

无锡市第一中学 2017—2018 学年度第一学期期中试卷

高一数学

(全卷满分 160 分, 考试时间 120 分钟)

2017 年 11 月

一、填空题(本大题共 14 小题, 每小题 5 分, 共 70 分, 请将答案填写在答题卷相应的位置上.)

1. 已知集合 $M = \{0, x\}$, $N = \{1, 2\}$, 若 $M \cap N = \{1\}$, 则 $M \cup N =$ _____.
2. 已知幂函数 $f(x) = x^a$ 的图象过 $(2, \sqrt{2})$, 则 $f(x) =$ _____.
3. 与 1680° 终边相同的最大负角是_____.
4. 函数 $f(x) = (\frac{1}{3})^x - 1$, $x \in [-1, 1]$ 的最大值是_____.
5. 半径为 3cm, 圆心角为 120° 的扇形面积为_____ cm^2 .
6. 用 “ $<$ ” 将 $0.2^{-0.2}$ 、 $2.3^{-2.3}$ 、 $\log_{0.2} 2.3$ 从小到大排列是_____.
7. 已知函数 $y = \log_a(x+3)$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图象过定点 A, 若点 A 也在函数 $f(x) = 3^x + b$ 的图象上, 则 $f(\log_3 2) =$ _____.
8. 对 $a, b \in \mathbb{R}$, 记 $\max\{a, b\} = \begin{cases} a, & a \geq b \\ b, & a < b \end{cases}$, 函数 $f(x) = \max\{|x+1|, |x-2|\}$ ($x \in \mathbb{R}$) 的最小值是_____.
9. 函数 $y = mx^2 - 6x + 2$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 则 m 的值为_____.
10. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2^x - 2$, 则满足不等式 $f(x-1) \leq 2$ 的实数 x 的取值范围是_____.
11. 已知函数 $y = \sqrt{x^2 - 2x + a}$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, 值域为 $[0, +\infty)$, 则实数 a 的取值集合为_____.
12. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(3-x), & x \leq 0 \\ f(x-1) - f(x-2), & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(11) =$ _____.
13. 已知函数 $f(x) = |x^2 - 1| + x^2 + kx$ 在区间 $(0, 2)$ 上有两个不同的零点, 则实数 k 的取值范围为_____.
14. 设 $a \in \mathbb{R}$, 函数 $f(x) = x|x-a| - a$, 若对任意的 $x \in [2, 3]$, $f(x) \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

二、解答题(本大题共 6 小题, 共计 90 分, 请在答题纸指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

15. (本小题满分 14 分)

设全集 $U = \mathbb{R}$, 函数 $f(x) = \sqrt{x-a} + \lg(a+3-x)$ 的定义域为集合 A, 集合 $B = \{x \mid \frac{1}{4} \leq$

$2^x \leq 32\}$.

(1) 若 $a = -3$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $A \subseteq \complement_{\mathbb{R}} B$, 求实数 a 的取值范围.

16. (本小题满分 14 分)

(1) 计算 $(\frac{1}{3})^{-1} - \log_2 8 + (0.5^{-2} - 2) \times (\frac{27}{8})^{\frac{2}{3}}$ 的值;

(2) 若 $a + a^{-1} = 3$, 求 $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}$ 和 $a^{\frac{3}{2}} - a^{-\frac{3}{2}}$ 的值.

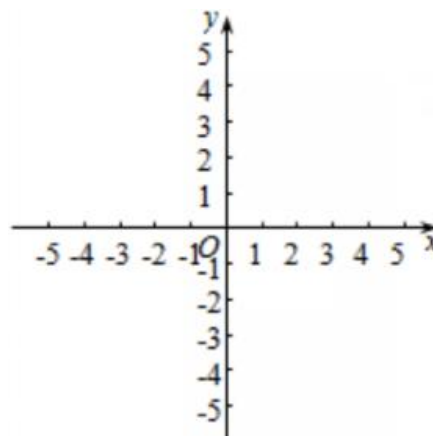
17. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 0 \\ 2(x-1)^2 - 1, & x \geq 0 \end{cases}$.

(1) 作出函数 $f(x)$ 图象的简图, 请根据图象写出函数 $f(x)$ 的单调减区间;

(2) 求解方程 $f(x) = \frac{1}{2}$;

(3) 若 $f(x) > a$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.



18. (本小题满分 16 分)

已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = m - \frac{2}{5^x + 1}$.

(1) 判断并证明函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 是奇函数, 求 m 的值;

(3) 若 $f(x)$ 的值域为 D , 且 $D \subseteq [-3, 1]$, 求 m 的取值范围.

19. (本小题满分 16 分)

某产品生产厂家根据以往的生产销售经验得到下面有关生产销售的统计规律:

每生产产品 x (百台), 其总成本为 $G(x)$ (万元), 其中固定成本为 2.8 万元, 并且每生产 1 百台的生产成本为 1 万元 (总成本 = 固定成本 + 生产成本). 销售收入 $R(x)$ (万元) 满

足: $R(x) = \begin{cases} -0.4x^2 + 4.2x & (0 \leq x \leq 5) \\ 11 & (x > 5) \end{cases}$, 假定该产品产销平衡 (即生产的产品都能卖掉), 根

据上述统计规律, 请完成下列问题:

(1) 写出利润函数 $y = f(x)$ 的解析式 (利润 = 销售收入 - 总成本);

(2) 工厂生产多少台产品时, 可使盈利最多?

20. (本小题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + 4x + a - 5$, $g(x) = m \cdot 4^{x-1} - 2m + 7$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上存在零点, 求实数 a 的取值范围;

(2) 当 $a = 0$ 时, 若对任意的 $x_1 \in [1, 2]$, 总存在 $x_2 \in [1, 2]$, 使 $f(x_1) < g(x_2)$ 成立, 求实数 m 的取值范围;

(3) 若 $y = f(x)$ ($x \in [t, 2]$) 的值域为 D , 是否存在常数 t , 使区间 D 的长度为 $6 - 4t$? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由 (注: 区间 $[p, q]$ 的长度为 $q - p$).

参考答案

1. $\{0, 1, 2\}$

2. $x^{\frac{1}{2}}$

3. -120°

4. 2

5. 3π

6. $\log_{0.2} 2.3 < 2.3^{-2.3} < 0.2^{-0.2}$

7. $\frac{8}{9}$

8. $\frac{3}{2}$

9. 0 或 $\frac{9}{2}$

10. $[-1, 3]$

11. $\{1\}$

12. 2

13. $(-\frac{7}{2}, -1)$

14. $(-\infty, \frac{4}{3}] \cup [\frac{9}{2}, +\infty)$

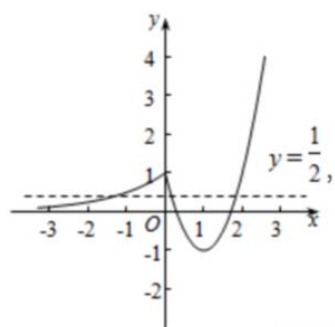
15. (1) $[-2, 0)$

(2) $(-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$

16. (1) $\frac{9}{2}$

(2) $\pm 1, \pm 4$

17. (1) 作图如下:



函数的单调减区间为 $(0, 1)$

(2) 方程的解为: $-1, 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $a < -1$

18. (1) 单调递增

(2) $m = 1$

(3) $[-1, 1]$

19. (1) $f(x) = \begin{cases} -0.4x^2 + 3.2x - 2.8 & (0 \leq x \leq 5) \\ -x + 8.2 & (x > 5) \end{cases}$

(2) 工厂生产 4 百台产品时, 可使盈利最大为 3.6 万元.

20. (1) $[0, 9]$

(2) $m \neq 0$

(3) $t = -4 - 3\sqrt{2}$ 或 $t = -\frac{5}{2}$