

2022-2023 学年八年级下册数学检测卷

第12章《二次根式》

姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____

一、选择题

1. 下列计算正确的是()

A. $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 1$ D. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1$

2. 要使式子 $\frac{2x}{\sqrt{x+2}}$ 有意义, 则 x 的取值范围是()

A. $x \geq -2$ B. $x > -2$ C. $x \neq 2$ D. $x > -2$ 且 $x \neq 0$

3. 实数 7 不可以写成的形式是()

A. $\sqrt{7^2}$ B. $-\sqrt{7^2}$ C. $\sqrt{(-7)^2}$ D. $(-\sqrt{7})^2$

4. 已知 $\sqrt{(a-1)^2} = a-1$, 那么 a 的范围()

A. $a > 1$ B. $a < 1$ C. $a \geq 1$ D. $a \leq 1$

5. 已知 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, 那么 a 与 b 的关系为()

A. 互为相反数 B. 互为倒数 C. 相等 D. a 是 b 的平方根

6. 若 $3 < a < 4$, 则 $\sqrt{a^2 - 6a + 9} - |a - 4|$ 等于()

A. $2a - 7$ B. -1 C. $7 - 2a$ D. 1

7. 化简 $(2-x)\sqrt{\frac{1}{x-2}}$ 得()

A. $\sqrt{2-x}$ B. $\sqrt{x-2}$ C. $-\sqrt{2-x}$ D. $-\sqrt{x-2}$

8. 已知 $y = x + 5 - \sqrt{(x-3)^2}$, 当 x 分别取 1, 2, 3, ..., 2021 时, 所对应 y 值的总和是()

A. 16162 B. 16164 C. 16166 D. 16168

9. 如图是一个按某种规律排列的数阵, 根据数阵排列的规律, 第 2021 行从左向右数第 2020 个数是()

1	$\sqrt{2}$								第 1 行
$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$						第 2 行
$\sqrt{7}$	$2\sqrt{2}$	3	$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$	$2\sqrt{3}$				第 3 行
$\sqrt{13}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{15}$	4	$\sqrt{17}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{19}$	$2\sqrt{5}$		第 4 行
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

A. 2020 B. 2021 C. D.

10. 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ ， $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{d}$ ， $\frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{e}$ ，

其中 a, b, c, d, e 为正整数. 设 $\frac{1}{e} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ，则 e 值是

A. B. C. D.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）请把答案直接填写在横线上

11. 若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义，实数 x 的取值范围是_____.

12. 若式子 $\frac{1}{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

13. 已知： $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ ， $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{d}$ ，则 _____.

14. 如图，从一个矩形中截去面积分别为 1 和 4 的两个正方形，则剩下的两个小矩形的面积之和（图中阴影部分的面积）为_____.

15. 若 a, b 是实数，且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ ，则 c 的值是_____.

16. 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ ， $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{d}$ ，那么 $\frac{1}{c} + \frac{1}{d}$ 的值是_____.

17. 观察下列各式 $\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ ， $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$ ， $\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{5} - \frac{1}{20}$ ，依照此方

法计算 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$ _____.

18. 若 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ ， $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{d}$ ，则 $\frac{1}{c} + \frac{1}{d}$ 的值是_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 46 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. 计算：

(1) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$ ；

(3) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$ ；

20. 计算：

(1)

(2)

21. 计算：

(1) 已知 a 、 b 满足 $a^2 + b^2 = 10$ ，且 $a + b = 4$ ，求 $\sqrt{a^2 + b^2}$ 的平方根．

(2) 已知实数 x ， y ， z 在数轴上的对应点如图所示，化简 $|x - y| + |y - z| + |z - x|$ ；

(3) 已知 a 、 b 满足 $a^2 + b^2 = 10$ ，求 $a^2 + b^2$ 的值．

22. 某居民小区有块形状为长方形 $ABCD$ 的绿地，长方形绿地的长 AB 为 $10\sqrt{2}$ 米，宽 BC 为 10 米，现在在长方形绿地中修建一个长方形花坛（即图中阴影部分），长方形花坛的长为 $6\sqrt{2}$ 米，宽为 4 米．

(1) 长方形 $ABCD$ 的周长是多少？（结果化为最简二次根式）

(2) 除去修建花坛的地方，其它地方全修建成通道，通道上要铺上造价为 6 元/平方米的地砖，要铺完整个通道，则购买地砖需要花费多少元？（结果化为最简二次根式）

23. 阅读下面的材料，解决问题：

；

；

；

(1) 求值：_____；_____；

(2) 计算：_____；

(3) 化简：_____。

24. 请阅读下列材料，并完成相应的任务：

我国著名的数学家秦九韶于公元 1247 年在《数书九章》提出了“三斜求积术”。他把三角形的三条边分别称为小斜、中斜和大斜。“术”即方法。三斜求积术就是用小斜平方加上大斜平方，减中斜平方，取相减后余数的一半，自乘而得一个数，小斜平方乘以大斜平方，减上面得到的那个数，相减后余数被 4 除，开平方后即得面积，即如果一个三角形的三边长分别为 a ， b ， c ，则这个三角形的面积

_____。古希腊几何学家海伦在他的著作《度量论》一书中也给出了三角形的

面积计算公式 $S = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}$ （其中 a, b, c 为三角形的三边长）。海伦公式与秦九韶公式实质上是同一公

式。下列是秦九韶公式 海伦公式的变形过程：

任务：

（1）将上述变形过程补充完整；

（2）已知 的三边长分别为 5、6、7，请任选一种公式计算 的面积．

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. D

【分析】根据二次根式的加减法对 A 进行判断；根据二次根式的乘法法则对 B 进行判断；利用分母有理化对 C 进行判断；根据平方差公式对 D 进行判断。

【解答】解：A、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不能合并，所以 A 选项错误；

B、原式 $=\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ ，所以 B 选项错误；

C、原式 $=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ，所以 C 选项错误；

D、原式 $=3-2=1$ ，所以 D 选项正确，故选：D

2. B

【分析】根据二次根式和分式有意义的条件可得 $x+2>0$ ，再解即可。

【解答】解：由题意得： $x+2>0$ ，
解得： $x>-2$ ，故选：B.

3. B

【分析】直接利用二次根式的性质分别化简得出答案。

【解答】解： $\sqrt{2}$ ， $\sqrt{3}$ ，故此选项不合题意；

$\sqrt{4}$ ，故此选项符合题意；

$\sqrt{5}$ ，故此选项不合题意；

$\sqrt{6}$ ，故此选项不合题意；故选：B.

4. C

【分析】直接利用二次根式的性质得出 $\sqrt{4}=2$ ，进而得出答案。

【解答】解： $\sqrt{4}=2$ ，
 $\sqrt{4}+1=2+1=3$ ，解得： $x=3$ 。故选：C.

5. B

【分析】求出 $\frac{1}{a}$ 的值，利用倒数定义判断即可。

【解答】解： $\frac{1}{a}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$ ，
 $\frac{1}{\frac{1}{a}}=a$ ，

则 a 与 b 的关系是互为倒数.

故选: B.

6. A

【分析】直接利用二次根式的性质以及绝对值的性质分别化简得出答案.

【解答】解: $\sqrt{16} = 4$, $|-2| = 2$,

故选: A.

7. C

8. D

9. B

10. C

11. A

12. D

13. B

14. C

15. A

16. D

17. B

18. C

19. A

20. D

21. B

22. C

23. A

24. D

25. B

26. C

27. A

28. D

29. B

30. C

，
值的总和为：

，故选：A.

9. D

【分析】经观察发现，第 行共有 个数，且第 行的第 个数为 ，从而得出答案.

【解答】解：经观察发现，第 行共有 个数，且第 行的第 个数为 ，

第 2021 行从左向右数第 2021 个数是 2021，

第 2021 行从左向右数第 2020 个数是 ，故选：D.

10. A

【分析】将 、 、 的结果写成下列的形式， ， ， ，

，进而根据规律求解即可.

【解答】解：由 、 、 的规律可得，

，

，

，

，

所以

，故选：A.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）请把答案直接填写在横线上

11.

【分析】根据被开方数是非负数，可得答案.

【解答】解：若二次根式 有意义，则 .

故答案为 .

12.

【分析】根据二次根式有意义的条件得出 且 ，再求出组成的不等式组的解集即可.

【解答】解：要使 有意义，必须 且 ，

解得： ，

即 的取值范围是 ，

故答案为： .

13.

【分析】先计算出 ， 的值，然后代入所求式子即可求得相应的值.

【解答】解： ， ，

，

，

，

故答案为：2.

14.

【分析】分别求得阴影部分的长和宽后即可求得面积的和.

【解答】解：面积为 8 的正方形的边长为 ，

面积为 2 的正方形的边长 ，

阴影部分组成的矩形的长为 ，

阴影部分面积为： ，

故答案为：2.

15.

【分析】根据二次根式有意义的条件和绝对值的概念求得 a 和 b 的值，从而代入求值．

【解答】解：由题意可得 $a+1=0$ ， $b-2=0$ ，

解得： $a=-1$ ， $b=2$ ，

$$a^2+b^2+2ab+2a+2b+1=1+4+2\times(-1)\times 2+2\times(-1)+2\times 2+1=5$$

解得： $a^2+b^2+2ab+2a+2b+1=5$ ，

当 $a=1$ ， $b=2$ 时，原式 $=1+4+2\times 1\times 2+2\times 1+2\times 2+1=15$ ，

当 $a=-1$ ， $b=2$ 时，原式 $=1+4+2\times(-1)\times 2+2\times(-1)+2\times 2+1=5$ ，

综上， $a^2+b^2+2ab+2a+2b+1$ 的值为 15 或 5 ．

16.

【分析】先将原式提取公因式变形，然后利用平方差公式和二次根式的加减法运算法则计算 a^2+b^2 和 $2ab$ 的值，最后利用整体思想代入计算．

【解答】解：原式 $=a^2+b^2+2ab+2a+2b+1$ ，

由题意可得：

$$\begin{aligned} a^2+b^2+2ab+2a+2b+1 &= (a+b)^2+2(a+b)+1 \\ &= (a+b+1)^2 \end{aligned}$$

原式 $= (a+b+1)^2$ ，

故答案为： $(a+b+1)^2$ ．

17.

【分析】直接利用二次根式的性质得出有理化因式进而计算即可．

【解答】解： $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$ ．

故答案为： $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$ ．

18.

【分析】利用二次根式有意义的条件可得 $a=1$ ，然后再利用绝对值进行计算即可．

【解答】解：由题意得： $a=1$ ， $b=2$ ，

解得： $a=1$ ， $b=2$ ，

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \times 1 \\
 &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

故答案为： $\frac{1}{2}$ 。

三、解答题（本大题共 6 小题，共 46 分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19.

【分析】（1）根据二次根式的加减运算法则即可求出答案。

（2）根据二次根式的乘除运算法则即可求出答案。

（3）根据乘法分配律即可取出答案。

（4）根据平方差公式以及完全平方公式即可求出答案。

【解答】解：（1）原式

•

（2）原式

•

（3）原式

•

（4）原式

•

20.

【分析】（1）根据二次根式的混合运算的运算法则计算即可；

（2）根据二次根式的混合运算的运算法则计算即可。

【解答】解：（1）

；

（2）

．

21．

【分析】（1）先根据平方、二次根式的非负性，立方根的意义，求出 a 、 b 、 c 的值，再代入求出 abc 的平方根；

（2）根据二次根式的性质即可求出答案；

（3）根据二次根式有意义的条件得出 a ， b 的值，代入解答即可．

【解答】解：（1）

，

， $c = -1$ ．

解得 $a = 1$ ， $b = 1$ ．

，

．

，

的平方根为 ± 1 ；

（2）由数轴可知： $a < 0$ ， $b > 0$ ， $c < 0$ ，

原式

∴ $x = \frac{1}{2}$ ；

（3）根据题意可得： $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2}$ ，

解得： $y = 1 - x$ ，

把 $y = 1 - x$ 代入 $x^2 + y^2 = 1$ ，

把 $y = 1 - x$ ， $x^2 + (1 - x)^2 = 1$ 代入 $x^2 + y^2 = 1$ ．

22.

【分析】（1）根据长方形 $ABCD$ 的周长列出算式，再利用二次根式的混合运算顺序和运算法则计算可得；

（2）先计算出空白部分面积，再计算即可，

【解答】解：（1）长方形 $ABCD$ 的周长 $= 2(2 + \sqrt{2})$ （米），

答：长方形 $ABCD$ 的周长是 $2(2 + \sqrt{2})$ （米），

（2）通道的面积

$= 2 \times 2 - 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{2}$

购买地砖需要花费 $2(2 - \sqrt{2}) \times 10 = 20 - 20\sqrt{2}$ （元）．

答：购买地砖需要花费 $20 - 20\sqrt{2}$ 元；

23.

【分析】（1）利用分母有理化求值；

（2）（3）先分母有理化，然后合并即可．

【解答】解：（1） $\frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{1(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{2} - 1$ ；

故答案为 $\sqrt{2} - 1$ ； $\sqrt{2} - 1$ ；

（2）原式

；

(3) 原式

．

24.

【分析】(1) 根号里边式子分子利用完全平方公式，以及平方差公式分解，根据 变形即可得到结果；

(2) 根据三角形三边长求出 的值，代入公式计算即可求出三角形面积．

【解答】解：(1) ， ， ， ，
原式

；

(2) 的三边长分别为 5，6，7，

，

则 的面积为 ．