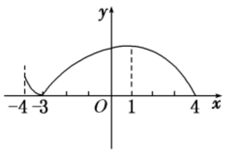
《函数的基本性质--单调性》同步测试题（一）

一．选择题(在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象如图所示，其增区间是（　　）



A．$\left[-4,4\right]$　　B．$\left[-4,-3\right]\cup\left[1,4\right]$　　C．$\left[-3,1\right]$　　D．$\left[-3,4\right]$

2．函数 $f(x)=|x-2|$ 的单调递增区间是（　　）

A．$(-\infty,2)$　　B．$(-\infty,0)$　　C．$(1,+\infty)$　　D．$(2,+\infty)$

3．下列四个函数中，在 $\left(0,+\infty\right)$ 上为增函数的是（　　）

A．$f(x)=3-x$　　B．$f(x)=x^2-3x$

C．$f(x)=-\dfrac{1}{x}$　　D．$f(x)=-\left|x\right|$

4．$f\left(x\right)=5x^2-2x$ 的单调增区间为（　　）

A．$\left(\dfrac{1}{5},+\infty\right)$　　B．$\left(-\infty,\dfrac{1}{5}\right)$　　C．$\left(-\dfrac{1}{5},+\infty\right)$　　D．$\left(-\infty,-\dfrac{1}{5}\right)$

5．已知函数 $f\left(x\right)=-1+\dfrac{1}{x-1}$（$x\neq1$），则 $f(x)$（　　）

A．在 $\left(-1,+\infty\right)$ 上是增函数　　B．在 $\left(1,+\infty\right)$ 上是增函数

C．在 $\left(-1,+\infty\right)$ 上是减函数　　D．在 $\left(1,+\infty\right)$ 上是减函数

6．已知：函数 $f\left(x\right)=x^2+\left(k-2\right)x$ 是 $\left[1,+\infty\right)$ 上的增函数，则 k 的取值范围为（　）

A．$\left(-\infty,0\right]$　　B．$\left[0,+\infty\right)$　　C．$\left(-\infty,1\right]$　　D．$\left[1,+\infty\right)$

7．下列函数中，在 $\left(0,2\right)$ 上为增函数的是（　　）

A．$y=-3x+2$　　B．$y=\dfrac{3}{x}$

C．$y=x^2-4x+5$　　D．$y=3x^2+8x-10$

8．定义在 R 上的函数 $f(x)$对任意两个不等的实数 a，b，总有 $\dfrac{f\left(a\right)-f\left(b\right)}{a-b}>0$ 成立，

则 $f(x)$必定是（　　）

A．先增后减的函数　　B．先减后增的函数

C．在 R 上的增函数　　　　D．在 R 上的减函数

9．若函数 $f\left(x\right)=\left|2x+a\right|$ 的单调递增区间是 $\left[3,+\infty\right)$，则 a 的值为（　　）

A．6　　B．2　　C．-2　　D．-6

10．若定义域为（0，3）的函数 f（x）是增函数，且 f（$2a$–1）<f（a），则 a 的取值范围是

A．（–∞，1）　　　　B．（0，1）

C．（$\frac{1}{2}$，1）　　　　D．（1，3）

11．函数 $f(x)=\left|x^2-6x+8\right|$ 的单调递增区间为（　　）

A．$[-3,+\infty)$　　　　B．$(-\infty,2),(4,+\infty)$

C．$(2,3),(4,+\infty)$　　　　D．$(-\infty,2],[-3,4]$

12．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{x^2+4x+3}}$ 的单调递增区间为（　　）

A．$\left(-2,+\infty\right)$　　B．$\left(-0,-2\right)$　　C．$\left(-\infty,-3\right)$　　D．$\left(-1,+\infty\right)$

二．填空题

13．若函数 f（x）＝$-x^2-2(a+1)x+3$ 在区间$(-\infty$，$3]$上是增函数，则实数 a 的取值范围是________.

14．若函数 $f\left(x\right)=\left(k^2-3k+2\right)x+b$ 在 R 上是减函数，则 k 的取值范围为____.

15．已知函数 f（x）$=\sqrt{2-ax}$ 在区间$[0$，$2]$上单调递减，则 a 的取值范围是______.

16．函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}ax^2+x-1(x>2)\\-x+1\left(x\le 2\right)\end{cases}$ 是 R 上的单调递减函数，则实数 a 的取值范围是

______.

三．解答题(解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17．已知函数 f（x）$=\frac{2x+1}{x+1}$.

（1）判断函数在区间$(-1$，$+\infty)$上的单调性，并用定义证明你的结论；

（2）求该函数在区间$[2$，$4]$上的最大值和最小值．

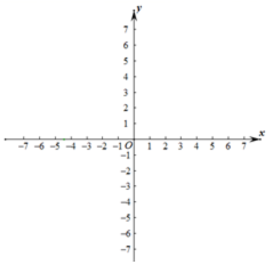
18．设函数 $f(x)=1+\dfrac{m}{x}$，且 $f(1)=2$

(1) 求 m 的值；

(2) 试判断 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的单调性，并用定义加以证明；

(3) 若 $x\in[2,5]$ 求值域；

19．已知函数 $f\left(x\right)=x^2-2\left|x\right|-3$.



（1）用分段函数的形式表示该函数；

（2）在所给的坐标系中画出该函数的简图；

（3）写出该函数的单调区间 (不要求证明) .

20．已知函数 $f\left(x\right)=4x^2-6x+2$.

（1）求 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

（2）求 $f\left(x\right)$ 在 $\left[2,4\right]$ 上的最大值.

21．已知定义在$(-1,1)$上的函数$y=f(x)$满足$(x_1-x_2)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]<0,x_1\neq x_2$，若$f(2a-1)<f(1-a)$，求实数$a$的取值范围.

22．若非零函数$f\left(x\right)$对任意实数a,b均有$f\left(a+b\right)=f\left(a\right)\cdot f\left(b\right)$，且当$x<0$时，$f\left(x\right)>1$.

（1）求证：$f(x)>0$；

（2）求证：$f\left(x\right)$为减函数；

（3）当$f\left(4\right)=\dfrac{1}{16}$时，解不等式$f(x-3)\cdot f(5)\leq\dfrac{1}{4}$

参考答案

一．选择题(在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	D	C	A	D	B	D	C	D	C	C	C

二．填空题

13．$(-\infty，-4]$

14．$(1,2)$

15．$(0,1]$

16．$\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]$

三．解答题(解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.【解析】（1）$f(x)$ 在$(-1，+\infty)$上为增函数，证明如下：任取$-1<x_1<x_2$，

则 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\dfrac{2x_1+1}{x_1+1}-\dfrac{2x_2+1}{x_2+1}=\dfrac{x_1-x_2}{\left(x_1+1\right)\left(x_2+1\right)}$，

因为$-1<x_1<x_2\Rightarrow x_1+1>0$，$x_2+1>0$，$x_1-x_2<0$，

所以$f(x_1)-f(x_2)<0\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$，

所以$f(x)$ 在$(-1，+\infty)$上为增函数．

（2）由（1）知$f(x)$ 在$[2，4]$上单调递增，

所以$f(x)$ 的最小值为 $f(2)=\dfrac{2\times2+1}{2+1}=\dfrac{5}{3}$，

最大值 $f(4)=\dfrac{2\times4+1}{4+1}=\dfrac{9}{5}$．

18.【解析】（1）由 f （1）$=2$，得$1+m=2$，$m=1$．

（2）$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减．

证明：由（1）知，$f(x)=1+\dfrac{1}{x}$，

设$0<x_1<x_2$，则 $f(x_1)-f(x_2)=(1+\dfrac{1}{x_1})-(1+\dfrac{1}{x_2})=\dfrac{x_2-x_1}{x_1x_2}$．

因为$0<x_1<x_2$，所以 $x_2-x_1>0$，$x_1x_2>0$，

所以 $f(x_1)-f(x_2)>0$，即 $f(x_1)>f(x_2)$，

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减．

（3）由于函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减．

所以 $f(x)_{\max}=f(2)=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}, f(x)_{\min}=f(5)=1+\frac{1}{5}=\frac{6}{5}$.

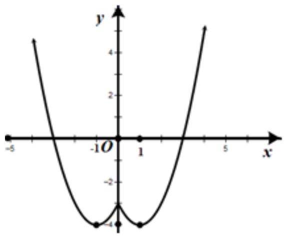
所以函数的值域为$[\frac{6}{5},\frac{3}{2}]$.

19.【解析】（1）当$x\geq 0$时， $f\left(x\right)=x^2-2x-3$，当$x<0$时，

$f\left(x\right)=x^2+2x-3$，

所以 $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2-2x-3, x\geq 0\\ x^2+2x-3, x<0\end{cases}$.

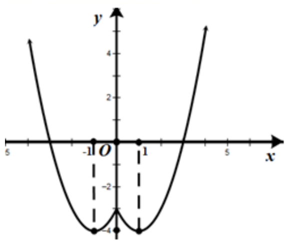
（2） $f\left(x\right)$的图象如图所示：



（3）由图象可知：

$f\left(x\right)$的增区间为：$\left(1,+\infty\right),\left(-1,0\right)$；

$f\left(x\right)$的减区间为：$\left(-\infty,-1\right),\left(0,1\right)$.



20.【解析】（1）二次函数$y=f\left(x\right)$的图象开口向上，对称轴为直线$x=\frac{3}{4}$，

因此，函数$y=f\left(x\right)$的单调递减区间为$\left(-\infty,\frac{3}{4}\right)$，单调递增区间为$\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$；

（2）由（1）可知函数$y=f\left(x\right)$在区间$\left[2,4\right]$上单调递增，

$\therefore$当$x=4$时，函数$y=f\left(x\right)$取得最大值$f\left(4\right)=4\times 4^2-6\times 4+2=42$.

21.【解析】因为函数$f(x)$满足$(x_1-x_2)\left[f(x_1)-f(x_2)\right]<0, x_1\neq x_2$

所以函数在$(-1,1)$上是减函数， 又因为$f(2a-1)<f(1-a)$

所以$\begin{cases}-1<2a-1<1,\\ -1<1-a<1,\\ 2a-1>1-a,\end{cases}\Rightarrow\frac{2}{3}<a<1$

22.【解析】（1）$f(x)=f\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}\right)=f^{2}\left(\frac{x}{2}\right)>0$

（2）设 $x_1<x_2$ 则 $x_1-x_2<0$

$f\left(x_1\right)=f\left[\left(x_1-x_2\right)+x_2\right]=f\left(x_1-x_2\right)f\left(x_2\right)$

$\therefore f\left(x_1-x_2\right)=\frac{f\left(x_1\right)}{f\left(x_2\right)}>1$，所以 $f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$

$f\left(x\right)$ 为减函数.

（3）由 $f(4)=f^{2}(2)=\frac{1}{16}$

由（1）$f\left(x\right)>0$ 得 $f(2)=\frac{1}{4}$

原不等式转化为 $f(x-3+5)\le f(2)$，

结合（2）得：$x+2\ge 2$，即 $x\ge 0$

故不等式的解集为 $\left\{x\mid x\ge 0\right\}$.