

江苏省无锡市梅村高级中学 2020—2021 学年高一上学期 10 月月考

数学试卷

一、单项选择题

1. 已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $A=\{2,3,4,5\}$, $B=\{2,3,6,7\}$, 则 $B \cap (\complement_U A) =$ ()
A. $\{1,6\}$ B. $\{1,7\}$ C. $\{6,7\}$ D. $\{1,6,7\}$
2. 命题 “ $\exists x \in R, x^2 - 2x + 1 < 0$ ” 的否定是 ()
A. $\exists x \in R, x^2 - 2x + 1 \geq 0$ B. $\exists x \in R, x^2 - 2x + 1 > 0$
C. $\forall x \in R, x^2 - 2x + 1 \geq 0$ D. $\forall x \in R, x^2 - 2x + 1 < 0$
3. 已知 $A = \{x, x+1, 1\}$, $B = \{x, x^2 + x, x^2\}$, 且 $A = B$, 则 $x =$ ()
A. $x=1$ 或 $x=-1$ B. $x=1$
C. $x=0$ 或 $x=1$ 或 $x=-1$ D. $x=-1$
4. 已知全集 $U = R$, 集合 $A = \{x | |x-1| < 1\}$, $B = \left\{x \mid \frac{2x-5}{x-1} \geq 1\right\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
A. $\{x | 1 < x < 2\}$ B. $\{x | 1 < x \leq 2\}$
C. $\{x | 1 \leq x < 2\}$ D. $\{x | 1 \leq x < 4\}$
5. 设 $a > 1$, 则 $4a + \frac{1}{a-1}$ 最小值为 ()
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
6. 使得命题 “ $\exists x \in R$, 使 $x^2 + a < 0$ 成立” 是真命题的一个充分不必要条件是 ()
A. $a < 0$ B. $a \geq 0$ C. $a \leq -1$ D. $a \geq 1$
7. 在 R 上定义运算 $\odot$: $a \odot b = ab + 2a + b$, 则满足 $x \odot (x-2) < 0$ 的实数 x 的取值范围为 ()
A. $\{x | 0 < x < 2\}$ B. $\{x | -2 < x < 1\}$
C. $\{x | x > 1 \text{ 或 } x < -2\}$ D. $\{x | -1 < x < 2\}$
8. 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 非空集合 A, B 均是 M 的子集, 且 $A \cap B = \emptyset$, 符合条件的集合 A, B 组成一组“互斥子集”, (视 (A, B) 与 (B, A) 为同一组“互斥子集”), 则满足条件的“互斥子集”有多少组 ()
A. 90 B. 180 C. 210 D. 105

二、多项选择题

9. 下列四个命题，假命题的有（ ）

A. $\exists x \in \mathbf{N}, 1 < 4x < 3$

B. $\exists x \in \mathbf{Z}, 5x - 1 = 0$

C. $\forall x \in \mathbf{Q}, x^2 - 1 = 0$

D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 2 > 0$

10. 以下四个推理中，正确的有（ ）

A. $a \in (A \cup B) \Rightarrow a \in A$

B. $a \in (A \cap B) \Rightarrow a \in (A \cup B)$

C. $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$

D. $A \cup B = A \Rightarrow A \cap B = B$

11. 设 $b > a > 0, c \in \mathbf{R}$ ，下列不等式中正确的是（ ）

A. $\sqrt{b} > \sqrt{a}$

B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

C. $ac^2 < bc^2$

D. $\frac{1}{a} - c < \frac{1}{b} - c$

12. 下列各小题中，最大值是 $\frac{1}{2}$ 的是（ ）

A. $y = x^2 + \frac{1}{16x^2}$

B. $y = x\sqrt{1-x^2}, x \in [0, 1]$

C. $y = \frac{x^2}{x^4 + 1}$

D. $y = x + \frac{4}{x+2} (x > -2)$

三、填空题

13. 不等式 $-x^2 + x + 5 < -3x$ 的解集为_____.

14. 若 $p: x < 2$ 是 $q: x < a$ 的充分不必要条件，则 a 的取值范围是_____.

15. 若正数 x, y 满足 $x + 3y = 5xy$ ，则当 $3x + 4y$ 取最小值时， y 的值为_____.

16. 已知 $f(x) = 2x^2 + bx + c$ ，当 $f(x) < 0$ 解集为 $(1, 5)$ ，则 $f(x) =$ _____；若对于 $\forall x \in [1, 4]$ ，不等式 $f(x) + t \geq 0$ 恒成立，则实数 t 的取值范围_____.

四、解答题

17. (1) 解不等式 $\frac{x-2}{x-1} \geq 2$ ；

(2) 若 $a > 0$ ，解关于 x 的不等式： $ax^2 - (2a+1)x + 2 \leq 0$.

18. 已知集合 $A = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 2\}$ ， $B = \{x | -4 < x - 2 < 2\}$.

(1) 求 $A \cap B$ ， $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup (\complement_{\mathbf{R}} B)$ ；

(2) 若集合 $M = \{x | 2k-1 \leq x \leq 2k+1\}$ 是集合 A 真子集，求实数 k 的取值范围.

19. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 2x - a = 0\}$.

(1) 若 $\emptyset$ 是 A 的真子集, 求 a 的范围;

(2) 若 $B = \{x \mid x^2 + x = 0\}$, 且 A 是 B 的子集, 求实数 a 的取值范围.

20. (1) 若 $12 < a < 60$, $15 < b < 36$, 求 $2a - b$, $\frac{a}{b}$ 的取值范围;

(2) 已知 x, y 满足 $-\frac{1}{2} < x - y < \frac{1}{2}$, $0 < x + y < 1$, 求 $3x - y$ 的取值范围.

21. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 > 0\}$, $B = \{x \mid 2x^2 + (2k + 5)x + 5k < 0\}$.

(1) 若 $k < 0$, 求 B ;

(2) 若 $A \cap B$ 中有且仅有一个整数 -2 , 求实数 k 的取值范围.

22. 已知实数 a, b 满足 $0 < a < 1$, $0 < b < 1$.

(1) 若 $a + b = 1$, 求 $\left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 + \frac{1}{b}\right)$ 的最小值;

(2) 设 $0 < m < 12$, 求 $\frac{1}{m} + \frac{1}{12 - m}$ 最小值.