

江苏省南菁高级中学高二数学 10 月考试卷

一、单选题

1. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 2 项和为 2，前 4 项和为 8，则它的前 6 项和为 ()
A. 12 B. 22 C. 26 D. 32
2. 过点 $P(-1,3)$ 且垂直于直线 $x-2y+3=0$ 的直线方程为 ()
A. $2x+y-1=0$ B. $2x+y-5=0$ C. $x+2y-5=0$ D. $x-2y+7=0$
3. 数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n ，且 $a_1 = -10, a_{n+1} = a_n + 3 (n \in \mathbf{N}^*)$ ，则 S_n 取最小值时， n 的值是 ()
A. 3 B. 4
C. 5 D. 6
4. 已知 $A(0,1), B(1,0)$ ，点 C 在圆 $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 18$ 上，若三角形 ABC 的面积为 1，则点 C 的个数为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
5. 已知 $\{a_n\}$ 为递增数列，前 n 项和 $S_n = 2^n + 2n^2 + \lambda$ ，则实数 λ 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(-\infty, 4]$ D. $(-\infty, 4)$
6. 圆 $C_1: x^2 + y^2 + 2ax + a^2 - 1 = 0$ 和圆 $C_2: x^2 + y^2 - 4by - 1 + 4b^2 = 0$ 有三条公切线，若 $a \in \mathbf{R}$ ，
 $b \in \mathbf{R}$ ， $ab \neq 0$ ，则 $\frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 的最小值为 ()
A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
7. 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 8$ ， MN 为圆 C 的动弦，且满足 $|MN| = 4$ ， G 为弦 MN 的中点，两动点 P, Q 在直线 $l: y = x - 4$ 上，且 $|PQ| = 4$ ， MN 运动时， $\angle PGQ$ 始终为锐角，则线段 PQ 中点的横坐标取值范围是 ()
A. $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$ B. $(-\infty, 0) \cup (8, +\infty)$
C. $(0, 4)$ D. $(0, 8)$
8. 已知数列 1, 1, 2, 1, 2, 4, 1, 2, 4, 8, 1, 2, 4, 8, 16..., 设 N 为项数，求满足条件“ $N > 100$ 且该数列前 N 项和为 2 的整数幂”的最小整数 N 的值为 ()
A. 110 B. 220 C. 330 D. 440

二、多选题

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_n \cdot a_{n+1}=2^n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 则下列说法正确的是 ()

A. $a_2=2$

B. $a_4-a_3=4$

C. $\{a_{2n}\}$ 是等比数列

D. $a_{2n-1}+a_{2n}=2^{n+1}$

10. 下列说法正确的是 ()

A. 直线 $y=ax-3a+2(a \in \mathbf{R})$ 必过定点 $(3,2)$

B. 直线 $y=3x-2$ 在 y 轴上的截距为 -2

C. 直线 $\sqrt{3}x+y+1=0$ 的倾斜角为 60°

D. 过点 $(-1,2)$ 且垂直于直线 $x-2y+3=0$ 直线方程为 $2x+y=0$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项, 2 为公差的等差数列; $\{b_n\}$ 是以 1 为首项, 2 为公比的等比数列, 设

$c_n=a_{b_n}$, $T_n=c_1+c_2+\cdots+c_n$, 则下列结论正确的为 ()

A. $c_n=2^n-1$

B. $T_n=2^n-n-1$

C. $a_n < 2b_n$

D. 若 $T_n < 2022$, 则 n 的最大值为 9

12. 数学美 表现形式不同于自然美或艺术美那样直观, 它蕴藏于特有的抽象概念, 公式符号, 推理论证, 思维方法等之中, 揭示了规律性, 是一种科学的真实美. 平面直角坐标系中, 曲线 C :

$x^2+y^2=|x|+|y|$ 就是一条形状优美的曲线, 对于此曲线, 如下结论中正确的是 ()

A. 曲线 C 围成 图形的周长是 $2\sqrt{2}\pi$;

B. 曲线 C 围成的图形的面积是 2π ;

C. 曲线 C 上的任意两点间的距离不超过 2;

D. 若 $P(m, n)$ 是曲线 C 上任意一点, $|3m+4n-12|$ 的最小值是 $\frac{17-5\sqrt{2}}{2}$.

三、填空题

13. 已知直线 $l_1: 2x+y-1=0$, $l_2: 2x+y+1=0$, 则 l_1 与 l_2 间的距离为_____.

14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=2$, $a_{12}=12$, 则 a_5 与 a_{11} 的等差中项为_____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n+\frac{\lambda}{n}$, $n \in \mathbf{N}^*$, 且 $\{a_n\}$ 为单调递增数列, 则实数 λ 的取值范围是_____.

16. 已知圆 $C_1: (x-2\cos\theta)^2 + (y-2\sin\theta)^2 = 1$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 = 1$, 在下列说法中:

① 对于任意的 θ , 圆 C_1 与圆 C_2 始终相切;

② 对于任意的 θ , 圆 C_1 与圆 C_2 始终有四条公切线;

③ $\theta = \frac{\pi}{6}$ 时, 圆 C_1 被直线 $l: \sqrt{3}x - y - 1 = 0$ 截得的弦长为 $\sqrt{3}$;

④ P, Q 分别为圆 C_1 与圆 C_2 上的动点, 则 $|PQ|$ 的最大值为 4

其中正确命题的序号为_____.

四、解答题

17. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 的顶点 A 的坐标为 $(-4, 2)$, AB 边上的中线 CM 所在的直线方程为 $x - y + 1 = 0$, $\angle B$ 的角平分线所在的直线方程为 $2x + y - 2 = 0$.

(1) 求点 B 的坐标;

(2) 求直线 BC 的方程.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{4}a_2 + \frac{1}{8}a_3 + \cdots + \frac{1}{2^n}a_n = n$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \log_2 a_n$, 数列 $\left\{ \frac{1}{b_n b_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_n .

19. 在平面直角坐标系中, 直线 $x + y + 3\sqrt{2} = 0$ 与圆 C 相切, 圆心 C 的坐标为 $(1, -1)$.

(1) 求圆 C 的方程;

(2) 设直线 $y = kx + 2$ 与圆 C 没有公共点, 求 k 的取值范围;

(3) 设直线 $y = x + m$ 与圆 C 交于 M, N 两点, 且 $OM \perp ON$, 求 m 的值.

20. 已知单调递增的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 2$, _____. 给出以下条件: ① $\frac{1}{a_5}$ 是 $\frac{1}{S_2}$ 与

$\frac{1}{S_5}$ 的等差中项; ② $S_2, a_6, S_4 + 4$ 成等比数列; ③ $a_2, a_3 + 2, a_6 + 4$ 成等比数列. 从中任选一个, 补充在上面的横线上, 再解答.

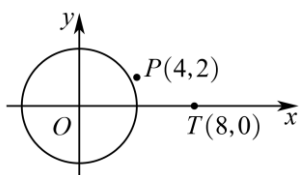
补充在上面的横线上, 再解答.

(1) 求 $\{a_n\}$ 通项公式;

(2) 令 $\left\{ \frac{b_n}{a_n} \right\}$ 是以 2 为首项, 2 为公比的等比数列, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n . 若 $n \in \mathbf{N}^*$,

$\lambda(T_n + 2^{n+2} - 4) \geq 8S_n - 26a_n$, 求实数 λ 的取值范围. (注: 如选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分)

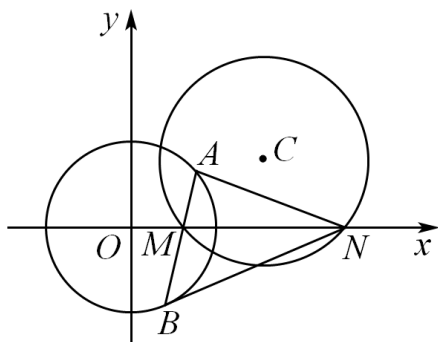
21. 已知直角坐标系 xOy 中, 圆 $O: x^2 + y^2 = 16$



(1) 过点 $P(4, 2)$ 作圆 O 的切线 m , 求 m 的方程;

(2) 直线 $l: y = kx + b$ 与圆 O 交于点 M, N 两点, 已知 $T(8, 0)$, 若 x 轴平分 $\angle MTN$, 证明: 不论 k 取何值, 直线 l 与 x 轴的交点为定点, 并求出此定点坐标.

22. 圆 $C: x^2 - (1+a)x + y^2 - ay + a = 0$.



(1) 若圆 C 与 y 轴相切, 求圆 C 的方程;

(2) 已知 $a > 1$, 圆 C 与 x 轴相交于两点 M, N (点 M 在点 N 的左侧). 过点 M 任作一条直线与圆 $O: x^2 + y^2 = 9$ 相交于两点 A, B . 问: 是否存在实数 a , 使得 $\angle ANM = \angle BNM$? 若存在, 求出实数 a 的值, 若不存在, 请说明理由.