

2022~2023 学年度第一学期期中考试

高一数学

2022.11

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ ，集合 $B = \{1, 3, 5\}$ ，则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $\{1, 3, 5\}$ B. $\{1, 3\}$ C. $\{1\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

2. 下列各对函数表示同一函数的是 ()

- A. $f(x) = x$ 与 $g(x) = (\sqrt{x})^2$ B. $f(x) = x$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$
C. $f(x) = \frac{|x|}{x}$, $g(x) = \begin{cases} 1, x \geq 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$ D. $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x < 0 \end{cases}$

3. 若 $a \in \mathbf{R}$ ，则“ $a = 4$ ”是“ $|a| = 4$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

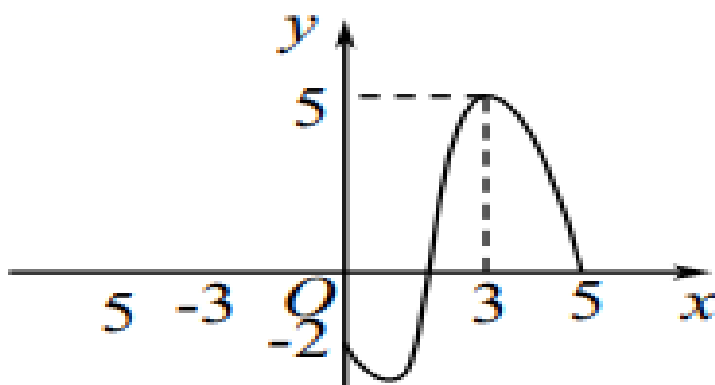
4. 已知 $0 < x < 1$ ，则 $x(3-3x)$ 取得最大值时 x 的值为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

5. 已知函数 $f(x) = \frac{2-x}{ax^2+ax+2}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $0 \leq a \leq 8$ B. $0 \leq a < 8$
C. $0 < a \leq 8$ D. $0 < a < 8$

6. 定义在 $[-5, 5]$ 上 偶函数 $f(x)$ 在 $[0, 5]$ 上的图象如下图，下列说法正确的是 ()



- A. $f(x)$ 仅有一个单调增区间
 B. $f(x)$ 有两个单调减区间
 C. $f(x)$ 在其定义域内的最大值是 5
 D. $f(x)$ 在其定义域内的最小值是 -5

7. 已知 $f(x) = \begin{cases} 7-2x, & x < 0 \\ g(x)+1, & x > 0 \end{cases}$ 为奇函数, 则 $g(4)$ 等于 ()

- A. -16
 B. -14
 C. 14
 D. 16

8. 定义在 $\mathbf{R}$ 上 偶函数 $f(x)$ 满足 $f(3)=0$, 且对任意的 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0] (x_1 \neq x_2)$ 有 $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} > 0$,

则不等式 $\frac{f(x)+f(-x)}{x-1} < 0$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$
 B. $(-3, 1) \cup (3, +\infty)$
 C. $(-\infty, -3) \cup (1, 3)$
 D. $(-3, 1) \cup (1, 3)$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

9. 已知集合 $A = \{1, 4, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 若 $B \subseteq A$, 则满足条件的实数 x 可以是 ()

- A. -2
 B. 0
 C. 1
 D. 2

10. 对任意实数 a, b, c , 下列命题为真命题的是 ()

- A. “ $a=b$ ”是“ $ac=bc$ ”的充要条件
 B. “ $a>b$ ”是“ $a^2>b^2$ ”的充分不必要条件
 C. “ $a<5$ ”是“ $a<3$ ”的必要不充分条件
 D. “ $a>0$ ”是“ $|a|=a$ ”的充分不必要条件

11. 下列命题中，为真命题的是 ()

- A. 若 $a>b$, 则 $ac^2>bc^2$
 B. 若 $a<b<0, c<d<0$, 则 $ac>bd$
 C. 若 $a>b, c>0$, 则 $\frac{c}{a}<\frac{c}{b}$
 D. 若 $a>b>c>0$, 则 $\frac{a}{b}>\frac{a+c}{b+c}$

12. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2+4x, & x < 0 \\ -x^2+ax, & x > 0 \end{cases}$ 且 $f(-x) = -f(x)$ 对于一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, $f(x)$ 在 $[m, n]$ 上的值域为 $[-4, 4]$, 则 ()

- A. $a = -4$
 B. $f(f(5)) = 5$
 C. $|m-n|$ 的最大值为 $4+4\sqrt{2}$
 D. $|m-n|$ 的最小值为 4

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 > 0$ ”的否定形式是_____.

14. 若一个奇函数的定义域为 $\{a, b, 2\}$, 则 $a+b$ 的值为_____.

15. 定义: 闭区间 $[a, b]$ 的长度为 $b-a$. 则不等式 $x^2 + 2x - 8 \leq 0$ 的解集区间长度为_____;

若不等式 $|x-1| \leq m$ 的解集区间长度为6, 则实数 m 的值是_____.

16. 若对任意 $x > y > 0$, 不等式 $m^2 - m + 5 \leq \frac{x}{y} + \frac{9y}{x-y}$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是_____.

四、解答题: 本大题共6小题, 共70分.

17. 试比较下列各组中两个代数式的大小

(1) $(x+1)(x+5)$ 与 $(x+3)^2$;

(2) 当 $x > 3$ 时, $x + \frac{1}{x-2}$ 与 4.

18. 已知集合 $A = (-3, 5)$, 集合 $B = \{x | (x-a-1)(x-a+1) < 0\}$

(1) 当 $a=5$ 时, 求 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$;

(2) 记 $P: x \in A$, $Q: x \in B$, 若 P 是 Q 的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.

19. 已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 21 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4x - 5 = 0\}$

(1) 若 $A \cap B = \{-1\}$, 求实数 a 的值;

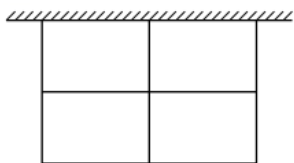
(2) 若 $A \cap B = A$, 求实数 a 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x) = \frac{2x+4}{x+1}$, $g(x) = x^2 + ax - 5$

(1) 判断函数 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上的单调性并证明;

(2) 若集合 $A = \{y | y = f(x), x \in [0, 1]\}$, 对于 $\forall x \in A$ 都有 $g(x) \leq 0$, 求实数 a 的取值范围.

21. 如图所示, 动物园要围成相同面积 长方形虎笼四间, 一面可利用原有的墙, 其他各面用钢筋网围成.



(1) 现有可围48m长网的材料, 每间虎笼的长、宽各设计为多少时, 可使每间虎笼面积最大? 最大面积为多少?

(2) 若使每间虎笼面积为 36m^2 ，则每间虎笼 长、宽各设计为多少时，可使围成四间笼的钢筋网总长最小？最小值为多少？

22. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a > 0, a, b, c \in \mathbf{R}$)， $f(-1) = 1$ ，对任意 $x \in \mathbf{R}$ ，

$f(x+2) = f(-x)$ ，且 $f(x) + x \geq 0$ 恒成立.

(1) 求二次函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 若函数 $g(x) = 4f(x) + 2x + |x - \lambda|$ 的最小值为 5，求实数 λ 的值.

2022~2023 学年度第一学期期中考试
高一数学

2022.11

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

【1 题答案】

【答案】B

【2 题答案】

【答案】D

【3 题答案】

【答案】A

【4 题答案】

【答案】B

【5 题答案】

【答案】B

【6 题答案】

【答案】C

【7 题答案】

【答案】A

【8 题答案】

【答案】B

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

【9 题答案】

【答案】ABD

【10 题答案】

【答案】CD

【11 题答案】

【答案】BD

【12 题答案】

【答案】BC

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

【13 题答案】

【答案】 $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 \leq 0$

【14 题答案】

【答案】 -2

【15 题答案】

【答案】 ①. 6 ②. 3

【16 题答案】

【答案】 $[-1, 2]$

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.

【17 题答案】

【答案】 (1) $(x+1)(x+5) < (x+3)^2$

(2) $x + \frac{1}{x-2} > 4$

【18 题答案】

【答案】 (1) $(-3, 4]$

(2) $[-2, 4]$

【19 题答案】

【答案】 (1) $a = -5$;

(2) $a \in (-\infty, -2\sqrt{7}) \cup (2\sqrt{7}, +\infty) \cup \{4\}$.

【20 题答案】

【答案】 (1) 单调递减，证明见解析

(2) $a \leq -\frac{11}{4}$

【21 题答案】

【答案】 (1) 长为 6m, 宽为 4m 时，面积最大值为 24m^2 ;

(2) 长为 $3\sqrt{6}\text{m}$ 、宽为 $2\sqrt{6}\text{m}$ 时，钢筋网总长最小为 $24\sqrt{6}\text{m}$.

【22 题答案】

【答案】 (1) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

(2) $\lambda = \pm \frac{17}{4}$

