

- A. $\frac{3}{4}\overline{BC}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}\overline{BC}$ C. $\frac{1}{4}\overline{BC}$ D. $-\frac{3}{4}\overline{BC}$

7. 已知 $\sin\left(2\theta - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{3}$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = (\quad)$

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

8. 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1}-x)+1$, 正数 a, b 满足 $f(2a)+f(b-2)=2$, 则 $\frac{2b}{a} + \frac{a}{2ab+b^2}$ 的最小值为 (\quad)

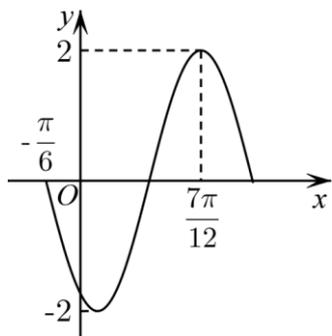
- A. 1 B. 2 C. 4 D. 5

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分。部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列说法正确的是 (\quad)

- A. 已知 $x > 1$, 则函数 $y = 2x + \frac{1}{x-1} \geq 2 + 2\sqrt{2}$
- B. 若 $x < \frac{1}{2}$, 则函数 $y = 2x + \frac{1}{2x-1}$ 的最大值为 -1
- C. 若 $x, y > 0$, $x + y = 2$, 则 $2^x + 2^y$ 的最大值为 4
- D. 若 $x, y > 0$, $x + y + xy = 3$, 则 xy 的最小值为 1

10. 函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0$, $\omega > 0$, $|\varphi| < \pi$) 的部分图象如图所示, 则下列说法正确的是 (\quad)



- A. 函数 $y = f(x)$ 在 $\left[-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]$ 单调递减
- B. 函数 $y = f(x)$ 图象关于 $\left(\frac{19\pi}{12}, 0\right)$ 中心对称

C. 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到函数 $g(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象

D. 若 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{2\pi}{3}, a\right]$ 上的值域为 $[-A, \sqrt{3}]$, 则实数 a 的取值范围为 $\left[\frac{13\pi}{12}, \frac{3\pi}{2}\right]$

11. 2022 年 10 月, 我国发布《个人养老金实施办法》, 在《办法》中指出, 个人养老金缴费上限 12000 元/年, 缴纳部分享受税收等方面的优惠政策. 目前规定: 个人养老金缴费部分免征个人所得税 (简称个税), 在领取个人养老金时, 单独按照 3% 税率计算纳入个人所得税.

阅读: 个税税额计算公式

公式① 个税税额 = 应纳税所得额 \times 税率 - 速算扣除数

公式② 应纳税所得额 = 综合所得收入额 - 基本减除费用 - 专项扣除 - 专项附加扣除 - 依法确定的其他扣除.

其中, “基本减除费用” (免征额) 为每年 60000 元, 税率与速算扣除数见表格.

级数	全年应纳税所得额所在区间	税率 (%)	速算扣除数
1	$[0, 36000]$	3	0
2	$(36000, 144000]$	10	2520
3	$(144000, 300000]$	20	16920
4	$(300000, 420000]$	25	31920
5	$(420000, 660000]$	30	52920
6	$(660000, 960000]$	35	85920
7	$(960000, +\infty)$	45	181920

如果只考虑减免税费, 定义: 税收优惠 = 当年 (缴纳个人养老金) 免征个税 - 领取时缴纳个税. 以下说法正确的是 ()

- A. 应纳税所得额低于 96000 的人群没有享受到税收优惠
- B. 每年个人能享受到的最大税收优惠可以超过 5000 元
- C. 每年都为自己缴纳 12000 元, 能享受到最大的税收优惠

D. 某人全年应纳税所得额为 200000 元, 则享受到最大的税收优惠为 2040

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + \frac{1}{4}, & x < 0 \\ |\ln x - 1|, & x > 0 \end{cases}$, 若方程 $f(x) = k (k \in \mathbf{R})$ 有四个不同的实数解, 它们从小到大依次记为 x_1, x_2, x_3, x_4 则 ()

A. $0 < k < \frac{1}{4}$

B. $0 < x_3 < \frac{e}{2}$

C. $x_1 + x_2 = -1$

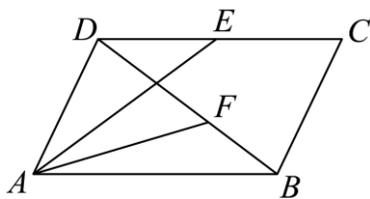
D. $0 < x_1 x_2 x_3 x_4 < \frac{e^2}{4}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 化简 $(\sqrt[3]{2} \times \sqrt{3})^6 + 2 \lg 4 + \lg \frac{5}{8} + e^{\ln 2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若不等式 $x^2 + ax + 1 \geq 0$ 对一切 $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$ 恒成立, 则 a 最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是 CD 的中点, 点 F 为线段 BD 上的一个三等分点, 且 $DF > FB$, 若 $\overrightarrow{AF} = x\overrightarrow{AE} + y\overrightarrow{DC} (x > 0, y > 0)$, 则 $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$.



16. 函数 $f(x) = 2 \log_2 x - \sqrt{\log_2 x - 1}$ 的定义域为 $[a, b]$, 值域是 $\left[\frac{15}{8}, 3\right]$, 则 $a + b$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 17 题 10 分, 其余每小题 12 分共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 集合 $A = \left\{x \mid \frac{x+1}{2x-1} \geq 1\right\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2ax + a^2 - 4 < 0\}$.

(1) 若 $C = \{3, 4, a^2 + 2a - 3\}$, $0 \in (B \cap C)$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围

18.

(1) 已知角 α 终边上一点 $P(-4,3)$, 求 $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\sin\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)}{\tan(-\pi+\alpha)}$ 的值;

(2) 已知关于 x 的方程 $2x^2 - bx + \frac{1}{4} = 0$ 的两根为 $\sin \theta$ 和 $\cos \theta$, $\theta \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$. 求实数 b 以及 $\sin \theta - \cos \theta$ 的值.

19. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \cos x \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x$.

(1) 求 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间;

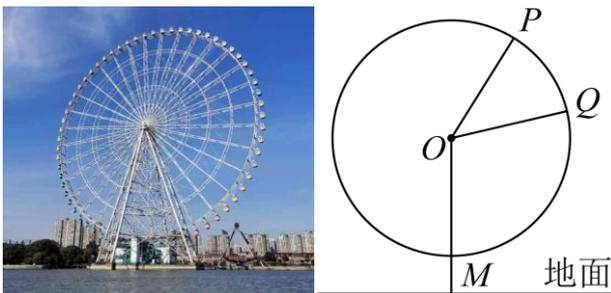
(2) 求函数 $g(x) = f(x) - \frac{\sqrt{6}}{2}$ 在 $[-2\pi, 2\pi]$ 上的所有零点之和.

20. 已知函数 $f(x) = a + \frac{2^x}{2^x + 1}$ 为奇函数.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 若方程 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x - m$ 在区间 $[2, 4]$ 上无解, 求实数 m 的取值范围.

21. 耸立在无锡市蠡湖北岸的“太湖之星”水上摩天巨轮被誉为“亚洲最高和世界最美”. 如图, 摩天轮的半径为 50m, 点 O 距地面的高度为 65m, 摩天轮的圆周上均匀地安装着 64 个座舱, 并且运行时按逆时针匀速旋转, 转一周大约需要 18min. 甲、乙两游客分别坐在 P, Q 两个座舱里, 且他们之间间隔 7 个座舱 (本题中将座舱视为圆周上的点).



(1) 求劣弧 PQ 的弧长 l (单位:m);

(2) 设游客丙从最低点 M 处进舱, 开始转动 t min 后距离地面的高度为 H m, 求在转动一周的过程中, H 关于时间 t 的函数解析式;

(3) 若游客在距离地面至少 90m 的高度能够获得最佳视觉效果, 请问摩天轮转动一周能有多长时间使甲、乙两位游客都有最佳视觉效果.

22. 已知函数 $f(x) = \ln(e^{2x} + 1) + ax$.

(1) 若 $a = -1$, 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 若 $m \in (-1, +\infty)$ 且 $a > 0$, 讨论函数 $g(x) = f(x^2 - 2x + m) - f(|m|x - 1)$ 在 $(-2, 4)$ 上的零点个数.

