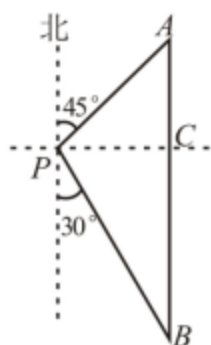
$PC=AP \cdot \sin 45^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2}$ (海里),

在 $Rt\triangle BCP$ 中, $BC = \frac{PC}{\tan 30^\circ} = \frac{50\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 50\sqrt{6}$ (海里),

$\therefore AB=AC+BC=(50\sqrt{2}+50\sqrt{6})$ 海里,

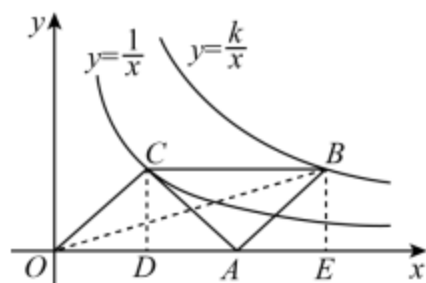
$\therefore t = \frac{50\sqrt{2}+50\sqrt{6}}{50\sqrt{2}} = (1+\sqrt{3})$ 小时,

故答案为: $(1+\sqrt{3})$.



17、3

【解析】解：过点 C 作 $CD \perp OA$ 于 D ，过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于 E ，



$\therefore CD \parallel BE$,

$\therefore$ 四边形 $ABCO$ 为平行四边形,

$\therefore CB \parallel OA$, 即 $CB \parallel DE$, $OC=AB$, $\therefore$ 四边形 $CDEB$ 为平行四边形,

$\therefore CD \perp OA$, $\therefore$ 四边形 $CDEB$ 为矩形, $\therefore CD=BE$,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle COD$ 和 $Rt\triangle BAE$ 中,

$$\begin{cases} OC = AB \\ CD = EB \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle COD \cong \text{Rt}\triangle BAE$ (HL), $\therefore S_{\triangle OCD} = S_{\triangle ABE}$,

$\therefore OC = AC, CD \perp OA, \therefore OD = AD$,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象经过点 C , $\therefore S_{\triangle OCD} = S_{\triangle CAD} = \frac{1}{2}$,

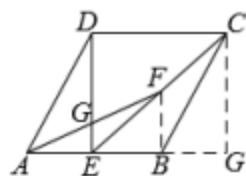
$\therefore S_{\text{平行四边形 } OCBA} = 4S_{\triangle OCD} = 2, \therefore S_{\triangle OBA} = \frac{1}{2} S_{\text{平行四边形 } OCBA} = 1$,

$\therefore S_{\triangle OBE} = S_{\triangle OBA} + S_{\triangle ABE} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \therefore k = 2 \times \frac{3}{2} = 3$.

故答案为 3.

18、 $\frac{\sqrt{19}}{4}$

【解析】解：如图，连接 FB ，作 $CG \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 G 。



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, $\therefore AD \parallel BC, AD = AB = BC = CD = 2$,

$\therefore \angle DAB = 60^\circ, \therefore \angle CBG = \angle DAB = 60^\circ$,

$\therefore CG = BC \cdot \sin \angle CBG = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, BG = BC \cdot \cos \angle CBG = 2 \times \frac{1}{2} = 1$,

$\therefore E$ 为 AB 的中点, $\therefore AE = EB = 1$,

$\therefore BE = BG$, 即点 B 为线段 EG 的中点,

又 $\therefore F$ 为 CE 的中点, $\therefore FB$ 为 $\triangle ECG$ 的中位线,

$\therefore FB \parallel CG, FB = \frac{1}{2} CG = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore FB \perp AB$, 即 $\triangle ABF$ 是直角三角形, $\therefore AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{19}}{2}$.

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle BGC$ 中,

$$\begin{cases} AD = BC \\ \angle DAE = \angle CBG \\ AE = BG \end{cases},$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle BGC, \therefore \angle AED = \angle BGC = 90^\circ, \therefore \angle AEG = \angle ABF = 90^\circ$,

又 $\therefore \angle GAE = \angle FAB, \therefore \triangle AEG \sim \triangle ABF, \therefore \frac{AG}{AF} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$,

$$\therefore AG = \frac{1}{2}AF = \frac{\sqrt{19}}{4}, \therefore GF = AF - AG = \frac{\sqrt{19}}{4}.$$

故答案为: $\frac{\sqrt{19}}{4}$.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 90 分.)

19、(1)5; (2) $x_1 = -5, x_2 = 1$

【解析】(1) 原式 $= 2 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 + \sqrt{2}$

$$= 2 - \sqrt{2} + 3 + \sqrt{2}$$

$$= 5;$$

$$(2) (x-1)(x+5)=0,$$

$$(x-1)=0 \text{ 或 } (x+5)=0, \text{ 所以 } x_1 = -5, x_2 = 1.$$

20、(1)抽样调查

(2)样本中的脂肪平均供能比为 38.59%, 碳水化合物平均供能比为 46.825%

(3)答案见解析

【解析】(1) 解: 由该校 1380 名学生中调查了 100 名学生的膳食情况,

可得: 本次调查采用抽样的调查方法;

故答案为: 抽样

$$(2) \text{ 样本中所有学生的脂肪平均供能比为 } \frac{35 \times 36.6\% + 25 \times 40.4\% + 40 \times 39.2\%}{35 + 25 + 40} \times 100\% = 38.59\%,$$

$$\text{样本中所有学生的碳水化合物平均供能比为 } \frac{35 \times 48.0\% + 25 \times 44.1\% + 40 \times 47.5\%}{35 + 25 + 40} \times 100\% = 46.825\%.$$

答: 样本中的脂肪平均供能比为 38.59%, 碳水化合物平均供能比为 46.825%.

(3) 该校学生蛋白质平均供能比在合理的范围内, 脂肪平均供能比高于参考值, 碳水化合物供能比低于参考值, 膳食不合理, 营养搭配不均衡, 建议增加碳水化合物的摄入量, 减少脂肪的摄入量. (答案不唯一, 建议合理即可)

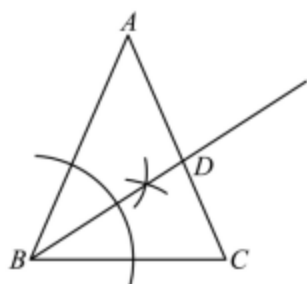
21、题干: 36; (1) 见解析; (2) 补全图形见解析, 点 D 在线段 BE 的垂直平分线上, 证明见解析

【解析】解: 设等腰三角形的顶角为 x 度, 则底角为 $2x$ 度,

$$\therefore x + 2x + 2x = 180,$$

解得 $x = 36$, 故答案为: 36;

(1) 如图所示, BD 即为所求;



(2) 补全图形如下，点 D 在线段 BE 的垂直平分线上，

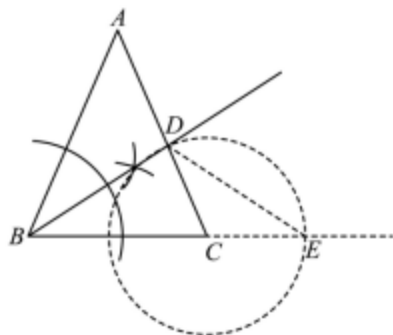
证明如下：如图所示，连接 DE ，

由题意得 $\angle A = 36^\circ$ ， $\angle ABC = \angle ACB = 72^\circ$ ，

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ， $\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 36^\circ$ ，

$\because CD = CE$ ， $\therefore \angle CDE = \angle CED$ ， $\therefore \angle CDE = \angle CED = \frac{1}{2} \angle ACB = 36^\circ$ ， $\therefore \angle DBE = \angle DEB$ ，

$\therefore DB = DE$ ， $\therefore$ 点 D 在线段 BE 的垂直平分线上。

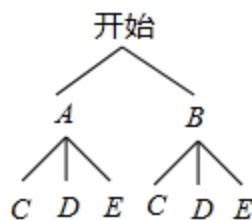


22、(1) $\frac{1}{2}$ ；(2) 恰好经过通道 A 与通道 D 的概率为 $\frac{1}{6}$

【解析】(1) 小明从 A 通道进馆的概率是 $\frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$ ；

(2) 画树状图如下所示，



由上可得，一共有 6 种可能性，其中恰好经过通道 A 与通道 D 的可能性有 1 种，

$\therefore$ 恰好经过通道 A 与通道 D 的概率为 $\frac{1}{6}$ 。

23、(1) 见解析；(2) $AG = \frac{3}{2} \sqrt{10}$

【解析】(1) 如图 1，连接 OC ， OD 。

$$\because OC = OD, \therefore \angle OCD = \angle ODC.$$

$$\because FC = FE, \therefore \angle FCE = \angle FEC.$$

$$\because \angle OED = \angle FEC, \therefore \angle OED = \angle FCE.$$

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径, } D \text{ 是 } \overline{AB} \text{ 的中点, } \therefore \angle DOE = 90^\circ. \therefore \angle OED + \angle ODC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle FCE + \angle OCD = 90^\circ, \text{ 即 } \angle OCF = 90^\circ.$$

$$\therefore OC \perp CF.$$

$\therefore CF$ 为 $\odot O$ 的切线.

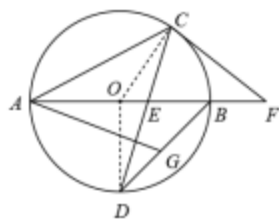


图1

(2) 解: 如图3, 过 G 作 $GH \perp AB$, 垂足为 H .

设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OF = r + 2$.

在 $Rt\triangle OCF$ 中, $4^2 + r^2 = (r + 2)^2$, 解之得 $r = 3$.

$$\because GH \perp AB, \therefore \angle GHB = 90^\circ.$$

$$\because \angle DOE = 90^\circ, \therefore \angle GHB = \angle DOE. \therefore GH \parallel DO. \therefore \triangle BHG \sim \triangle BOD. \therefore \frac{BH}{BO} = \frac{BG}{BD}.$$

$$\because G \text{ 为 } BD \text{ 中点, } \therefore BG = \frac{1}{2}BD.$$

$$\therefore BH = \frac{1}{2}BO = \frac{3}{2}, \quad GH = \frac{1}{2}OD = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore AH = AB - BH = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}.$$

$$\therefore AG = \sqrt{GH^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}\sqrt{10}.$$

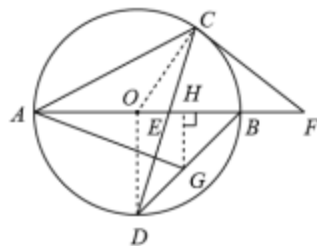


图3

24、(1)730; 8.3;(2) $y_1 = 100x - 200 (2 \leq x \leq 8.3)$;(3) $\frac{78}{17}$ 或 $\frac{88}{17}$

【解析】(1) 解: 观察图②得: $AC = 100$ 千米, $BC = 630$ 千米,

$\therefore AB=730$ 千米,

客车的速度为 $\frac{100}{1}=100$ 千米/时,

$\therefore m=\frac{630}{100}+1+1=8.3$; 故答案为: 730; 8.3;

(2) 解: 设 y_1 与 x 之间的函数关系式为 $y_1=k_1x+b_1$ ($k_1 \neq 0$),

把点 $(2,0)$, $(8.3,630)$ 代入得:

$$\begin{cases} 2k_1+b_1=0 \\ 8.3k_1+b_1=630 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k_1=100 \\ b_1=-200 \end{cases},$$

$\therefore y_1$ 与 x 之间的函数关系式为 $y_1=100x-200$ ($2 \leq x \leq 8.3$);

(3) 解: 设 y_2 与 x 之间的函数关系式为 $y_2=k_2x+b_2$ ($k_2 \neq 0$),

把点 $(0,630)$, $(9,0)$ 代入得:

$$\begin{cases} 630=b_2 \\ 9k_2+b_2=0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} b_2=630 \\ k_2=-70 \end{cases},$$

$\therefore y_2$ 与 x 之间的函数关系式为 $y_2=-70x+630$,

当两车相遇前相距 50 千米时,

$$-70x+630-(100x-200)=50, \text{解得: } x=\frac{78}{17};$$

当两车相遇后相距 50 千米时,

$$100x-200-(-70x+630)=50, \text{解得: } x=\frac{88}{17},$$

综上所述, 两车相距 50 千米时 x 的值为 $\frac{78}{17}$ 或 $\frac{88}{17}$.

25、(1) $a=-10$, $b=160$, $c=0$; (2) 490 人

(3) 从一开始应该至少增加 3 个检测点

【解析】(1) (1) 将 $(0,0)$, $(1,150)$, $(2,280)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$,

$$\text{得} \begin{cases} c=0 \\ a+b+c=150 \\ 4a+2b+c=280 \end{cases},$$

解之得 $a=-10$, $b=160$, $c=0$;

(2) 设排队人数为 w , 由 (1) 知 $y=\begin{cases} -10x^2+160x & (0 \leq x \leq 8) \\ 640 & (8 < x \leq 10) \end{cases}$,

由题意可知， $w = y - 20x$ ，

当 $0 \leq x \leq 8$ 时， $y = -10x^2 + 160x$ ， $w = -10x^2 + 160x - 20x = -10(x-7)^2 + 490$

$\therefore x = 7$ 时，排队人数 w 的最大值是 490 人，

当 $8 < x \leq 10$ 时， $y = 640$ ， $w = 640 - 20x$ ，

$\therefore w$ 随自变量 x 的增大而减小，

$\therefore 440 \leq w < 480$ ，

由 $480 < 490$ 得，排队人数最大值是 490 人；

(3) 在 (2) 的条件下，全部学生完成核酸检测时间 $= 640 \div (4 \times 5) = 32$ (分钟)

设从一开始增加 n 个检测点，则 $\frac{640}{(4+n) \times 5} \leq 20$ ，解得 $n \geq 2.4$ ， n 为整数，

$\therefore$ 从一开始应该至少增加 3 个检测点。

26、(1) 见详解；(2) ① $9\sqrt{3} + 5\pi$ ；② $(4\sqrt{3} - 3)s$ ；③ $CF = \frac{60 - 12d}{9 - d}$

【解析】(1) $\because AD \parallel BC$ ， $DH \perp BC$ ， $\therefore DH \perp AD$

则在四边形 $ABHD$ 中

$\angle ABH = \angle BHD = \angle HDA = 90^\circ$

故四边形 $ABHD$ 为矩形

$DH = AB = 2\sqrt{3}$ ， $BH = AD = 3$

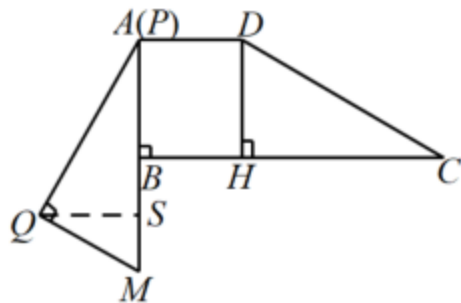
在 $Rt\triangle DHC$ 中， $\angle C = 30^\circ$

$\therefore CD = 2DH = 4\sqrt{3}$ ， $CH = \sqrt{3}DH = 6$

$$\therefore \begin{cases} \angle DHC = \angle Q = 90^\circ \\ \angle C = \angle QPM = 30^\circ \\ CD = PM = 4\sqrt{3} \end{cases}$$

$\therefore \triangle CHD \cong \triangle PQM (AAS)$ ；

(2) ① 过点 Q 作 $QS \perp AM$ 于 S



由 (1) 得： $AQ = CH = 6$

在 $Rt\triangle AQS$ 中, $\angle QAS = 30^\circ \therefore AS = \frac{\sqrt{3}}{2}AQ = 3\sqrt{3}$

平移扫过面积: $S_1 = AD \cdot AS = 3 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

旋转扫过面积: $S_2 = \frac{50^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot PQ^2 = \frac{50^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 6^2 = 5\pi$

故边 PQ 扫过的面积: $S = S_1 + S_2 = 9\sqrt{3} + 5\pi$

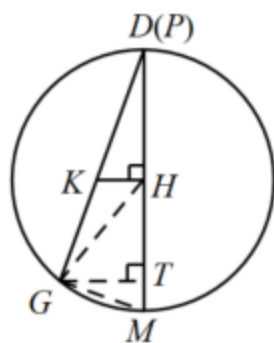
②运动分两个阶段: 平移和旋转

平移阶段: $KH = BH - BK = 3 - (9 - 4\sqrt{3}) = 4\sqrt{3} - 6$

$t_1 = \frac{KH}{v} = (4\sqrt{3} - 6)s$

旋转阶段: 由线段长度得: $PM = 2DM$

取刚开始旋转状态, 以 PM 为直径作圆, 则 H 为圆心, 延长 DK 与圆相交于点 G , 连接 GH , GM , 过点 G 作 $GT \perp DM$ 于 T



设 $\angle KDH = \theta$, 则 $\angle GHM = 2\theta$

在 $Rt\triangle DKH$ 中: $KH = BH - BK = 3 - (9 - 4\sqrt{3}) = 4\sqrt{3} - 6 = 2\sqrt{3} \times (2 - \sqrt{3})$

$DK = \sqrt{DH^2 + KH^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3} - 6)^2} = 4\sqrt{3} \times \sqrt{2 - \sqrt{3}}$

设 $t = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$, 则 $KH = 2\sqrt{3}t^2$, $DK = 4\sqrt{3}t$, $DH = 2\sqrt{3}$

$\tan \theta = \frac{KH}{DH} = t^2$, $\sin \theta = \frac{KH}{DK} = \frac{t}{2}$, $\cos \theta = \frac{DH}{DK} = \frac{1}{2t}$

$\because DM$ 为直径, $\therefore \angle DGM = 90^\circ$

在 $Rt\triangle DGM$ 中: $DG = DM \cdot \cos \theta = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2t} = \frac{2\sqrt{3}}{t}$

在 $Rt\triangle DGT$ 中: $GT = DG \cdot \sin \theta = \frac{2\sqrt{3}}{t} \times \frac{t}{2} = \sqrt{3}$

在 $Rt\triangle HGT$ 中: $\sin 2\theta = \frac{GT}{GH} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

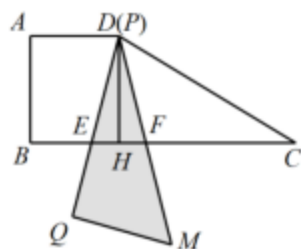
$$\therefore 2\theta = 30^\circ, \theta = 15^\circ$$

$$PQ \text{ 转过的角度: } 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ, t_2 = \frac{15^\circ}{5^\circ} = 3s$$

$$\text{总时间: } t = t_1 + t_2 = 4\sqrt{3} - 6 + 3 = (4\sqrt{3} - 3)s$$

$$\textcircled{3} \text{ 设 } CF = m, \text{ 则 } EF = BC - BE - CF = 9 - d - m, CE = 9 - d,$$

当旋转角 $< 30^\circ$ 时, DE 在 DH 的左侧, 如图:



$$\because \angle EDF = 30^\circ, \angle C = 30^\circ, \therefore \angle EDF = \angle C,$$

$$\text{又} \because \angle DEF = \angle CED, \therefore \triangle DEF \sim \triangle CED, \therefore \frac{DE}{CE} = \frac{EF}{DE}, \text{ 即 } \frac{DE}{9-d} = \frac{9-d-m}{DE},$$

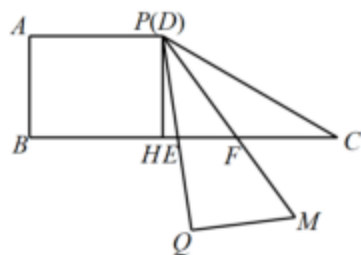
$$\therefore DE^2 = (9-d)^2 - m(9-d),$$

$$\because \text{在} \triangle DHE \text{ 中, } DE^2 = DH^2 + EH^2 = (2\sqrt{3})^2 + (3-d)^2, \therefore (9-d)^2 - m(9-d) = (2\sqrt{3})^2 + (3-d)^2, \therefore$$

$$CF = m = \frac{60-12d}{9-d}$$

当旋转角 $\geq 30^\circ$ 时, DE 在 DH 上或右侧, 如图: $CF = m$, 则 $EF = BC - BE - CF = 9 - d - m$, $CE = 9 - d$,

$$\text{同理: 可得 } CF = m = \frac{60-12d}{9-d}$$



$$\text{综上所述: } CF = \frac{60-12d}{9-d}.$$