江苏省梅村高级中学2020-2021学年高三（上）
暑期检测卷数学

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合$A=\{0,1,2,4,6\}$，$B=\{n\in\mathbf{N}^*|2^n<33\}$，则集合$A\cap B$的子集个数为（　　）

A. 8　　B. 7　　C. 6　　D. 4

2. $\frac{2-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=$（　　）

A. 1　　B. -1

C. i　　D. $-\mathrm{i}$

3. ΔABC中，$\overline{AB}\cdot\overline{BC}>0$，则$\Delta ABC$一定是

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形　　C. 钝角三角形　　D. 不确定

4. 日晷是中国古代用来测定时间　仪器，利用与晷面垂直的晷针投射到晷面的影子来测定时间．把地球看成一个球(球心记为O)，地球上一点A的纬度是指OA与地球赤道所在平面所成角，点A处的水平面是指过点A且与OA垂直的平面.在点A处放置一个日晷，若晷面与赤道所在平面平行，点A处的纬度为北纬40°，则晷针与点A处的水平面所成角为（　　）

A. 20°　　B. 40°

C. 50°　　D. 90°

5. 函数$y=\frac{2-x}{x+1}$，$x\in(m，n]$的最小值为0，则m的取值范围是（　　）

A. (1，2)　　B. (－1，2)　　C. [1，2)　　D. [－1，2)

6. 已知$f(x)=m(x-2m)(x+m+3)$，$g(x)=4^x-2$，若对任意$x\in R$，$f(x)<0$或$g(x)<0$，则m的取值范围是

A. $\left(-\frac{7}{2},+\infty\right)$　　B. $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)$　　C. $\left(-\frac{7}{2},0\right)$　　D. $\left(0,\frac{1}{4}\right)$

7. 4 个不同的小球放入编号为 1，2，3，4 的 4 个盒子中，则恰有 2 个空盒的放法有（　　）

A. 144 种　　B. 120 种　　C. 84 种　　D. 60 种

8. 已知圆 $C_1:(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 和圆 $C_2:(x-3)^2+(y-4)^2=9$，M,N 分别是圆 C_1,C_2 上的动点，P 为 x 轴上的动点，则 $|PM|+|PN|$ 的最小值为（　　）

A. $5\sqrt{2}-4$　　B. $\sqrt{17}-1$　　C. $6-2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{17}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，选错和漏选的得 0 分.

9. 已知函数 $f\left(x\right)=3x^2-6x-1$，则（）

A. 函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(2,3\right)$ 有唯一零点

B. 函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(-1,+\infty\right)$ 上单调递增

C. 当 $a>1$ 时，若 $f\left(a^x\right)$ 在 $x\in\left[-1,1\right]$ 上的最大值为 8，则 $a=3$

D. 当 $0<a<1$ 时，若 $f\left(a^x\right)$ 在 $x\in\left[-1,1\right]$ 上的最大值为 8，则 $a=\frac{1}{3}$

10. 下列判断正确的是（　　）

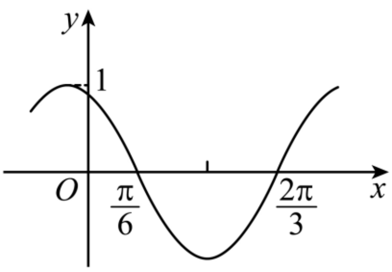
A. 若随机变量 ξ 服从正态分布 $N\left(1,\sigma^2\right)$，$P\left(\xi\le 4\right)=0.79$，则 $P\left(\xi\le -2\right)=0.21$

B. 已知直线 $l\perp$ 平面 α，直线 $m//$ 平面 β，则“$\alpha//\beta$”是“$l\perp m$”的必要不充分条件

C. 若随机变量 ξ 服从二项分布：$\xi \sim B\left(4,\frac{1}{4}\right)$，则 $E\left(\xi\right)=1$

D. $am^2>bm^2$ 是 $a>b$ 的充分不必要条件

11. 下图　函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图像，则 $\sin(\omega x+\varphi)=$（　　）



A. $\sin(x+\frac{\pi}{3})$　　B. $\sin(\frac{\pi}{3}-2x)$　　C. $\cos(2x+\frac{\pi}{6})$　　D. $\cos(\frac{5\pi}{6}-2x)$

12. 下列选项中，p 是 q 的必要不充分条件的是（　　）

A. p：$3<m<7$；q：方程 $\frac{x^2}{7-m}+\frac{y^2}{m-3}=1$ 曲线是椭圆

B. p：$a\geq 8$；q：对$\forall x\in[1，3]$不等式 $x^2-a\leq 0$ 恒成立

C. 设$\{a_n\}$是首项为正数的等比数列，p：公比小于 0；q：对任意的正整数 n，$a_{2n-1}+a_{2n}<0$

D. 已知空间向量 $\vec{a}=$（0，1，－1），$\vec{b}=$（x，0，－1），p：$x=1$；q：向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是 $\frac{\pi}{3}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知函数 $f\left(x\right)=2\sin x+\sin 2x$，则 $f\left(x\right)$ 的最小值是____________.

14. 设椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点为 F_1、F_2，点 P 在椭圆上，若 $\triangle PF_1F_2$ 是直角三角形，则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为_____________.

15. 二面角的棱上有 A，B 两点，直线 AC，BD 分别在这个二面角的两个半平面内，且都垂直于 AB.已知 $AB=4$，$AC=6$，$BD=8$，$CD=2\sqrt{17}$，则该二面角的大小为________.

16. 棱长为 12 的正四面体 $ABCD$ 与正三棱锥 E—BCD 的底面重合，若由它们构成的多面体 $ABCDE$ 的顶点均在一球的球面上，则正三棱锥 E—BCD 的体积为_______，该正三棱锥内切球的半径为_______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 在公差为 2 的等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，a_1+1，a_2+2，a_3+4 成等比数列.

（1）求 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\left\{a_n-2^n\right\}$ 的前 n 项和 S_n.

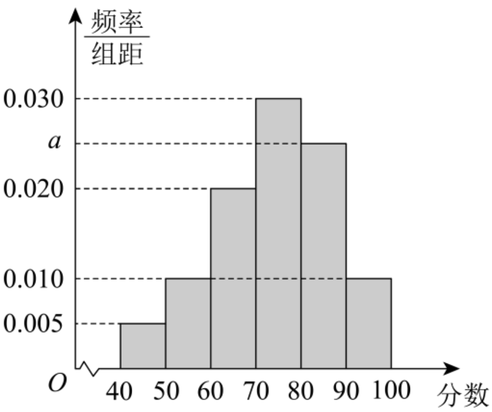
18. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $a\sin\frac{A+C}{2}=b\sin A$.

（1）求 B；

（2）若$\triangle ABC$ 为锐角三角形，且 $c=2$，求$\triangle ABC$ 面积的取值范围.

19. 为抗击新型冠状病毒，普及防护知识，某校开展了"疫情防护"网络知识竞赛活动.现从参加该活动的学生中随机抽取了 100 名学生，将他们的比赛成绩（满分为 100 分）分为 6 组：

$[40,50),[50,60),[60,70),[70,80),[80,90),\ [90,100]$，得到如图所示的频率分布直方图.



（1）求a的值，并估计这 100 名学生的平均成绩（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）；

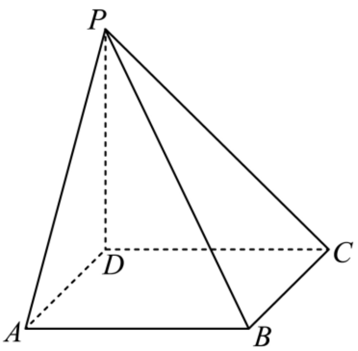
（2）在抽取的 100 名学生中，规定：比赛成绩不低于 80 分为“优秀”，比赛成绩低于 80 分为“非优秀”.请将下面的 2×2 列联表补充完整，并判断是否有 99%的把握认为“比赛成绩是否优秀与性别有关”？

	优秀	非优秀	合计
男生		40	
女生			50
合计			100

参考公式及数据：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},n=a+b+c+d$.

$P\left(K^2..k_0\right)$	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

20. 如图，四棱锥 P-$ABCD$　底面为正方形，$PD\perp$底面 $ABCD$．设平面 PAD 与平面 PBC 的交线为 l.



（1）证明：$l\perp$ 平面 PDC;

（2）已知 $PD=AD=1$，Q 为 l 上的点，求 PB 与平面 QCD 所成角的正弦值的最大值．

21. 已知抛物线 $y^2=4x$，与圆 $F:(x-1)^2+y^2=1$，直线 $MN:x=my+4$ 与抛物线相交于 M， N 两点.

（1）求证：$OM\perp ON$.

（2）若直线 MN 与圆 F 相切，求 ΔOMN 的面积 S .

22. 已知函数 $f\left(x\right)=x^2-a\ln x-2x$， $a\in R$.

（1）若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调，求 a 的取值范围；

（2）若函数 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1， x_2，求 $\frac{f(x_1)}{x_1}+\frac{f(x_2)}{x_2}$ 取值范围