2020−2021学年度太湖高中第一学期期中考试高二数学试卷

一.单项选择题(本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 已知$\{a_n\}$是等比数列，$a_2=2$，$a_5=\dfrac{1}{4}$，则公比$q=$（　　）

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. −2　　C. 2　　D. $\dfrac{1}{2}$

2. 若命题$p:\exists x\le 0$，$x^2+2x-1<0$，则$\neg p$为（　　）

A $\forall x\le 0$，$x^2+2x-1\geqslant 0$　　B. $\forall x>0$，$x^2+2x-1\geqslant 0$

C. $\exists x\le 0$，$x^2+2x-1\geqslant 0$　　D. $\forall x>0$，$x^2+2x-1<0$

3. 若椭圆$5x^2+ky^2=5$的一个焦点是(0，2)，则实数k=（　　）

A. $5\sqrt{5}$　　B. 1　　C. $\sqrt{5}$　　D. 25

4. 已知函数$y=x-4+\dfrac{9}{x+1}(x>-1)$，当$x=a$时，$y$取得最小值$b$，则$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$等于（　　）

A. −3　　B. 2　　C. 3　　D. 8

5. 不等式$ax^2+bx+2>0$的解集为$\{x|-1<x<2\}$，则不等式$2x^2+bx+a>0$的解集为（　　）

A. $\left\{x\middle|x<-1\text{或}x>\dfrac{1}{2}\right\}$　　B. $\left\{x\middle|-1<x<\dfrac{1}{2}\right\}$

C. $\{x|-2<x<1\}$　　D. $\{x|x<-2\text{或}x>1\}$

6. 中国古代数学名著《九章算术》中有如下问题.今有牛、马、羊食人苗，苗主责之粟五斗，羊主曰：“我羊食半马.”马主曰：“我马食半牛.”今欲衰偿之，问各出几何？此问题　译文如下：今有牛、马、羊吃了别人的禾苗，禾苗主人要求赔偿5斗粟.羊主人说：“我的羊所吃的禾苗只有马的一半.”马主人说：“我的马所吃的禾苗只有牛的一半.”打算按此比例偿还，他们各应偿还多少？该问题中，1斗为10升，则马主人应偿还的粟(单位：升)为（　　）

A. $\dfrac{25}{3}$　　B. $\dfrac{50}{3}$

C. $\dfrac{50}{7}$　　D. $\dfrac{100}{7}$

7. 关于x的不等式$x^2-(a+1)x+a<0$的解集中至多包含两个整数，则实数a的取值范围是（　　）

A. $-3<a<5$　　B. $-2<a<4$　　C. $-3\le a\le 5$　　D. $-2\le a\le 4$

8. 设数列$\{a_n\}$满足$a_1=2,a_2=6,$且$a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=2$，若$[x]$表示不超过x的最大整数，则

$\left[\frac{1024}{a_1}+\frac{1024}{a_2}+\cdots+\frac{1024}{a_{1024}}\right]=$（　　）

A. 1022　　B. 1023　　C. 1024　　D. 1025

二.多项选择题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分)

9. 记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和.已知$S_4=0,\ \ a_5=5$，则（　　）

A. $a_n=2n-5$　　B. $a_n=3n-10$　　C. $S_n=2n^2-8n$　　D. $S_n=n^2-4n$

10. 已知命题$p:\exists x\in R,x^2+ax+1>0$，则命题$p$成立的一个充分不必要条件可以是下列选项中的（　　）

A. $a\in[-1,1]$　　B. $a\in(-2,2)$　　C. $a\in[-2,2]$　　D. $a\in\{\frac{1}{2}\}$

11. 下列不等式中恒成立的是（　　）

A $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$（其中$b<a<0$）

B. $ac^2>bc^2$其中$a>b>0$）

C. $\frac{c}{a+b}<\frac{c}{ab}$(其中$b<a<0<c$）

D. $\frac{a+m}{b+m}<\frac{a}{b}$(其中 c，$a,b,m>0$，且$a<b$）

12. 已知数列$\{a_n\}$是等比数列，则下列结论中正确的是（　　）

A. 数列$\{a_n^2\}$是等比数列

B. 若$a_4=3,\ \ a_{12}=27$, 则$a_8=\pm9$

C. 若$a_1<a_2<a_3$,则数列$\{a_n\}$是递增数列

D. 若数列$\{a_n\}$的前 n 和$S_n=3^{n-1}+r$, 则 $r=-1$

三.填空题(共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.请把答案直接填写在答题卡相应位置.上)

13. 不等式$\frac{2x-1}{x+1}>3$的解集为____________

14. 一段长为$36m$的篱笆围成一个矩形菜园，这个矩形菜园的最大面积为______.

15. 已知数列$\left\{a_n\right\}$是各项均为正数的等差数列，$a_5=3$，则$\frac{4}{a_7}+\frac{1}{a_3}$的最小值为______.

16. 已知数列$\left\{a_n\right\}$中，$a_1=\frac{1}{3}$，其前n项和S_n满足$S_n^2-a_nS_n+a_n=0\left(n\geq2\text{ 且 }n\in N^*\right)$，则$a_2=$______；

$S_{2020}=$　　______.

四.解答题(本题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 已知命题 p :存在 $x\in\mathbf{R}$，使得 $3x^2-6x+a^2+2a\le 0$ 成立；命题 q :实数 a 满足的方程 $\dfrac{x^2}{2-a}+\dfrac{y^2}{3a}=1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆.

（1）若命题 p 为真命题，求实数 a 的取值范围；

（2）若命题 p 和命题 q 都是真命题，求实数 a 的取值范围.

18. 已知各项均为正数的等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，$a_1+a_2+a_3=15$，且 a_1+2，a_2+5，a_3+13 构成等比数列 $\left\{b_n\right\}$ 的前三项.

（1）求数列 $\left\{a_n\right\}$，$\left\{b_n\right\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\left\{a_nb_n\right\}$ 的前 n 项和 T_n.

19. 设函数 $f(x)=mx^2-\left(2m-1\right)x-1$

（1）若 $m<0$ 时，求不等式 $f(x)>1$ 的解集；

（2）若对于任意 $x\in[1，3]$，$f(x)$ 的图象恒在直线 $g(x)=3x-4m-1$ 的上方，求实数 m 的取值范围.

20. 已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，常数 $\lambda>0$，且 $\lambda a_1a_n=S_1+S_n$ 对一切正整数 n 都成立.

（1）求数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（2）设 $a_1>0$，$\lambda=100$，当 n 为何值时，数列 $\left\{\lg\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和最大？

21. 某花卉园艺公司共有 1000 平方米花卉种植区，平均每平方米花卉每年可创造利润 1 千元，为开拓市场、增强竞争力，觉得在原有种植区规划处 x 平方米种植引进的花卉品种，同时改进原有花卉的种植技术，若新品种花卉每平方米每年可创造的利润为 $(a-\dfrac{3x}{400})$ 千元（$a>0$），引进新品种后剩余花卉每平方米每年可创造的利润可以提高 $0.25x\%$.

（1）若要保证引进新品种后剩余区域花卉创造的年总利润不低于原来 1000 平方米花卉创造的年总利润，则最多能规划出多少平方米种植新引进的花卉品种?

（2）若在保证引进新品种后剩余区域花卉创造的年总利润不低于原来 1000 平方米花卉创造的年总利润的条件下，要求新品种花卉创造的年总利润始终不高于剩余花卉区域创造的年总利润，则 a 的取值范围是多少?

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=a,\ \ a_2=2,\ \ S_n$ 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若对任意的正整数 n 都有 $S_n=\dfrac{n(a_n-a_1)}{2}$.

（1）求 a 的值；

（2）试确定数列 $\{a_n\}$ 是不是等差数列；若是，求出其通项公式，若不是，说明理由；

（3）记 $p_n=\frac{S_{n+2}}{S_{n+1}}+\frac{S_{n+1}}{S_{n+2}}$，求数列$\{p_n\}$的前 n 项和T_n.

（4）记$C_n=T_n-2n$是否存在正整数 M，使得不等式$C_n\le M$恒成立，若存在，求出 M 最小值，若不存在，说明理由.