

2021-2022 学年高一下学期第一次学情调研

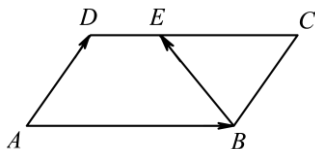
数学

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，

1. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $AD=4$ ，则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = (\quad)$

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10

2. 如图，在 $\square ABCD$ 中，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，若点 E 在 CD 上，且 $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{ED}$ ，则 $\overrightarrow{BE} = (\quad)$



- A. $\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$ B. $-\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b}$ C. $-\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}$ D. $\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$

3. 设 $x, y \in \mathbb{R}$ ，向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (3, 4)$ ， $\vec{c} = (5, 6)$ ，若 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，则 $x + y = (\quad)$

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

4. 设向量 $\vec{a} = (x, 1)$ ， $\vec{b} = (1, -\sqrt{3})$ ，且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则向量 $\vec{a} - \sqrt{3}\vec{b}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中， $a=7, b=4\sqrt{3}, c=\sqrt{13}$ ，则 $\triangle ABC$ 最小角为 $(\quad)$

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{12}$

6. 在 $\square ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $\frac{c}{b} < \cos A$ ，则 $\square ABC$ 必为 $(\quad)$

- A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 等腰三角形

7. 在 $\square ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $b=c=4$ ， $A=120^\circ$ ，且 D 是 BC 边上的动点

(不含端点)，则 $(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}) \cdot (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC})$ 的取值范围是 $(\quad)$

- A. $[-8, 10)$ B. $[-16, 40)$ C. $[-8, 40)$ D. $[-16, 48)$

8. 已知 O 为锐角三角形 ABC 的外心， $2\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} + 4\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ，则 $\cos \angle ACB$ 的值为 $(\quad)$

- A. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

二、多项选择题：本大题共 4 小，每小原 5 分，共 20 分.

9. 下列说法中错误的为 $(\quad)$

A. 若 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$, 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{a} + \lambda \vec{b}$ 的夹角为锐角, 则实数 λ 的取值范围是 $\left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$

B. 向量 $\vec{e}_1 = (2, -3)$, $\vec{e}_2 = \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right)$ 不能作为平面内所有向量的一组基底

C. 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影向量的模为 $|\vec{a}|$

D. 非零向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{a} + \vec{b}$ 的夹角为 60°

10. 等边三角形 ABC 中, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{EC} = 2\overrightarrow{AE}$, AD 与 BE 交于 F , 则下列结论正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

B. $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$

D. $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

11. 已知 $\square ABC$ 的重心为 G , 点 E 是边 BC 上的动点, 则下列说法正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{CG}$

B. 若 $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$, 则 $\square EAC$ 的面积是 $\square ABC$ 面积的 $\frac{2}{3}$

C. 若 $AB = AC = 2$, $BC = 3$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{7}{6}$

D. 若 $AB = AC = 2$, $BC = 3$, 则当 $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$ 取得最小值时, $|\overrightarrow{EA}| = \frac{\sqrt{37}}{4}$

12. 在 $\square ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 则下列命题正确的是 ()

A. 若 $ab = 2c^2$, 则 $0 < C < \frac{\pi}{4}$

B. 若 $a + b = 2c$, $0 < C \leq \frac{\pi}{3}$

C. 若 $(a + b)c < 2ab$, 则 $C > \frac{\pi}{2}$

D. 若 $a^4 + b^4 = c^4$, 则 $\square ABC$ 为锐角三角形

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 已知 $\vec{a}, \vec{b}$ 是两个不共线的向量, 若 $\vec{m} = -\vec{a} + k\vec{b} (k \in \mathbb{R})$ 与 $\vec{n} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ 共线, 则 k 的值为 _____.

14. 设 $\square ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a \cos C + \frac{\sqrt{3}}{2}c = b$, 则角 A 的大小为 _____.

15. 已知 $\square ABC$ 的外接圆圆心为 O . 且 $2\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AB}| = 2$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____, 向量 $\overrightarrow{CA}$ 在向量 $\overrightarrow{CB}$ 上的投影向量的模长为 _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = (m, m+2)$, $\overrightarrow{AC} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, ($m \in \mathbf{R}, \alpha \in \mathbf{R}$), 若对任意的实数 t ,

$|\overrightarrow{AB} - t\overrightarrow{AC}| \geq |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ 恒成立, 则 $\triangle ABC$ 面积的最小值是_____

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分.

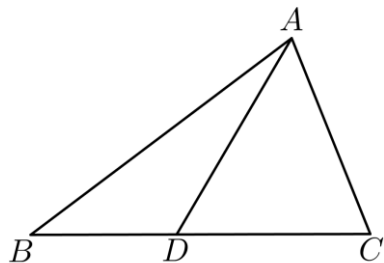
17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a = \sqrt{6}$, $b = \sqrt{2}$, $B = 30^\circ$, 求边 c 和 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 设向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (2, 1)$, $\vec{c} = (-2, 1)$

(1) 若向量 $\vec{a} - \lambda\vec{b}$ 与向量 $\vec{c}$ 平行, 求 λ 的值;

(2) 若向量 $\vec{b} + \mu\vec{c}$ 与向量 $\mu\vec{b} - \vec{c}$ 互相垂直, 求 μ 的值.

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 BC 上一点, $AB = 14, BD = 6, AD = 10$

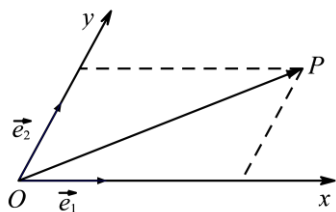


(1) 求 $\angle ADC$ 的大小;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $35\sqrt{3}$, 求边 AC 的长.

20. 如图, 设 Ox, Oy 是平面内相交成 60° 角的两条数轴, $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 分别是与 x 轴、 y 轴正方向同向的单位向量, 若向量 $\overrightarrow{OP} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$, 则把有序数对 (x, y) 叫做向量 $\overrightarrow{OP}$ 在坐标系 Oxy 中的坐标, 记

$\overline{\overline{OP}} = (x, y)$, 已知在该坐标系下 $\vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (2, -3)$

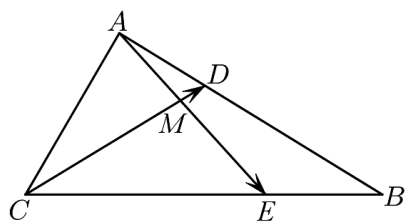


(1) 计算 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的大小

(2) 求 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 夹角 θ 大小

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $CA = 1$, $CB = 2$, $\angle ACB = 60^\circ$, 点 D 是 AB 上一点, 满足 $\overline{\overline{AD}} = \lambda \overline{\overline{AB}}$,

点 E 是边 CB 上一点, 满足 $\overrightarrow{BE} = \lambda \overrightarrow{BC}$



(1) 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, 求 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CD}$

(2) 是否存在非零实数 λ , 使得 $\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{CD}$? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由

22. 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 点 A, B, C 满足 $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

(1) 求证: A, B, C 三点共线, 并求 $\frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{CB}|}$ 和值.

(2) 已知 $A(1, \cos x)$, $B(1 + \cos x, \cos x)$, $x \in \left[-\frac{\pi}{3}, 0\right]$, 若函数 $f(x) = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} - \left(2m + \frac{2}{3}\right)|\overrightarrow{AB}|$ 的最

小值为 -3 , 求实数 m 的值