# 函数的单调性和奇偶性 综合练习

1.定义在 R 上的偶函数 f(x)满足:对任意 $x_1,x_2\in(-\infty,0](x_1\neq x_2)$,都有$(x_2-x_1)\cdot[f(x_2)-f(x_1)]>0$.则(　　).

A.f(-2)<f(1)<f(3)　　B.f(1)<f(-2)<f(3)

C.f(3)<f(-2)<f(1)　　D.f(3)<f(1)<f(-2)

2.(多选题)已知函数 f(x)是 R 上的奇函数,且当 x≥0 时,$f(x)=x^2+x+a-2$,则(　　).

A.a=2　　B.f(2)=2

C.f(x)是增函数　　D.f(-3)=-12

3.已知定义在 R 上的偶函数 f(x),当 x>0 时,f(x)=2x-3,则当 x<0 时,f(x)=(　　).

A.-2x-3　　B.2x+3

C.-2x+3　　D.2x-3

4.已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-2x,x\geq 0,\\ mx^2+nx,x<0\end{cases}$为奇函数,则 f(m)与 f(n)的大小关系为(　　).

A.f(m)>f(n)　　B.f(m)<f(n)

C.f(m)=f(n)　　D.无法确定

5.当 $1\leqslant x\leqslant 4$ 时,奇函数 f(x)的解析式是 $f(x)=x^2-4x+5$,则当 $-4\leqslant x\leqslant -1$ 时,f(x)的最大值是(　　).

A.5　　B.-5　　C.-2　　D.-1

6.偶函数 f(x)在(0,+∞)内的最小值为 2021,则 f(x)在(-∞,0)上的最小值为________.

7.若函数 f(x)为“准奇函数”,则必存在常数 a,b,使得对定义域内的任意 x 的值,均有 f(x)+f(2a-x)=2b,请写出一个 a=2,b=2 的“准奇函数”为________.(填写解析式)

8.已知定义域为 R 的函数 f(x)在[1,+∞)上单调递增,且 f(x+1)为偶函数,若 f(3)=1,则不等式 f(2x+1)<1 的解集为(　　).

A.(-1,1)　　B.(-1,+∞)

C.(-∞,1)　　D.(-∞,-1)∪(1,+∞)

9.(多选题)已知函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-x^4}}{|x+1|-1}$,下列结论正确的是(　　).

A.f(x)的定义域为[-1,0)∪(0,1]

B.f(x)的图象关于坐标原点对称

C.f(x)在定义域上是减函数

D.f(x)的值域为[-1,1]

10. 若 f(x) 为 R 上的奇函数, 当 x≥0 时, $f(x)=-x^2+3x$, 则 x<0 时,f(x)=________,不等式 f(x)≥0 的解集为________.

11.已知函数 $f(x)=\frac{x^2+3}{x+a}$是奇函数.

(1)求函数 f(x)的解析式;

(2)函数 f(x)在$(0,\sqrt{p})$上单调递减,试求 p 的最大值,并说明理由.

12.若 f(x)为 R 上的奇函数,且当 $x\leqslant 0$ 时,$f(x)=x^2-2x$.

(1)求 f(x)在 R 上的解析式;

(2)判断函数 f(x)在$(-\infty,0]$上的单调性,并用定义证明;

(3)解关于 x 的不等式 $f(ax-a)+f(-x-2)>0$.

## 参考答案

1.C　2.ACD　3.A　4.A　5.D

6.2021　7.f(x)=$\frac{2x-3}{x-2}$(答案不唯一)

8.A　9.AB

10.$x^2$+3x　{x|x≤-3 或 0≤x≤3}

11.【解析】(1)∵函数 f(x)=$\frac{x^2+3}{x+a}$是奇函数,

∴f(-x)+f(x)=0(x≠-a),

即$\frac{x^2+3}{x+a}+\frac{x^2+3}{-x+a}=0$,即$\frac{1}{x+a}+\frac{1}{-x+a}=0$,即$\frac{-2a}{x^2-a^2}=0$,解得 a=0,∴f(x)=$\frac{x^2+3}{x}$(x≠0).

(2)由(1)知 f(x)=$\frac{x^2+3}{x}$,x∈(-∞,0)∪(0,+∞),任取 0<x1<x2,

则 f(x1)-f(x2)=$\frac{x_1^2+3}{x_1}-\frac{x_2^2+3}{x_2}$

=$\frac{x_1^2x_2+3x_2-x_1x_2^2-3x_1}{x_1x_2}$=(x1-x2)$\left(\frac{x_1x_2-3}{x_1x_2}\right)$,

∵当 0<x1<x2≤$\sqrt{3}$时,x1-x2<0,x1x2>0,x1x2-3<0,

∴f(x1)-f(x2)>0,即 f(x1)>f(x2),

∴f(x)=$\frac{x^2+3}{x}$在(0,$\sqrt{3}$)上为减函数,

同理可证函数 f(x)在($\sqrt{3}$,+∞)上为增函数.

∵ 函数 f(x)在$(0,\sqrt{p})$上单调递减,∴$(0,\sqrt{p})\subseteq(0,\sqrt{3})$,∴ $\sqrt{p}\leqslant\sqrt{3}$,即 $0<p\leqslant3$,∴p 的最大值为 3.

12.【解析】(1)因为当 $x\leqslant0$ 时,$f(x)=x^2-2x$,

所以当 $x>0$ 时,$-x<0$,$f(-x)=(-x)^2-2(-x)=x^2+2x$.

因为 f(x)为 R 上的奇函数,所以 $f(-x)=-f(x)$,则 $f(x)=-x^2-2x$.

所以 f(x)在 R 上的解析式为 $f(x)=\begin{cases}x^2-2x,x\leq0,\\-x^2-2x,x>0.\end{cases}$

(2)函数 f(x)在$(-\infty,0]$上单调递减.证明如下:

设$\forall x1,x2\in(-\infty,0]$,且 $x1<x2$,

$f(x1)-f(x2)=x_1^2-2x1-(x_2^2-2x2)=(x1-x2)\cdot(x1+x2-2)$,

因为 $x1,x2\in(-\infty,0]$,且 $x1<x2$,

所以 $x1-x2<0$,$x1+x2-2<0$,则 $f(x1)-f(x2)>0$,

所以 f(x)在$(-\infty,0]$上单调递减.

(3)因为 f(x)为 R 上的奇函数,且在$(-\infty,0]$上单调递减,所以 f(x)在 R 上单调递减.

因为 $f(ax-a)+f(-x-2)>0$,所以 $f(ax-a)>f(x+2)$,则 $ax-a<x+2$,即 $(a-1)x<a+2$,

当 a<1 时,不等式的解集为$\left\{x|x>\frac{a+2}{a-1}\right\}$;

当 a=1 时,不等式的解集为 R;

当 a>1 时,不等式的解集为$\left\{x|x<\frac{a+2}{a-1}\right\}$.