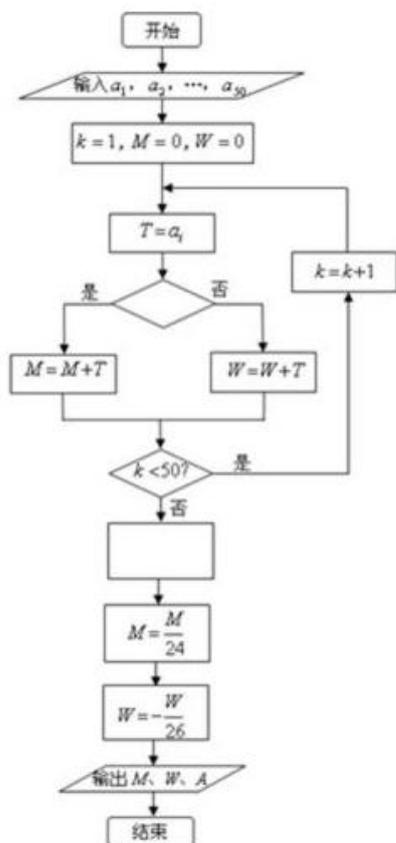


江苏省无锡市锡山区梅村中学 2016-2017 年 高一年级下学期期末数学试卷

2017.06

一、填空题：（本大题共 14 小题，每小题 5 分，共计 70 分）

1. 不等式 $|2x-1|+|x-3|>\frac{5}{2}$ 的解集是_____.
2. 某工厂在 12 月份共生产了 3600 双皮靴，在出厂前要检查这批产品的质量，决定采用分层抽样的方法进行抽取，若从一、二、三车间抽取的产品数分别为 a、b、c，且 a、b、c 构成等差数列，则第二车间生产的产品数为_____.
3. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\frac{\tan A - \tan B}{\tan A + \tan B} = \frac{c-b}{c}$ ，则 $A =$ _____.
4. 已知数列 $\{a_n\}$ 中各项为 12, 1122, 111222, ……………, $11 \cdots 1 \underbrace{22 \cdots 2}_{n \text{ 个}}$, ……，则数列的通项公式为_____.
5. 某班有 24 名男生和 26 名女生某班有 24 名男生和 26 名女生，数据 a_1, a_2, \dots, a_{50} 是该班 50 名学生在一次数学学业水平模拟考试的成绩，下面的程序用来同时统计全班成绩的平均分： A ，男生平均分： M ，女生平均分： W ；为了便于区别性别，输入时，男生的成绩用正数，女生的成绩用其成绩的相反数。那么在图中空白的判断框和处理框中，应分别填_____.



6.如果在实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ y+1 \geq 0 \\ x+y+1 \leq 0 \end{cases}$, 则 $\frac{3x+2y-5}{x-1}$ 的取值范围_____.

7.甲、乙两人相约于下午 15:00---16:00 之间的某车站乘公交外出, 他们到达车站的时间是随机的, 设在 15:00---16:00 之间共有 3 趟车发出, 分别是 15:20,15:40, 16:00, 约定见车就乘, 则能坐同一班车的概率为_____.

8.若在钝角 $\triangle ABC$ 中, $A = 2B$, 则 $\frac{a}{b}$ 的取值集合为_____.

9.已知在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n \neq 0 (n \geq 1)$, $a_1 = \frac{1}{2}$, 前 n 项和 S_n 满足

$$a_n = \frac{2S_n^2}{2S_n - 1} (n \geq 2, n \in N^*),$$

则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.

10.若直线 l 先向左平移一个单位, 再向上平移两个单位后, 所得的直线与直线 l 的斜率为_____.

11.数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 已知 $a_1 = 1$, $S_{n+1} = 4a_n + 2$, 则 $S_n =$ _____.

12.设 $0 < b < 1+a$, 若关于的不等式 $(x-b)^2 > (ax)^2$ 的解集中的整数恰好有 3 个, 则 a 的取值范围_____.

13.观察下列各式:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n;$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n;$$

$$\sum_{i=1}^n i^4 = \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2;$$

.....

$$\sum_{i=1}^n i^k = a_{k+1}n^{k+1} + a_k n^k + a_{k-1}n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0$$

可以推测, 当 $k \geq 2 (k \in N^*)$ 时, $a_{k+1} = \frac{1}{k+1}$, $a_k = \frac{1}{2}$, $a_{k-1} =$ _____, $a_{k-2} =$ _____.

14.若 $a \geq 0, b \geq 0$, 且当 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 1 \end{cases}$ 时, 恒有 $ax+by \leq \sqrt{2}$, 则由点 $P(a,b)$ 所有形成的平面

区域的面积等于_____.

二、解答题（本大题共 6 小题，共计 90 分）

15. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 1，角 A, B, C 的对应边为 a, b, c ，若 $\sin B = a \cos C$ ，

(1) 求 $\frac{a}{c}$ 的值；

(2) 若 M 为边 BC 的中点， $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = 9 \sin^2 A$ ，求角 B 的大小.

16. 过点 $P(2,1)$ 作直线分别与 x, y 轴正半轴交于点 A, B 两点.

(1) 当 $\triangle AOB$ 面积最小时，求直线 l 的方程；

(2) 当 $\triangle AOB$ 周长最小时，求直线 l 的方程；

(3) 当 $|PA| |PB|$ 取最小值时，求直线 l 的方程.

17. 证明下列不等式：

(1) 已知 $a, b \in \mathbf{R}^+$ ，且 $a \neq b, n \in \mathbf{N}^*$. 求证： $(a+b)(a^n + b^n) < 2(a^{n+1} + b^{n+1})$.

(2) 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ ，且 $a+b+c=1$. 求证： $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \leq \sqrt{3}$.

18. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中， a_1, a_2, a_3 分别如表所示的第一、二、三行中的某一个数，且 a_1, a_2, a_3 中的任何两个数不在表的同一列.

| | 第一列 | 第二列 | 第三列 |
|-----|-----|-----|-----|
| 第一行 | 3 | 2 | 10 |
| 第二行 | 6 | 4 | 14 |
| 第三行 | 9 | 8 | 18 |

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_n = a_n + (-1)^n \ln a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 S_{2n} .

19. 某河道中过度滋长一种藻类, 环保部门决定投入生物净化剂净化水体. 因技术原因, 第 t 分钟内投放净化剂的路径长度 $p = 140 - |t - 40|$ (单位: m), 净化剂净化水体的宽度 q (单

位: m) 是时间 t (单位: 分钟) 的函数: $q(t) = 1 + \frac{a^2}{t}$ (a 由单位时间投放的净化剂数量确定,

设 a 为常数, 且 $a \in \mathbb{N}^*$).

(1) 试写出投放净化剂的第 t 分钟内净化水体面积 $S(t)$ ($1 \leq x \leq 60, t \in \mathbb{N}^*$) 的表达式;

(2) 求 $S(t)$ 的最小值.

20. 已知数列各项均为正数的等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$, 设 a_1, a_3, a_k 是公比为 q 的等比数

列 $\{b_n\}$ 的前三项.

(1) 若 $k=7, a_1=2$.

① 求数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 T_n ;

② 将数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 中相同的项出掉, 剩下的项依次构成新的数列 $\{c_n\}$, 设其前 n 项和为 S_n , 求 $S_{2^n - n - 1} - 2^{2^{n-1}} + 3 \cdot 2^{n-1} (n \geq 2, n \in N^*)$ 的值.

(2) 若存在 $m > k, m \in N^*$ 使得 a_1, a_3, a_k, a_m 成等比数列, 求证 k 为奇数.