

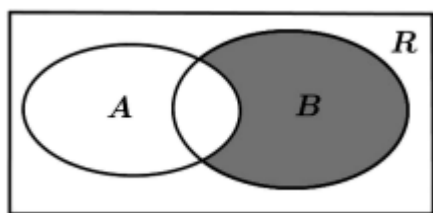
无锡辅仁高中 2023-2024 学年第一学期高一数学教学质量抽测（一）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 5\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{3, 4\}$, $(\complement_U M) \cup N =$ ()

- A. $\{4\}$ B. $\{4, 5\}$
C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, $A = \{x | x \leq 1\}$, 则图中阴影部分对应的集合为 ()



- A. $\{x | x \geq 1\}$ B. $\{x | 1 \leq x < 2\}$ C. $\{x | x > 1\}$ D. $\{x | 1 < x < 2\}$

3. 设 $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = k + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 ()

- A. $M \subseteq N$ B. $N \subseteq M$
C. $M = N$ D. $M \cap N = \emptyset$

4. 十六世纪中叶, 英国数学家雷科德在《砺智石》一书中首先把“=”作为等号使用. 后来英国数学家哈利奥特首次使用“<”和“>”符号, 并逐渐被数学界接受, 不等号的引入对不等式的发展影响深远. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则下列命题正确的是 ()

- A. 若 $ab \neq 0$ 且 $a < b$, 则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ B. 若 $0 < a < 1$, 则 $a^2 > a$
C. 若 $a > b > 0$, $c > d$, 则 $ac > bd$ D. 若 $a < b < 0$, 则 $a^2 > b^2$

5. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a < -1$ ”是“ $\frac{2a-1}{a+1} > 1$ ” ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, A, B 是 U 的两个子集, 集合 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, 则满足 $A \cap B = \{1, 2\}$ 的集合 B 共有 ()

- A. 4 个 B. 8 个 C. 6 个 D. 2 个

7. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $ab = a + b + 1$, $a + 8b$ 的最小值为 ()

- A. 15 B. $8 + 4\sqrt{2}$ C. 17 D. $6 + 4\sqrt{2}$

8. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 2mx - 3m^2 \leq 0\}$, $N = \{x | x^2 + mx - 2m^2 \leq 0\}$, 定义 $b - a$ 叫做集合 $\{x | a \leq x \leq b\}$ 的长度, 若集合 $M \cap N$ 的长度为 4, 则 $M \cup N$ 的长度为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 10

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 若 $a < 0 < b$, 且 $a + b > 0$, 则 ()

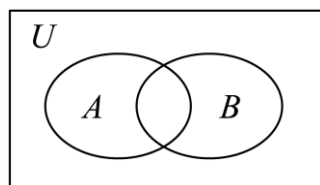
- A. $\frac{a}{b} > -1$ B. $|a| < |b|$ C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 0$ D. $(a-1)(b-1) < 1$

10. 下列命题中是真命题的是 ()

- A. $x^2 > 1$ 是 $x > 2$ 的充分不必要条件
 B. $a \neq 0$ 是 $a^2 + a \neq 0$ 的必要不充分条件
 C. $a > 2$ 是关于 x 的方程 $x^2 - ax + a = 0$ 的根都是正根的必要且不充分条件
 D. $0 < k < 4$ 是不等式 $kx^2 - kx + 1 > 0$ 对一切实数 x 恒成立的充分且不必要条件

11. 对于集合 A, B , 我们把集合 $\{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$, 叫作集合 A 和 B 的差集, 记作 $A - B$, 例如:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, 则有 $A - B = \{1, 2, 3\}$, $B - A = \{6, 7, 8\}$, 下列解答正确的是 ()



- A. 已知 $A = \{4, 5, 6, 7, 9\}$, $B = \{3, 5, 6, 8, 9\}$, 则 $B - A = \{3, 7, 8\}$
 B. 已知 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$, $B = \{x | -2 \leq x < 4\}$, 则 $A - B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq 4\}$
 C. 如果 $A - B = \emptyset$, 那么 $A \subseteq B$
 D. 已知全集 U 、集合 A 、集合 B 关系如上图中所示, 则 $A - B = A \cap \complement_U B$.

12. 若 $a+b=1(a>0, b>0)$, 则下列结论正确的是 ()

A. ab 最小值为 $\frac{1}{4}$

B. a^2+b^2 的最小值为 $\frac{1}{2}$

C. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 的最大值为 $\sqrt{2}$

D. $\frac{1}{a+2b}+\frac{1}{2a+b}$ 的最小值为 $\frac{4}{3}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知集合 $A=\{x|-2\leq x\leq 4\}$, $B=\{x|x>a, a\in\mathbf{R}\}$. 若 $A\cap B=\emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

14. 命题“ $\exists x\in\mathbf{R}, (a+2)x^2+(a+2)x-1\geq 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围为_____.

15. 为丰富学生课余生活, 拓宽学生视野, 某校积极开展社团活动, 高一(1)班参加 A 社团的学生有 21 人, 参加 B 社团的学生有 18 人, 两个社团都参加的有 7 人, 另外还有 3 个人既不参加 A 社团也不参加 B 社团, 那么高一(1)班总共有学生人数为_____.

16. 已知 $x>0$, $y>0$, 且 $2x+y=2$, 则 xy 的最大值为_____, $\frac{2}{x}+\frac{x}{y}$ 的最小值为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知集合 $A=\{x|m-1\leq x\leq 3m-2\}$, 不等式 $\frac{4}{x+1}\geq 1$ 的解集为 B .

(1) 当 $m=3$ 时, 求 $A\cup B$;

(2) 若 $x\in A$ 是 $x\in B$ 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

18. 已知关于 x 的不等式 $ax^2-3x+2>0$ 的解集为 $\{x|x<1 \text{ 或 } x>b\}$ ($b>1$).

(1) 求 a, b 的值;

(2) 当 $x>0$, $y>0$, 且满足 $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=1$ 时, 有 $2x+y\geq k^2+k+2$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

19. 经过长期观测得到: 在交通繁忙的时段内, 某公路段汽车的车流量 y (千辆/小时) 与汽车的平均速度 v (千米/小时) 之间的函数关系为: $y=\frac{920v}{v^2+3v+1600}(v>0)$.

(1) 在该时段内, 当汽车 平均速度 v 为多少时, 车流量最大? 最大车流量为多少? (保留分数形式)

(2) 若要求在该时段内车流量超过 10 千辆/小时, 则汽车的平均速度应在什么范围内?

20. (1) 已知 $a, b, x, y\in(0, +\infty)$, 且 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$, $x>y$, 试比较 $\frac{x}{x+a}$ 与 $\frac{y}{y+b}$ 的大小.

(2) 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $ab = 1$, 求证: $\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{8}{a+b} \geq 4$.

21. 已知关于 x 的不等式 $(kx - k^2 - 4)(x - 4) > 0$, 其中 $k \in \mathbf{R}$.

(1) 求上述不等式的解;

(2) 是否存在实数 k , 使得上述不等式的解集 A 中只有有限个整数? 若存在, 求出使得 A 中整数个数最少的 k 的值; 若不存在, 请说明理由.

22. 已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | x^2 - ax + a + 3 \leq 0\}$.

(1) 若 $a = -3$, 且 $m + n \in A$, $m - n \in B$. 求 $3m - n$ 的取值范围;

(2) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.