

无锡辅仁高中 2021-2022 学年第二学期教学质量抽测（一）

高一数学试卷

一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 已知 $\vec{a} = (2, k), \vec{b} = (k, 2)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 k 等于（ ）
A. 4 B. ± 2 C. -2 D. 2
2. 已知平面非零向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ，则“ $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b}$ ”是“ $\vec{b} = \vec{c}$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 在 $\triangle ABC$ 中，若其面积为 S ，且 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2\sqrt{3}S$ ，则角 A 的大小为（ ）
A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°
4. 一物体在力 $\vec{F}$ 作用下，由点 $A(4, -2)$ 移动到点 $B(5, 4)$ ，已知 $\vec{F} = (3, 2)$ ，则 $\vec{F}$ 对该物体所做的功为（ ）
A. -15 B. 15 C. 28 D. -28
5. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 2, \vec{b} = (1, 1), \vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ ，则 $\cos \langle \vec{a}, \vec{a} - \vec{b} \rangle =$ （ ）
A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$
6. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = 4, AC = 3, \angle BAC = 120^\circ$ ，点 E 在线段 BC 上，且满足 $2BE = EC$ ，则 AE 的长度为（ ）
A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ D. $2\sqrt{2}$
7. 图 1 是我国古代数学家赵爽创制的一幅“勾股圆方图”（又称“赵爽弦图”），它是由四个全等的直角三角形与中间的一个小正方形拼成的一个大正方形.受其启发，某同学设计了一个图形，该图形是由三个全等的钝角三角形与中间的一个小正三角形拼成的一个大正三角形，如图 2 所示，若 $AB = 7, DE = 2$ ，则 $\cos \angle ABD =$ （ ）

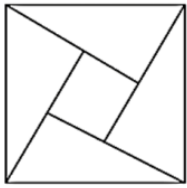


图 1

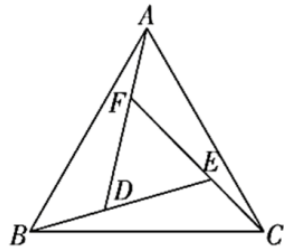


图 2

- A. $\frac{9}{14}$ B. $\frac{11}{14}$ C. $\frac{13}{14}$ D. $\frac{11\sqrt{3}}{14}$

8. 已知 $\triangle ABC$, 若对任意 $t \in \mathbb{R}$, $|\overrightarrow{BA} - t\overrightarrow{BC}| \geq |\overrightarrow{AC}|$, 则 $\triangle ABC$ 一定为 ()

- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形
C. 直角三角形 D. 答案不确定

二、选择题 (在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分. 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

9. 下列各组向量中, 不能作为基底的是 ()

- A. $\vec{e}_1 = (0, 0), \vec{e}_2 = (1, -2)$ B. $\vec{e}_1 = (-1, 2), \vec{e}_2 = (5, 7)$
C. $\vec{e}_1 = (3, 5), \vec{e}_2 = (6, 10)$ D. $\vec{e}_1 = (2, 3), \vec{e}_2 = (-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$

10. 下列说法正确的是 ()

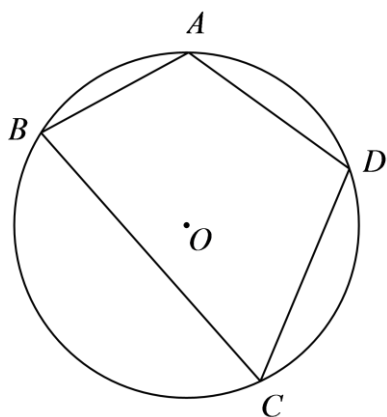
- A. $\triangle ABC$ 中, 若 $A > B$, 则 $\sin A > \sin B$
B. 已知 $|\vec{a}| = 6$, $\vec{e}$ 为单位向量, 若 $\langle \vec{a}, \vec{e} \rangle = \frac{3\pi}{4}$, 则 $\vec{a}$ 在 $\vec{e}$ 上的投影向量为 $-3\sqrt{2}\vec{e}$
C. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin 2A = \sin 2B$, 则 $\triangle ABC$ 定为等腰三角形
D. 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是钝角

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a:b:c = 4:5:6$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $\sin A : \sin B : \sin C = 4:5:6$ B. $\triangle ABC$ 是钝角三角形
C. 若 $c = 6$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{15\sqrt{7}}{4}$ D. 若 $c = 6$, 则 $\triangle ABC$ 内切圆半径为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$

12. 如图, 已知圆 O 内接四边形 $ABCD$ 中, $AB = 2, BC = 6, AD = CD = 4$ 下列说法正确的是

()



A. 四边形 $ABCD$ 的面积为 $8\sqrt{3}$

B. 该外接圆的直径为 $\frac{2\sqrt{21}}{3}$

C. $\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{CD} = -4$

D. 过 D 作 $DF \perp BC$ 交 BC 于 F 点, 则

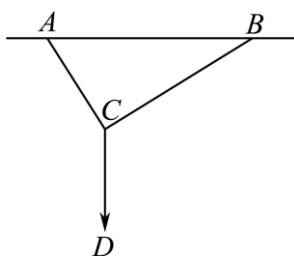
$$\overrightarrow{DO} \cdot \overrightarrow{DF} = 10$$

三、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知向量 $\vec{a} = (-3, 4)$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{a}$, 点 A 的坐标为 $(3, -4)$, 则点 B 的坐标为_____.

14. 已知点 A, B, C 满足 $|\overrightarrow{AB}| = 3$, $|\overrightarrow{BC}| = 4$, $|\overrightarrow{CA}| = 5$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的值是_____.

15. 如图, 两根绳子把物体 W 吊在水平杆子 AB 上. 已知物体 W 的重力 G 大小为 $10N$, $\angle ACD = 150^\circ$, $\angle BCD = 120^\circ$, 则 A 处所受力的大小 (绳子的重量忽略不计) 为_____ N .



16. 已知 A, B, C, D 是平面内四点, 且 $\overrightarrow{AC} = (2, 1)$, $\overrightarrow{BD} = (-2, 1)$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ 的最小值为_____.

四、解答题 (解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤本题共 6 小题, 共 70 分)

17. 已知向量 $\vec{a} = (3, 2)$, $\vec{b} = (-1, 2)$, $\vec{c} = (4, 1)$.

(1) 若 $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$, 求 m, n 值:

(2) 若向量 $\vec{d}$ 满足 $(\vec{d} - \vec{c}) \perp (\vec{a} + \vec{b})$, $|\vec{d} - \vec{c}| = 2\sqrt{5}$, 求 $\vec{d}$ 的坐标.

18. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $B = 45^\circ$, $AC = \sqrt{10}$, $\cos C = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求 BC 边的长;

(2) 求 AB 边上的中线 CD 的长.

19. 已知 $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, $\vec{b} = (\cos \beta, \sin \beta)$, 其中 $0 < \alpha < \beta < \pi$.

(1) 求向量 $\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 所成的夹角;

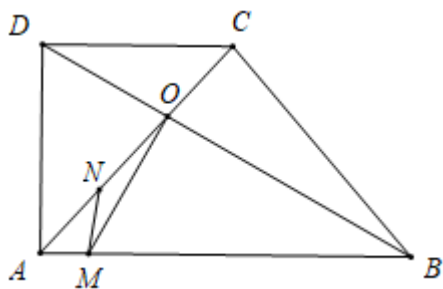
(2) 若 $k\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} - k\vec{b}$ 的模相等, 求 $\frac{\alpha - \beta}{2}$ 的值 (k 为非零的常数).

20. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a \sin \frac{A+C}{2} = b \sin A$.

(1) 求 B ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且 $c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.

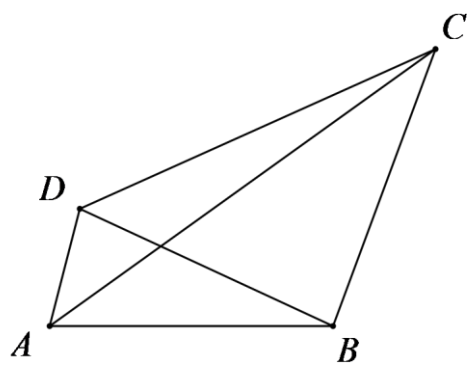
21. 在直角梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AB = 4$, $AD = CD = 2$, 对角线 AC 交 BD 于点 O , 点 M 在 AB 上, 且满足 $OM \perp BD$.



(1) 求 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD}$ 的值;

(2) 若 N 为线段 AC 上任意一点, 求 $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{MN}$ 的最小值.

22. 如图, 为了检测某工业区的空气质量, 在点 A 处设立一个空气监测中心 (大小忽略不计), 在其正东方向点 B 处安装一套监测设备. 为了使监测数据更加准确, 在点 C 和点 D 处, 再分别安装一套监测设备, 且满足 $AD = 2\text{km}$, $AB = 4\text{km}$, $BD = BC$, $\angle DBC = 90^\circ$, 设 $\angle DAB = \theta$.



(1) 当 $\theta = \frac{2\pi}{3}$, 求四边形 $ABCD$ 的面积;

(2) 当 θ 为何值时, 线段 AC 最长

