江苏省南菁中学2016届高三数学第一次模拟考试

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分. 请把答案填写在答题卷相应的位置上.

1、若 $z_1=a+2i, z_2=3-4i$，且 $\dfrac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数，则实数 $a=$___▲___.

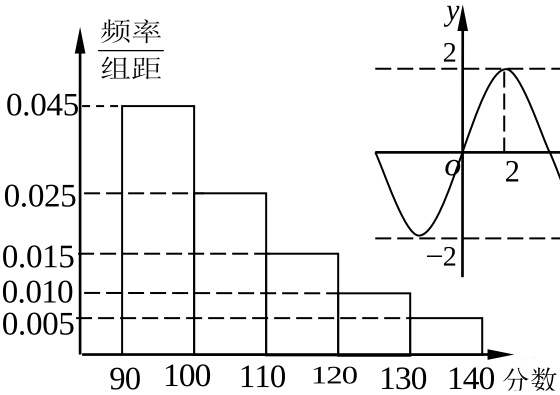
2、在边长为1的正方形 $ABCD$ 中，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{BC}=\vec{b}, \overrightarrow{AC}=\vec{c}$，则 $|\vec{b}-\vec{a}-\vec{c}|=$___▲___.

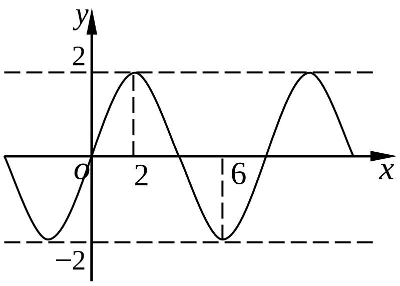
3、已知命题　$p: x^2-x\ge 6, q: x\in Z$，则使得当 $x\in M$ 时，“p 且 q”与“$\neg q$”同时为假命题的 x 组成的集合 $M=$___▲___.

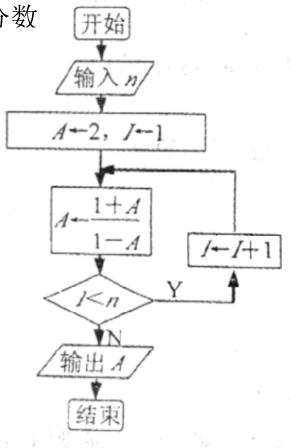
4、函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$ 的图像如右图所示，则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots f(2015)=$___▲___.

5、某单位从4名应聘者A、B、C、D中招聘2人，如果这4名应聘者被录用的机会均等，则A，B两人中至少有1人被录用的概率是___▲___.

6、某市高三数学抽样考试中，对90分及其以上的成绩情况进行统计，其频率分布直方图如右下图所示，若 $(130,140]$ 分数段的人数为90人，则 $(90,100]$ 分数段的人数为___▲___.







(第10题图)

7、已知 l、m 是两条不同的直线，α、β 是两个不同的平面，有下列4个命题：

① 若 $l\subset\beta$，且 $\alpha\perp\beta$，则 $l\perp\alpha$；　　② 若 $l\perp\beta$，且 $\alpha//\beta$，则 $l\perp\alpha$；

③ 若 $l\perp\beta$，且 $\alpha\perp\beta$，则 $l//\alpha$；　　④ 若 $\alpha\cap\beta=m$，且 $l//m$，则 $l//\alpha$.

其中真命题的序号是___▲___.（填上你认为正确的所有命题的序号）.

8、设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $\dfrac{S_3}{S_7}=\dfrac{1}{3}$，则 $\dfrac{S_6}{S_7}=$___▲___.

9、设 $m\in\mathbf{R}$，过定点 A 的动直线 $x+my=0$ 和过定点 B 的动直线 $mx-y-m+3=0$ 交于点 $P(x，y)$，则 $|PA|\cdot|PB|$ 的最大值是___▲___.

10、在如图所示的流程图中，若输入 n 的值为11，则输出A的值为___▲___.

11、若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且 $a_{10}a_{11}+a_9a_{12}=2e^5$，则 $\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_{20}=$___▲___.

12、设 F_1，F_2 分别是椭圆 E：$x^2+\dfrac{y^2}{b^2}=1(0<b<1)$ 的左、右焦点，过点 F_1 的直线交椭圆 E 于 A，B 两点. 若 $|AF_1|=3|F_1B|$，$AF_2\perp x$ 轴，则椭圆 E 的方程为___▲___.

13、函数 $f(x)$ 的定义域为D，若对于任意 $x_1, x_2\in D$，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)\le f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在D上为非减函数. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上为非减函数，且满足以下三个条件：① $f(0)=0$；② $f(\dfrac{x}{3})=\dfrac{1}{2}f(x)$；③ $f(1-x)=1-f(x)$. 则 $f(\dfrac{1}{3})+f(\dfrac{1}{8})=$___▲___.

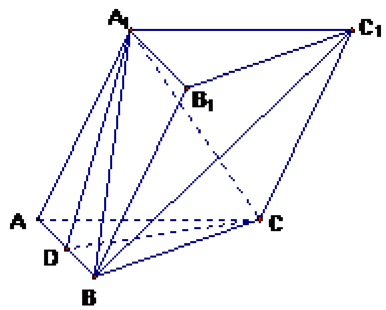
14、设函数 $f(x)=x^2-ax+a+3$，$g(x)=ax-2a$. 若存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_0)<0$ 与 $g(x_0)<0$ 同时成立，则实数 a 的取值范围是___▲___.

二、解答题：

15、(本小题满分 14 分) 设函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的图象相邻两条对称轴之间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$，函数 $y=f(x+\dfrac{\pi}{2})$ 为偶函数.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式；

(2) 若 α 为锐角，$f(\dfrac{\alpha}{2}+\dfrac{\pi}{12})=\dfrac{3}{5}$，求 $\sin 2\alpha$ 的值.

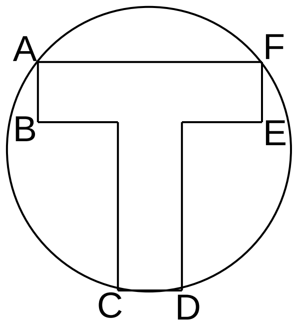


16、(本小题满分 14 分)在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp BC$，$\angle A_1AC=60°$，$AA_1=AC=BC=1$，$A_1B=\sqrt{2}$.

(1) 求证：平面 $A_1BC\perp$ 平面 ACC_1A_1；

(2) 如果 D 为 AB 的中点，求证：BC_1//平面 A_1CD.

17、(本小题满分 14 分) 某工厂接到一标识制作订单，标识如图所示，分为两部分，“T 型”部分为宽为 10cm 的两个矩形相接而成，圆面部分的圆周是 A,C,D,F 的外接圆. 要求如下：① “T 型”部分的面积不得小于 $800cm^2$；②两矩形的长均大于外接圆半径. 为了节约成本，设计时应尽量减小圆面的面积. 此工厂的设计师，凭直觉认为当“T 型”部分的面积取 $800cm^2$ 且两矩形的长相等时，成本是最低的. 你同意他的观点吗？试通过计算，说说你的理由.



18、(本小题满分 16 分) 已知椭圆 C：$x^2+2y^2=4$.

(1) 求椭圆 C 的离心率；

(2) 设 O 为原点，若点 A 在椭圆 C 上，点 B 在直线 $y=2$ 上，且 $OA\perp OB$，试判断直线 AB 与圆 $x^2+y^2=2$ 的位置关系，并证明你的结论.

19、(本小题满分 16 分) 已知函数 $f(x)=(x-a)^2e^x$ 在 $x=2$ 时取得极小值.

(1) 求实数 a 的值；

(2) 是否存在区间 $[m,n]$，使得 $f(x)$ 在该区间上的值域为 $[e^4m,e^4n]$？若存在，求出 m，n 的值；若不存在，说明理由.

20、(本小题满分 16 分)已知数列$\{a_n\}$中，$a_2=a$(a 为非零常数)，其前 n 项和 S_n 满足：$S_n=\dfrac{n(a_n-a_1)}{2}(n\in N^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若 $a=2$，且 $\dfrac{1}{4}a_m^2-S_n=11$，求 m、n 的值；

(3)是否存在实数 a、b，使得对任意正整数 p，数列$\{a_n\}$中满足 $a_n+b\le p$ 的最大项恰为第 $3p-2$ 项?若存在，分别求出 a 与 b 的取值范围；若不存在，请说明理由.