

2022-2023 学年第一学期 12 月阶段练习

初三年级数学学科

(时间: 120 分钟 满分: 150 分)

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑)

1. 下列关于 x 的函数一定为二次函数的是 ()

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = -5x^2 - 3$ C. $y = ax^2 + bx + c$ D. $y = x^3 + x + 1$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 各边的长度都扩大 4 倍, 那么锐角 A 的余弦值 ()

- A. 扩大 4 倍 B. 保持不变 C. 缩小 4 倍 D. 扩大 2 倍

3. 点 $(3, -8)$ 和 $(-5, -8)$ 在二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 图象上, 则抛物线的对称轴是直线 ()

- A. $x = 4$ B. $x = 3$ C. $x = -5$ D. $x = -1$

4. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $P(1, 3)$, 点 P 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为

$\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$, 那么 $\tan \alpha$ 的值是 ()

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. 3

5. 若二次函数 $y = x^2 - 6x + c$ 的图像过 $A(-2, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(6, y_3)$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

- A. $y_1 > y_3 > y_2$ B. $y_1 > y_2 > y_3$ C. $y_2 > y_1 > y_3$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

6. 已知一个不等臂跷跷板 AB 长 3 米, 支撑柱 OH 垂直地面, 当 AB 一端 A 着地时, AB 与地面夹角的正弦值为 $\frac{1}{2}$, 如图 1; 当 AB 的另一端 B 着地时, AB 与地面夹角的正弦值为 $\frac{1}{3}$, 如图 2, 则支撑柱 OH 的高为 () 米.

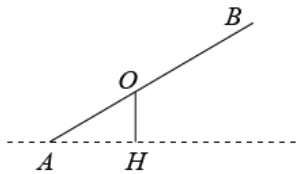


图1

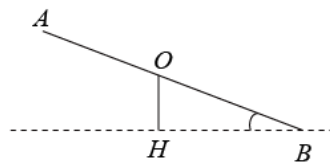


图2

- A. 0.4 B. 0.5 C. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ D. 0.6

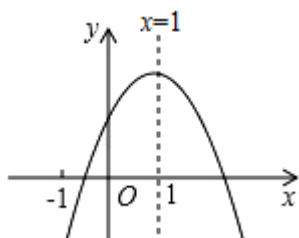
7. 在平面直角坐标系中, 如果抛物线 $y = 3x^2$ 不动, 而把 x 轴、 y 轴分别向上、向右平移 5 个单位, 那么在

新坐标系中此抛物线的解析式是（ ）

- A. $y = 3(x-5)^2 + 5$ B. $y = 3(x-5)^2 - 5$ C. $y = 5(x+5)^2 + 5$ D. $y = 3(x+5)^2 - 5$

8. 在平面直角坐标系中，已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示，有下列 5 个结论：①

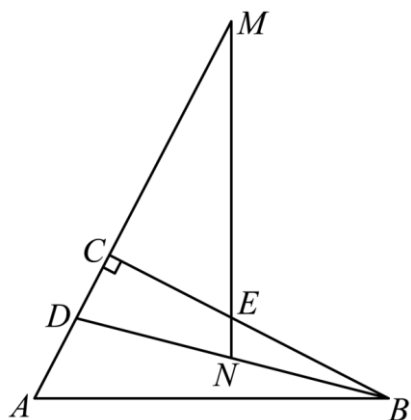
$abc > 0$ ；② $2a - b = 0$ ；③ $9a + 3b + c > 0$ ；④ $b^2 > 4ac$ ；⑤ $a + c < b$ ．其中正确的有（ ）



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC$ 平分线交 AC 于 D ， M 在 AC 延长线上， N 在 BD 上， MN 经过

BC 中点 E ， $MD = MN$ ，若 $\sin A = \frac{6}{7}$ ，则 $\frac{BN}{DN}$ 的值为（ ）

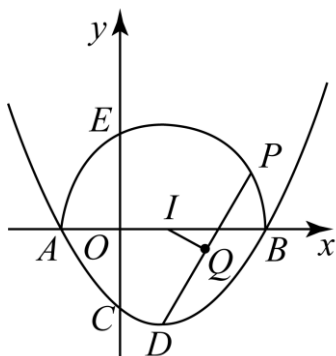


- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$

10. 如图，抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ 的图象与 x 轴交于点 A ， B ，与 y 轴交于点 C ，顶点为 D ，以 AB 为直径在 x 轴上方画半圆交 y 轴于点 E ，圆心为 I ， P 是半圆上一动点，连接 DP ，点 Q 为 PD 的中点．下列四种说法：

- ①点 C 在 $\odot I$ 上；
 ② $IQ \perp PD$ ；
 ③当点 P 沿半圆从点 B 运动至点 A 时，点 Q 运动的路径长为 π ；
 ④线段 BQ 的长可以是 3.2．

其中正确说法的个数为（ ）



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题（本大题共 8 小题，每空 3 分，共 30 分.不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应的位置上）

11. 抛物线 $y = 2(x+9)^2 - 3$ 的顶点坐标是_____.

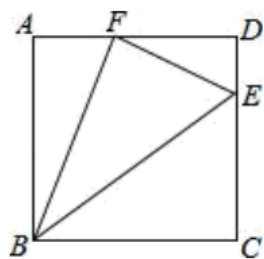
12. 已知 α 是锐角， $\tan(\alpha - 15^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 $\sin \alpha$ 的值为_____.

13. 抛物线 $y = x^2 + x + c$ 与 x 轴只有一个公共点，则 c 的值为_____.

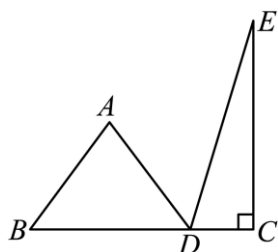
14. 某人沿着坡度 $i = 1:\sqrt{3}$ 的山坡向上走了 50 米，此时他在垂直方向上升高了_____米.

15. 二次函数 $y = 2x^2 - 8x + 1 (0 \leq x \leq 3)$ 的最小值是_____，最大值是_____.

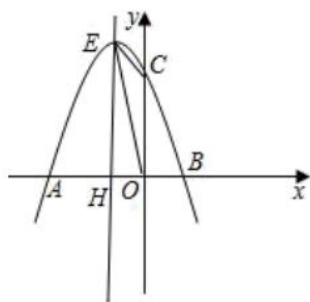
16. 如图，点 E 是矩形 $ABCD$ 中 CD 边上一点， $\square BCE$ 沿 BE 折叠为 $\triangle BFE$ ，点 F 落在 AD 上. 若 $\sin \angle DFE = \frac{1}{3}$ ，则 $\tan \angle EBC$ 值为_____.



17. 如图，折线 $AB - BC$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 5$ ，将折线 $AB - BC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转，得到折线 $AD - DE$ ，点 B 的对应点落在线段 BC 上的点 D 处，点 C 的对应点落在点 E 处，连接 CE ，若 $CE \perp BC$ ，则 $\cos \angle DEC =$ _____.



18. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 交 x 轴于点 A 、 B ，交 y 轴于点 $C(0, 3)$ ，其中点 B 坐标为 $(1, 0)$ ，同时抛物线还经过点 $(2, -5)$ 。



(1) 抛物线的解析式为_____；

(2) 设抛物线的对称轴与抛物线交于点 E ，与 x 轴交于点 H ，连接 EC 、 EO ，将抛物线向下平移 n ($n > 0$) 个单位，当 EO 平分 $\angle CEH$ 时，则 n 的值为_____。

三、解答题（本大题共 10 小题，共 90 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等）

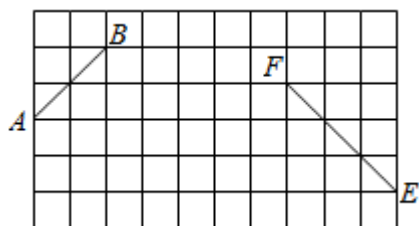
19. 计算：

(1) $2\cos 45^\circ - \tan 60^\circ + 2\sin 60^\circ$ ；

(2) $\sqrt{8} - 2\sin 45^\circ + 2\cos 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ 。

20. 已知 x_1 ， x_2 为抛物线 $y = 2x^2 - 5x - 1$ 与 x 轴相交的两个交点的横坐标，求 $2x_1^2 - 5x_1 + 6x_1x_2$ 的值。

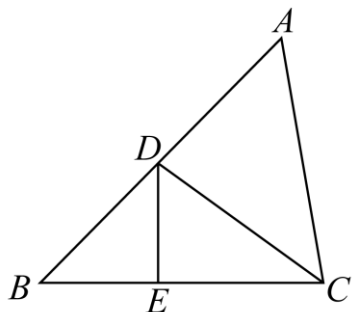
21. 如图在 10×6 的正方形的网格中，每个小正方形的边长为 1，线段 AB 、 EF 的端点均在小正方形的顶点上。



(1) 在图中的 AB 为边画 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，使点 C 在小正方形的顶点上， $\angle BAC = 90^\circ$ 且 $\tan \angle ACB = \frac{2}{3}$ 。

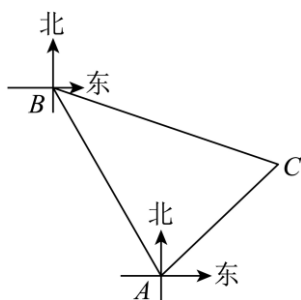
(2) 在(1)的条件下, 在图中的以 EF 为边画面积为 3 的 $\square DEF$ 使点 D 在小正方形的顶点上, $\angle CBD = 45^\circ$, 连结 CD 直接写出线段 CD 的长.

22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ$, CD 是 AB 边上的中线, 过点 D 作 $DE \perp BC$, 垂足为点 E , 若 $CD = 5$, $\sin \angle BCD = \frac{3}{5}$.



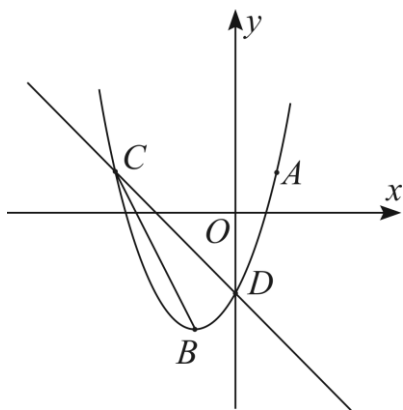
- (1) 求 BC 的长;
- (2) 求 $\angle ACB$ 的正切值.

23. 某海域有 A, B 两个港口, B 港口在 A 港口北偏西 30° 方向上, 距 A 港口 60 海里, 有一艘船从 A 港口出发, 沿东北方向行驶一段距离后, 到达位于 B 港口南偏东 75° 方向的 C 处,



- (1) 填空: $\angle ABC =$ _____ $^\circ$; $\angle BAC =$ _____ $^\circ$;
- (2) 求该船与 B 港口之间的距离即 CB 的长 (结果保留根号).

24. 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(1, 1)$ 和 $B(-1, -3)$, 二次函数与一次函数 $y = -x - 2$ 交于 C, D 两点.



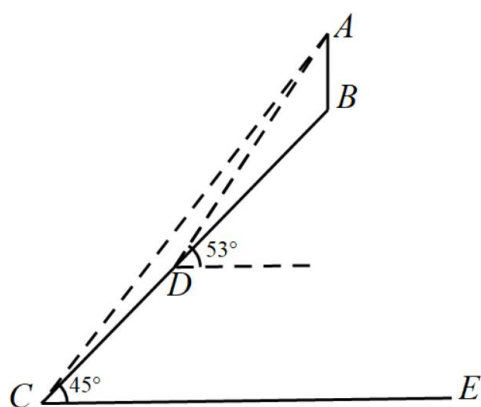
- (1) 求二次函数的解析式;

(2) 求三角形 BCD 的面积;

(3) 结合图象直接写出不等式 $x^2 + bx + c > -x - 2$ 的解集.

25. 随着我国科学技术的不断发展, 5G 移动通信技术日趋完善. 某市政府为了实现 5G 网络全覆盖, 2021~2025 年拟建设 5G 基站 3000 个, 如图, 在斜坡 CB 上有一建成的 5G 基站塔 AB , 小明在坡脚 C 处测得塔顶 A 的仰角为 45° , 然后他沿坡面 CB 行走了 50 米到达 D 处, D 处离地平面的距离为 30 米且在 D 处测得塔顶 A 的仰角 53° . (点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 均在同一平面内, CE 为地平线) (参考数据:

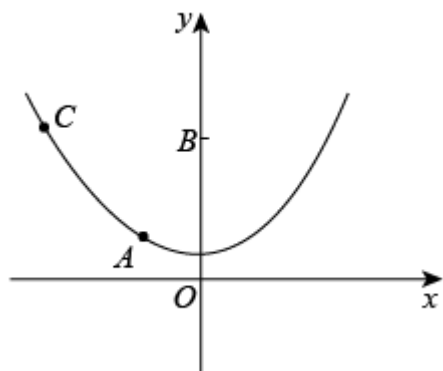
$$\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}, \cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}, \tan 53^\circ \approx \frac{4}{3})$$



(1) 求坡面 CB 的坡度;

(2) 求基站塔 AB 的高.

26. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + c$ 的图像经过点 $A\left(-1, \frac{5}{4}\right)$ 和点 $C(-4, 5)$, 点 B 的坐标为 $(0, 5)$.



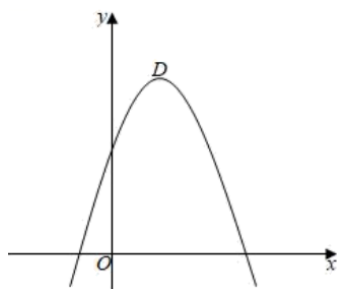
(1) 求二次函数 $y = ax^2 + c$ 的解析式;

(2) 若 y 轴上有一点 $P(0, 2)$, 点 M 是抛物线上一动点, 过点 M 作 $ME \perp x$ 轴于点 E .

①求证: 点 M 在线段 PE 的垂直平分线上;

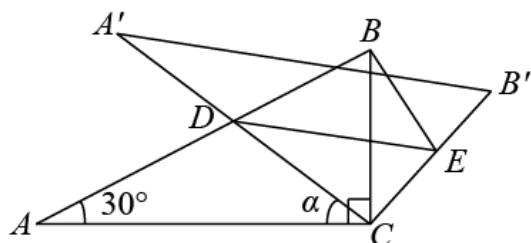
②若点 $N(-2, 4)$, 求 $\triangle MPN$ 的周长的最小值.

27. 已知二次函数 $y = ax^2 - 2ax + a + 4$ ($a < 0$) 的大致图象如图所示, 这个函数图象的顶点为点 D .



- (1) 求该函数图象的对称轴及点 D 的坐标;
- (2) 设该函数图象与 y 轴正半轴交于点 C , 与 x 轴正半轴交于点 B , 图象的对称轴与 x 轴交于点 A , 如果 $DC \perp BC$, $\tan \angle DBC = \frac{1}{3}$, 求该二次函数的解析式;
- (3) 在 (2) 的条件下, 设点 M 在第一象限该函数的图象上, 且点 M 的横坐标为 t ($t > 1$), 如果 $\triangle ACM$ 的面积为 $\frac{25}{8}$, 求点 M 的坐标.

28. 如图, 将含 30° 角的直角三角板 ABC ($\angle A = 30^\circ$) 绕其直角顶点 C 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 得到 $\text{Rt}\triangle A'B'C$, $A'C$ 与 AB 交于点 D , 过点 D 作 $DE \parallel A'B'$ 交 CB' 于点 E , 连接 BE . 设 $BC = 1$, $\angle A'DE = x^\circ$, $\triangle BDE$ 的面积为 S .



- (1) 当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 求 x 的值.
- (2) ① 求证 $\triangle BDE$ 为直角三角形;
- ② 求 S 与 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围.
- (3) 以点 E 为圆心, BE 为半径作 $\odot E$, 当 $S = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$ 时, 判断 $\odot E$ 与 $A'C$ 的位置关系, 并求相应的 $\tan \alpha$ 值.

