

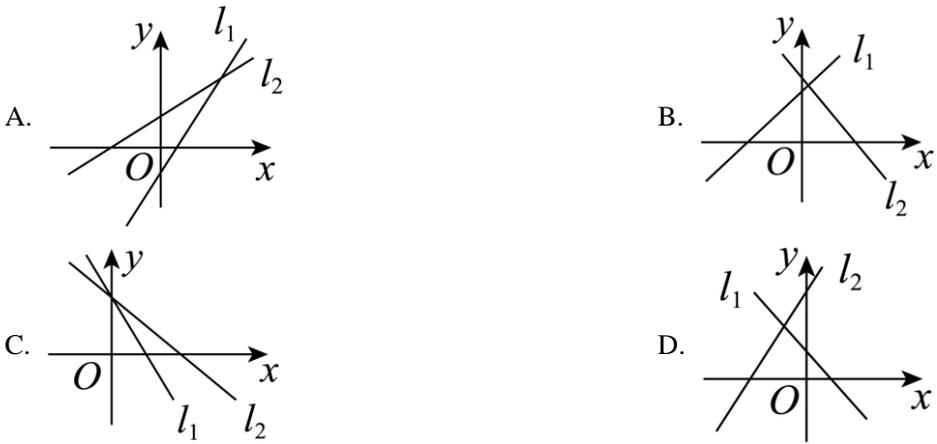
无锡市市北高级中学 2023-2024 学年第一学期

高二年级数学学科月考检测卷

时间：120 分钟 分值：150 分 日期：2023.10

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40.0 分。）

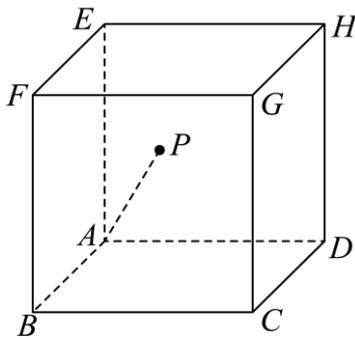
1. 已知直线 l 方程为 $\sqrt{3}x+3y-1=0$ ，则直线的倾斜角为（ ）
 A. -30° B. 60° C. 150° D. 120°
2. 空间直角坐标系中，已知 $A(2,1,3)$ ， $B(-2,3,1)$ ，点 A 关于 xOy 平面对称的点为 C ，则 B,C 两点间的距离为（ ）
 A. 6 B. $2\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{10}$
3. 已知正四面体 $D-ABC$ 的各棱长为 1，点 E 是 AB 的中点，则 $\overline{EC} \cdot \overline{AD}$ 的值为（ ）
 A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$
4. 已知直线 l_1 的方程是 $y=mx+n$ ， l_2 的方程是 $y=nx-m$ ($mn \neq 0, m \neq n$)，则下列各图形中，正确的是（ ）



5. 如图， $ABCD-EFGH$ 是棱长为 1 的正方体，若 $P \in$ 平面 BDE ，且满足

$$\overline{AP} = \frac{1}{4}\overline{AB} + 2\lambda\overline{AD} + \left(\frac{1}{2} - \lambda\right)\overline{AE}$$

，则 P 到 AB 的距离为（ ）



- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

6. 在下列四个命题中:

- ①若向量 \vec{a}, \vec{b} 所在的直线为异面直线, 则向量 \vec{a}, \vec{b} 一定不共面;
- ②向量 $\vec{a} = (2, -1, 2), \vec{b} = (-4, 2, m)$, 若 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为钝角, 则实数 m 的取值范围为 $m < 5$;
- ③直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 的一个方向向量为 $(1, -\frac{b}{a})$;
- ④若存在不全为0的实数 x, y, z 使得 $x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = \vec{0}$, 则 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 共面.

其中正确命题 个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. 在边长及对角线都为1的空间四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 BC, AD 的中点, 则直线 AE 和 CF 夹角的余弦值为 ()

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

8. 已知四边形 $ABCD$ 为正方形, P 为平面 $ABCD$ 外一点, $PD \perp AD, PD = AD = 2$, 二面角 $P-AD-C$ 的大小为 60° , 则点 A 到平面 PBD 的距离是 ()

- A. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. 1

二、多选题 (本大题共4小题, 共20.0分.)

9. 下列关于平面直角坐标系下直线方程的说法不正确的是 ()

- A. 经过定点 $P(x_0, y_0)$ 的直线都可以用方程 $y - y_0 = k(x - x_0)$ 表示
- B. 所有直线都可以用方程 $Ax + By + C = 0$ 表示
- C. 经过任意两个不同的点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 的直线都可以用方程 $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ 表示

D. 在坐标轴上截距相等的直线都可以用方程 $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$ 来表示

10. 已知空间向量 $\vec{a} = (-2, -1, 1)$, $\vec{b} = (3, 4, 5)$, 则下列结论正确的是 ()

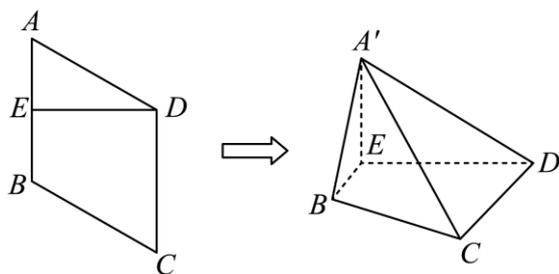
A. $\vec{a} \perp (5\vec{a} + 6\vec{b})$

B. $5|\vec{a}| = \sqrt{3}|\vec{b}|$

C. $(2\vec{a} + \vec{b}) \parallel \vec{a}$

D. \vec{a} 在 \vec{b} 上的投影向量为 $(-\frac{3}{10}, -\frac{2}{5}, -\frac{1}{2})$

11. 如图, 菱形 $ABCD$ 边长为 2, $\angle BAD = 60^\circ$, E 为边 AB 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起, 使 A 到 A' , 且平面 $A'DE \perp$ 平面 $BCDE$, 连接 $A'B$, $A'C$, 则下列结论中正确的是 ()



A. $BD \perp A'C$

B. BE 到平面 $A'CD$ 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. BC 与 $A'D$ 所成角的余弦值为 $\frac{3}{4}$

D. 直线 $A'B$ 与平面 $A'CD$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{4}$

12. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 是棱 BC 的中点, 点 Q 是底面 $A_1B_1C_1D_1$ 内 (四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的内部且包括边界) 的动点, 且 $AP \perp D_1Q$, 则下列说法正确的有 ()

A. 动点 Q 的轨迹是一段圆弧

B. 动点 Q 的轨迹长度为 $\sqrt{5}$

C. 线段 PQ 长度的最小值为 $\frac{\sqrt{145}}{5}$

D. 直线 PQ 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值最大为 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

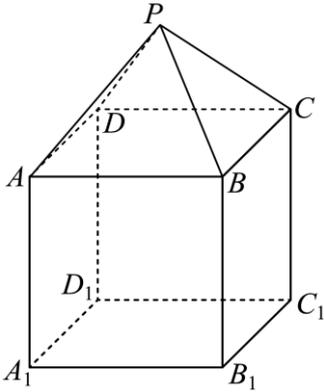
三、填空题 (本大题共 4 小题是, 共 20.0 分)

13. 设动直线 l 经过定点 $A(-1, 1)$, 则当点 $B(2, -1)$ 与直线 l 的距离最大时, 直线 l 的斜率为_____.

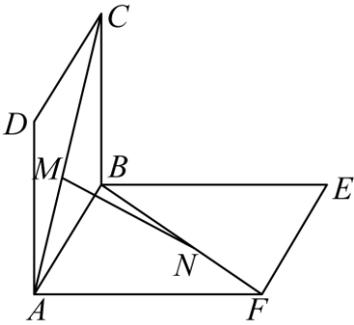
14. 已知直线 l 斜率的取值范围是 $(-\sqrt{3}, 1)$, 则 l 的倾斜角的取值范围是_____.

15. 如图, 这是正四棱锥 $P-ABCD$ 和正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的合体, 其中 $AB = 2$, $PA = \sqrt{6}$, 则三

棱锥 $B_1 - PDA$ 的体积为_____.



16. 在如图所示的实验装置中, 四边形框架 $ABCD$ 为正方形, $ABEF$ 为矩形, 且 $BE = 3AB = 3$, 且它们所在的平面互相垂直, N 为对角线 BF 上的一个定点, 且 $2FN = BN$, 活动弹子 M 在正方形对角线 AC 上移动, 当 $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MN}$ 取最小值时, 活动弹子 M 与点 B 之间的距离为_____.



四、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70.0 分.)

17. 已知向量 $\vec{a} = (-2, -1, 2)$, $\vec{b} = (-1, 1, 2)$, $\vec{c} = (x, 2, 2)$.

(I) 当 $|\vec{c}| = 2\sqrt{2}$ 时, 若向量 $k\vec{a} + \vec{b}$ 与 \vec{c} 垂直, 求实数 x 和 k 值;

(II) 若向量 \vec{c} 与向量 \vec{a} , \vec{b} 共面, 求实数 x 的值.

18. 已知直线 $l_1: kx - 2y - 2k + 4 = 0$, 直线 $l_2: k^2x + 4y - 4k^2 - 8 = 0$.

(1) 若直线 l_1 在两坐标轴上的截距相等, 求直线 l_1 的方程;

(2) 若 $l_1 \parallel l_2$, 求直线 l_2 的方程.

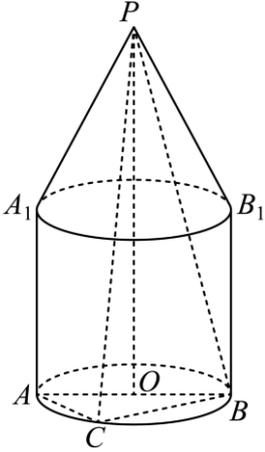
19. 直线 l 过点 $P(4, 9)$, 且与 x 轴正半轴, y 轴正半轴分别交于 A , B 两点, O 为坐标原点.

(1) 当 $\triangle AOB$ 的面积取得最小值时, 求此时直线的一般式方程.

(2) 当 l 的截距之和取得最小值时, 求此时直线的截距式方程.

20. 如图, 空间几何体由两部分构成, 上部是一个底面半径为 1, 高为 2 的圆锥, 下部是一个底面半径为 1, 高为 2 的圆柱, 圆锥和圆柱的轴在同一直线上, 圆锥的下底面与圆柱的上底面重合, 点 P 是圆锥的顶

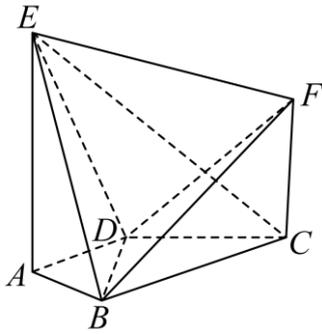
点， AB 是圆柱下底面的一条直径， AA_1 ， BB_1 是圆柱的两条母线， C 是弧 AB 的中点。



(1) 求异面直线 AC 与 PB_1 所成的角的余弦值；

(2) 求点 A_1 到平面 PBC 的距离。

21. 如图， $AE \perp$ 平面 $ABCD$ ， $CF \parallel AE$ ， $AD \parallel BC$ ， $AD \perp AB$ ， $AB = AD = 1$ ， $AE = BC = 2$ 。

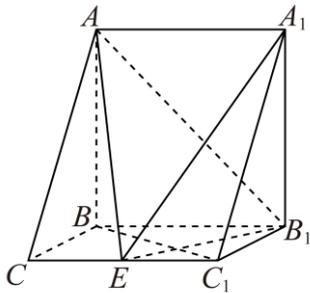


(1) 直线 CE 与平面 BDE 所成角的正弦值；

(2) 若二面角 $E-BD-F$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$ ，求线段 CF 的长。

22. 如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB \perp$ 平面 BB_1C_1C ，已知 $\angle BCC_1 = \frac{\pi}{3}$ ， $BC = 1$ ， $AB = C_1C = 2$ ，

点 E 是棱 CC_1 中点。



(1) 求证： $C_1B \perp$ 平面 ABC ；

(2) 求平面 AB_1E 与平面 A_1B_1E 夹角的余弦值;

(3) 在棱 CA 上是否存在一点 M , 使得 EM 与平面 A_1B_1E 所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{11}}{11}$? 若存在, 求出 $\frac{CM}{CA}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.