江苏省锡山高级中学 2020—2021 学年度第一学期期中考试

高二数学试卷

（本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟）

一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共计 40 分.在每小题给出的选项中，只有 1 项符合题意）

1. 命题：“$\exists x\in Z, x-1\in N$”的否定为（　　）

A. $\forall x\notin Z, x-1\in N.$　　B. $\forall x\notin Z, x-1\notin N.$

C. $\forall x\in Z, x-1\notin N.$　　D. $\exists x\in Z, x-1\notin N.$

2. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的离心率为$\sqrt{3}$，则实数$a$的值为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

3. 在3和81之间插入2个数，使这4个数成等比数列，则公比q为（　　）

A. ±2　　B. 2　　C. ±3　　D. 3

4. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$右支上一点$P$到右焦点的距离为$4$，则该点到左准线的距离为（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

5. 若直线l过抛物线$y^2=8x$的焦点，与抛物线相交于A,B两点，且$|AB|=16$，则线段AB的中点P到y轴的距离为（　　）

A. 6　　B. 8　　C. 10　　D. 12

6. 为了参加学校的长跑比赛，省锡中高二年级小李同学制定了一个为期 15 天的训练计划.已知后一天的跑步距离都是在前一天的基础上增加相同距离.若小李同学前三天共跑了3600米，最后三天共跑了10800米，则这 15 天小李同学总共跑的路程为（　　）

A. 34000米　　B. 36000米　　C. 38000米　　D. 40000米

7. 数列$\{a_n\}$是等比数列，公比为q，且$a_1>0$.则“$q<-1$”是“$\forall n\in N^*, 2a_{2n-1}+a_{2n}<a_{2n+1}$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

8. 已知椭圆C: $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$的右焦点为$F$.点$A,B$为椭圆上不同的两点，且满足$AF\perp BF$.过线段$AB$的中

点 P 作椭圆 C 右准线的垂线，垂足为 Q .则 $\frac{|AB|}{|PQ|}$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　D. 1

二、多选题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合要求，全部选对得 5 分，部分选对得 3 分，有选错的得 0 分）

9. 已知数列 $0,2,0,2,0,2,\cdots$，则前六项适合　通项公式为（　　）

A. $a_n=1+(-1)^n$　　　　B. $a_n=2\cos\frac{n\pi}{2}$

C. $a_n=2\left|\sin\frac{(n+1)\pi}{2}\right|$　　　　D. $a_n=1-\cos(n-1)\pi+(n-1)(n-2)$

10. 已知命题 p：不存在过点 $(1,1)$ 的直线与椭圆 $\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{2}=1$ 相切.则命题 p 是真命题的一个充分不必要条件是（　　）

A. $m\geq\sqrt{2}$　　　　B. $m>\sqrt{2}$　　　　C. $0<m<\sqrt{2}$　　　　D. $m=-3$

11. 意大利人斐波那契于 1202 年从兔子繁殖问题中发现了这样　一列数：$1,1,2,3,5,8,13,\cdots$.即从第三项开始，每一项都是它前两项的和.后人为了纪念他，就把这列数称为斐波那契数列.下面关于斐波那契数列 $\{a_n\}$ 说法正确的是（　　）

A. $a_{10}=55$　　　　B. a_{2020} 是偶数　　　　C. $3a_{2020}=a_{2018}+a_{2022}$　　　　D. $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{2020}=a_{2022}$

12. 已知抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点为 F ，准线 l 与 x 轴交于点 M .点 P,Q 是抛物线上不同的两点.下面说法中正确的是（　　）

A. 若直线 PQ 过焦点 F ，则以线段 PQ 为直径的圆与准线 l 相切；

B. 过点 M 与抛物线 C 有且仅有一个公共点的直线至多两条；

C. 对于抛物线内的一点 $T(1,1)$，则 $|PT|+|PF|\geq 3$ ；

D. 若直线 PQ 垂直于 x 轴，则直线 PM 与直线 QF 的交点在抛物线 C 上.

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分.只要求直接写出结果，不必写出计算和推理过程）

13. 已知递增等差数列$\{a_n\}$满足：$a_2+a_4=12, a_1a_5=20$，则$a_4=$_____.

14. 已知抛物线$C_1: x^2=2py(p>0)$的焦点到双曲线$C_2: \frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$的渐近线的距离为$\frac{\sqrt{5}}{5}$，则实数$p$的值为_____.

15. 设椭圆$C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F$，$O$为坐标原点.过点$F$的直线$2x+y-4=0$与椭圆的交点为$Q$(点$Q$在$x$轴上方)，且$|OF|=|OQ|$，则椭圆$C$的离心率为_____.

16. 数列$\{a_n\}$满足：$a_1=\frac{5}{2}, S_n=a_{n+1}-2^{n+1}-\frac{1}{2}(n\in N^*)$,其中$S_n$为数列$\{a_n\}$的前$n$项和，则$a_n=$_______，若不等式$(t-2)a_n\geq 2n^2-5n-12$对$\forall n\in N^*$恒成立，则实数$t$的最小值为 _____.

四、解答题（本题共 6 小题，共计 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 已知命题 p：方程$\frac{x^2}{k+5}+\frac{y^2}{3-k}=1$表示焦点在$x$轴上的椭圆；命题$q: \forall x\in R, x^2+kx+2k+5\geq 0$恒成立；命题$r: 1-m<k<1+m\ (m>0)$.

（1）若命题p与命题r互为充要条件，求实数m 值；

（2）若命题q是命题r的必要不充分条件，求正数m的取值范围.

18. 已知双曲线C 标准方程为$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{6}=1$，$F_1, F_2$分别为双曲线$C$的左、右焦点.

（1）若点P在双曲线的右支上，且ΔF_1PF_2的面积为3，求点P的坐标；

（2）若斜率为 1 且经过右焦点F_2的直线l与双曲线交于M, N两点，求线段MN的长度.

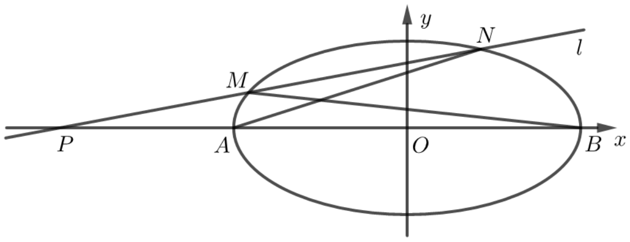
19. 在①a_1, a_2+1, a_3成等差数列；②$S_4=30$；③$a_1a_2a_3=64$三个条件中任选一个补充在下面的问题中，并作答.（注：如果选择多个条件分别作答，按第一个解答计分）

已知S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和.若$S_n=2a_n-a_1(n\in N^*)$，$a_1\neq 0$，且满足______

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_1=1$，$b_{n+1}-b_n=a_n(n\in N^*)$，求数列$\{b_n\}$的通项公式.

20. 已知椭圆$C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别为$A, B$，$|AB|=4$.过右焦点$F$且垂直于$x$轴的直线交椭圆$C$于$D, E$两点，且$|DE|=1$.



（1）求椭圆C的方程；

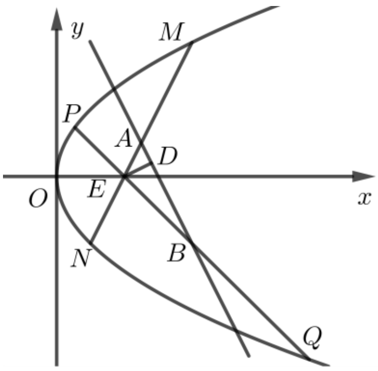
（2）斜率大于0的直线l经过点$P(-4,0)$，且交椭圆C于不同的两点M,N（M在点P,N之间）.记$\triangle PNA$与$\triangle PMB$的面积之比为λ，求实数λ的取值范围.

21. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$(n+1)a_{n+1}-(n+2)a_n=1\ (n\in N^*)$，$S_n$为数列$\{a_n\}$的前$n$项和. 数列$\{b_n\}$满足$b_n=\dfrac{1}{S_n}(n\in N^*)$.

（1）证明：数列$\{a_n\}$是等差数列，并求出数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n.问是否存在正整数$p,q(3<p<q)$，使得T_3,T_p,T_q成等差数列？若存在，求出p,q的值；若不存在，请说明理由.

22. 已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$经过点$(2,-2\sqrt{2})$.



（1）求抛物线C的方程及其相应准线方程；

（2）过点$E(2,0)$作斜率为k_1,k_2 两条直线分别交抛物线于M,N和P,Q四点，其中$k_1+k_2=1$.设线段MN和PQ的中点分别为$A,B,$过点E作$ED\perp AB,$垂足为$D.$证明：存在定点$T,$使得线段TD长度为定值.