

④对于复数 $z \succ 0$, 若 $z_1 \succ z_2$, 则 $zz_1 \succ zz_2$.

其中所有真命题的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且满足

$\sin B(1+2\cos C)=2\sin A\cos C+\cos A\sin C$, 则下列等式成立的是

- A. $a=2b$ B. $b=2a$ C. $A=2B$ D. $B=2A$

8. 已知 $\square ABC$ 外接圆的半径 $R=2$, 且 $2\sqrt{3}\cos^2\frac{A}{2}=\sin A$. 则 $\square ABC$ 周长的取值范围为 ()

- A. $(2\sqrt{3}, 4]$ B. $(4, 4\sqrt{3}]$ C. $(4\sqrt{3}, 4+2\sqrt{3}]$ D. $(4+2\sqrt{3}, 6\sqrt{3}]$

二、选择题, 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 设有下面四个命题, 其中正确的命题是 ()

- A. 若复数 z 满足 $\frac{1}{z} \in \mathbf{R}$, 则 $z \in \mathbf{R}$;
B. 若复数 z 满足 $z^2 \in \mathbf{R}$, 则 $z \in \mathbf{R}$;
C. 若复数 z_1, z_2 满足 $z_1 z_2 \in \mathbf{R}$, 则 $z_1 = \overline{z_2}$;
D. 若复数 z_1, z_2 , 则 $|z_1 * z_2| = |z_1| * |z_2|$

10. 下列关于向量的命题正确的是 ()

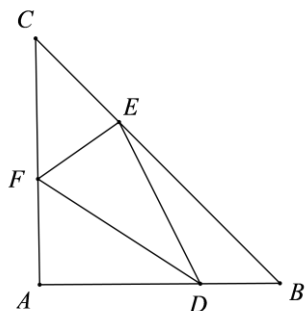
- A. 向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 共线的充要条件是存在实数 λ , 使得 $\vec{b} = \lambda \vec{a}$ 成立
B. 对任意向量 $\vec{a}, \vec{b}$, $|\vec{a} - \vec{b}| \leq \|\vec{a}\| - \|\vec{b}\|$ 恒成立
C. 非零向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, 满足 $\vec{a} // \vec{b}$, $\vec{b} // \vec{c}$, 则 $\vec{a} // \vec{c}$
D. 在 $\square OAB$ 中, C 为边 AB 上一点, 且 $AC:CB=2:3$, 则 $\overrightarrow{OC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OB}$

11. 下列选项正确的是 ()

- A. 在 $\square ABC$ 中, $a=8, b=16, A=30^\circ$, 该三角形有唯一解
B. 在 $\square ABC$ 中, $b=18, c=20, B=60^\circ$, 该三角形有唯一解
C. 锐角 $\square ABC$ 中, $A=60^\circ$, 则 $\cos B < \frac{\sqrt{3}}{2}$
D. $\square ABC$ 中, $\sin A > \sin B$ 的充要条件是 $A > B$

12. 如图, 在 $\square ABC$ 中, $AB \perp AC, AB=AC=3$, D, E, F 分别在边 AB, BC, CA 上 (与线段端点可重

合), 且 $DE \perp EF$, $BE = 2EC$. 则下列结论正确的是 ()



- A. $EF:FD$ 的值是定值;
- B. CF 的范围是 $[1, 2]$;
- C. $\triangle DEF$ 面积 最小值为 1;
- D. $\triangle DEF$ 的周长最大值为 $3\sqrt{2} + \sqrt{10}$

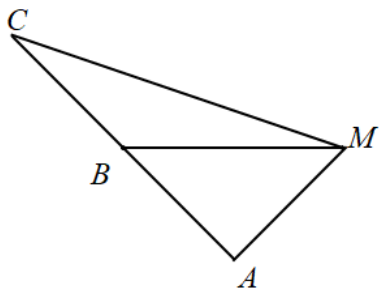
二、选择题, 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

13. 计算: $\frac{(1-2i)(3+4i)}{2+i} = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 不共线的三个平面向量两两的夹角相等, 且 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 4$. 则 $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \underline{\hspace{2cm}}.$

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $\sin \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3$. 若 $b+c=6$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. 已知 A, B, C 是一条大路上的三点, AB 与 BC 各等于 2 千米, 从三点分别遥望灵山大佛 M , 在 A 处看见 M 在北偏东 45° 方向, 在 B 处看见 M 在正东方向, 在 C 处看见 M 在南偏东 60° 方向, 则灵山大佛到直路 ABC 的最短距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米.



四、解答题 (本大题共 6 小题, 共计 0 分. 请在答题卡指定区域内作答. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 已知复数 $z_1 = a+i$, $z_2 = 1-i$, $a \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a=1$ 时, 求 $z_1 \cdot \bar{z}_2$ 的值;

(II) 若 $z_1 - z_2$ 是纯虚数, 求 a 的值;

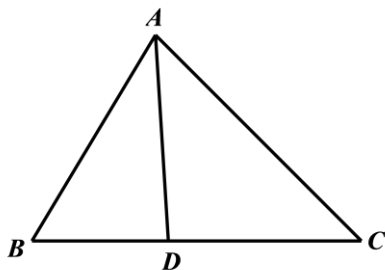
(III) 若 $\frac{z_1}{z_2}$ 在复平面上对应 点在第二象限, 求 a 的取值范围.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 设角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ;

(1) 用向量方法证明: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$;

(2) 用向量方法证明, 两角差的余弦公式;

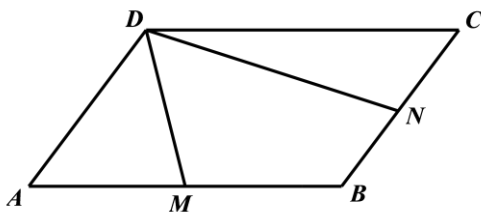
19. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 的平分线 AD , 点 D 在边 BC 上, $AD=3$, $AC=4$, $CD=2$;



(1) 求 $\cos C$ 的值;

(2) 解三角形 ABC (要求 $\cos A$, $\cos B$, AB , BC 四个量中至少求出三个)

20. 在平行四边形 $ABCD$ 中, M, N 分别是线段 AB, BC 的中点



(1) 令 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 试用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DM}, \overrightarrow{DN}$;

(2) 若 $DM=1$, $DN=2$, $\angle MDN = \frac{\pi}{3}$, 求 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的值;

21. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 已知 $\frac{2\sin A - \sin C}{\sin C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{a^2 + c^2 - b^2}$;

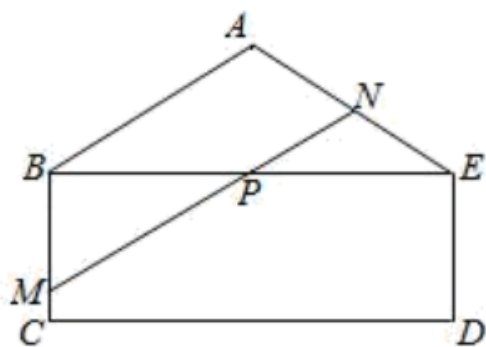
(1) 求角 B 的大小及 $y = \sin^2 A + \sin^2 C$ 的取值范围;

(2) 设 D 是 AC 上一点, 且 $AD:DC=1:2, BD=1$, 求 $a+3c$ 的最大值;

22. 如图, 某城市有一个五边形的地下污水管通道 $ABCDE$, 四边形 $BCDE$ 是矩形, 其中 $CD=8\text{km}$,

$BC=3\text{km}$; $\triangle ABE$ 是以 BE 为底边的等腰三角形, $AB=5\text{km}$. 现欲在 BE 的中间点 P 处建地下污水处

理中心，为此要过点 P 建一个“直线型”的地下水通道 MN 接通主管道，其中接口处 M 点在矩形 $BCDE$ 的边 BC 或 CD 上.



- (1) 若点 M 在边 BC 上，设 $\angle BPM = \theta$ ，用 $\tan \theta$ 表示 BM 和 NE 长；
- (2) 点 M 设置在哪些地方，能使点 M ， N 平分主通道 $ABCDE$ 的周长？请说明理由.

2021 春省锡中高一期中试卷学生版

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共计 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，请把答案添涂在答题卡相应位置上）

【1 题答案】

【答案】B

【2 题答案】

【答案】C

【3 题答案】

【答案】D

【4 题答案】

【答案】C

【5 题答案】

【答案】D

【6 题答案】

【答案】B

【7 题答案】

【答案】A

【8 题答案】

【答案】C

二、选择题，本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分．

【9 题答案】

【答案】AD

【10 题答案】

【答案】CD

【11 题答案】

【答案】ACD

【12 题答案】

【答案】ACD

二、选择题，本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符

合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

【13 题答案】

【答案】 $4-3i$

【14 题答案】

【答案】 3

【15 题答案】

【答案】 $2\sqrt{5}$

【16 题答案】

【答案】 $\frac{14+10\sqrt{3}}{13}$

四、解答题 (本大题共 6 小题, 共计 0 分. 请在答题卡指定区域内作答. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

【17 题答案】

【答案】 (I) $2i$; (II) 1; (III) $(-1, 1)$.

【18~19 题答案】

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

【20~21 题答案】

【答案】 (1) $\frac{11}{16}$

(2) $\cos A = \frac{17}{32}$, $\cos B = \frac{1}{4}$, $AB = 3$, $BC = \frac{7}{2}$

【22~23 题答案】

【答案】 (1) $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$; $\overrightarrow{DN} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

(2) $\frac{20}{9}$

【24~25 题答案】

【答案】 (1) $B = \frac{\pi}{3}$, $y \in (\frac{3}{4}, \frac{3}{2}]$

(2) $\sqrt{21}$

【26~27 题答案】

【答案】 (1) $BM = 4\tan\theta$; $NE = \frac{20\tan\theta}{4\tan\theta + 3}$

(2) 当 M 位于 CD 的中点为 Q 处, 或点 M 到点 C 的距离为 $3km$ 时,
才能使点 M , N 平分主通道 $ABCDE$ 的周长