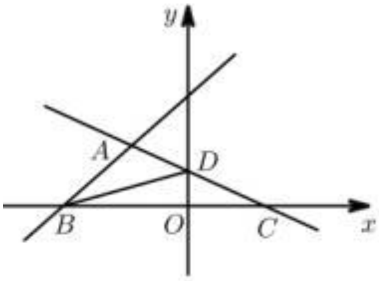
专练 09 一次函数大题（15 题）

1．(2020·深圳市福田区莲花中学八年级期末）如图，已知直线 $AB: y = x + 4$ 与直线 AC 交于点 A，与 x 轴交于点 B，且直线 AC 过点 $C(2,0)$ 和点 $D(0,1)$，连接 BD.

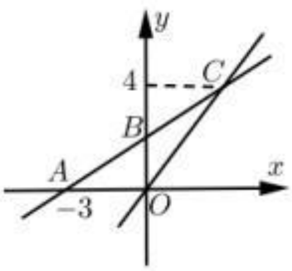


（1）求直线 AC 的解析式.

（2）求交点 A 的坐标，并求出 ΔABD 的面积.

（3）在 x 轴上是否存在一点 P，使得 ΔAPD 周长最小？若存在， 求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

2．(2020·深圳市福田区莲花中学八年级期末）如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = k_1x + b$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-3,0)$，与 y 轴交于点 B，且与正比例函数 $y = k_2x$ 的图象交点为 $C(3,4)$.

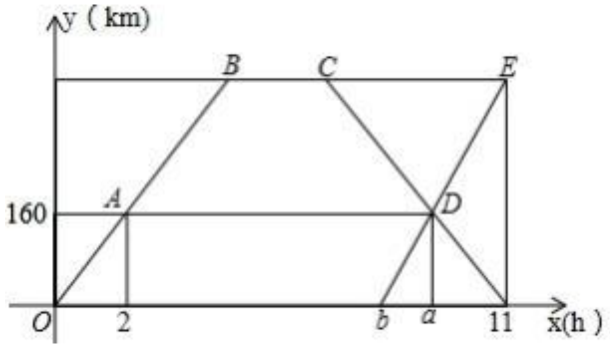


（1）求正比例函数与一次函数的关系式.

（2）若点 D 在第二象限， ‘DAB 是以 AB 为直角边的等腰直角三角形， 请求出点 D 的坐标.

（3）在 y 轴上是否存在一点 P 使 ΔPOC 为等腰三角形，若存在， 求出所有符合条件的点 P 的坐标.

3．(2020·江苏鼓楼区·八年级期末） 一辆货车从甲地匀速驶往乙地，到达乙地停留一段时间后，沿原路以原速返回甲地．货车出发一段时间后， 一辆轿车以120km/h 的速度从甲地匀速驶往乙地．货车出发 a h 时，两车在距离甲地160km 处相遇，货车回到甲地的同时轿车也到达乙地．货车离甲地的距离 $y_1\left(\mathrm{km}\right)$ 、轿车离甲地的距离 $y_2\left(\mathrm{km}\right)$ 分别与货车所用时间 $x\left(\mathrm{h}\right)$ 之间的函数图像如图所示.



（1）货车的速度是______ km/h ，a 的值是______，甲、乙两地相距______ km；

（2）图中 D 点表示的实际意义是： ______.

（3）求 y_2 与 x 的函数表达式，并求出 b 的值；

（4）直接写出货车在乙地停留的时间 .

4．(2020·江苏鼓楼区·八年级期末）“双十一”活动期间，某淘宝店欲将一批水果从A市运往B市，有火车和汽车两种运输方式，火车和汽车途中的平均速度分别为 100 千米/时和 80 米/时．其它主要参考数据如下：

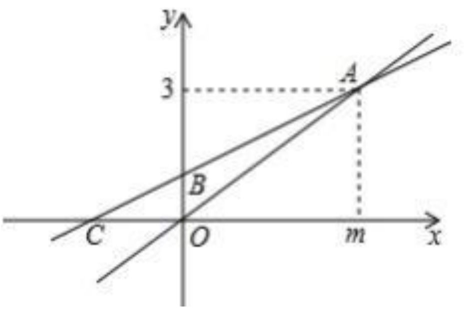
运输工具	途中平均损耗费用 (元/时)	途中综合费用 (元/千米)	装卸费用 (元)
火车	200	15	2000
汽车	200	20	900

(1)①若A市与B市之间的距离为 800 千米，则火车运输的总费用是______元；汽车运输的总费用是_______元；

②若A市与B市之间的距离为x千米，请直接写出火车运输的总费用y_1(元)、汽车运输的总费用y_2(元)分别与x(千米)之间的函数表达式．(总费用＝途中损耗总费用＋途中综合总费用＋装卸费用)

(2)如果选择火车运输方式合算，那么x的取值范围是多少？

5．(2020·江苏鼓楼区·八年级期末）如图， 一次函数$y_1 = kx + b$ 的图像与y 轴交于点$B(0,1)$，与 x 轴交于点 C，且与正比函数 $y_2 = \frac{3}{4}x$ 的图像交于点 $A(m,3)$，结合图回答下列问题：



(1)求m 的值和一次函数y_1 的表达式.

(2)求$\triangle BOC$ 的面积；

(3)当x 为何值时， $y_1 \cdot y_2 < 0$？请直接写出答案.

6．(2020·吉林临江市·八年级期末）为防夏季旱灾，甲地急需抗旱用水 15 万吨，乙地 13 万吨．现由 A、B 两水库各调出 14 万吨水支援甲、乙两地抗旱．从 A 地到甲地 50 千米， 到乙地 30 千米；从 B 地到甲地 60 千米， 到乙地 45 千米（每次调水量为整数万吨）．解答下列问题：

	甲	乙	总计
A	x		14
B			14
总计	15	13	28

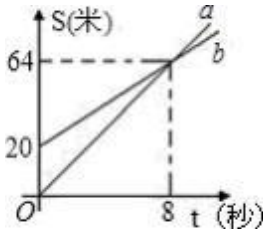
（1）设从 A 水库调往甲地的水量为 x 万吨，完成下表：

（2）求调运总量y 与 x 之间的函数关系式，写出自变量取值范围.

（调运量＝调运水的重量×调运的距离，单位：万吨•千米）

（3）若使水的调运总量最小，应采取怎样的调运方案？

7．(2020·吉林临江市·八年级期末）甲乙两人进行百米赛跑，甲比乙跑的快，如果两人同时跑，甲肯定赢，现在甲让乙先跑若干米， 图中的射线 a，b 分别表示两人跑的路程与甲追赶时间的关系，根据图象提供的信息，解答问题：

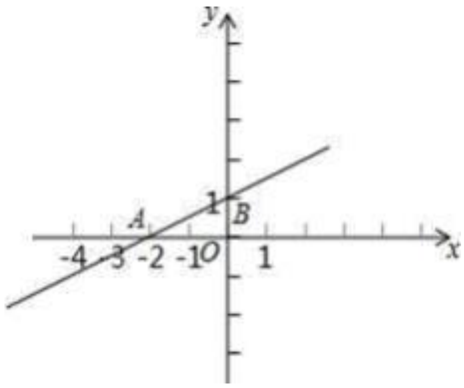


（1）甲让乙先跑了米；

（2）图中两条射线 a、b 的交点表示的实际意义是什么？

（3）分别求出表示甲、乙的路程与时间的函数关系式；

8．(2020·内蒙古四子王旗·八年级期末）如图， 已知直线 l：$y=\frac{1}{2}x+1$（$k\neq0$）的图象与 x 轴、y 轴交于 A、B 两点.



（1）直接写出 A、B 两点的坐标____；

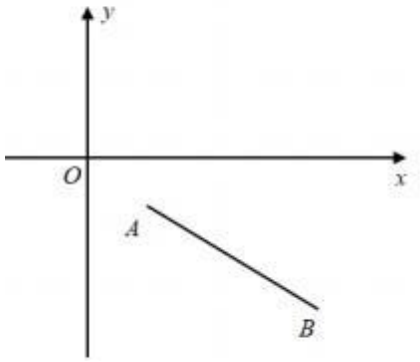
（2）若 P 是 x 轴上的一个动点，求出当$\triangle PAB$ 是等腰三角形时 P 的坐标.

9．(2019·广东罗湖区·八年级期末）要在某河道建一座水泵站 P，分别向河的同一侧甲村 A 和乙村 B 送水，经实地勘查后，工程人员设计图纸时，以河道上的大桥 O 为坐标原点，以河道所在的直线为 x 轴建立直角坐标系（如图），两村的坐标分别为 A（1，−2），B（9，−6）．

（1）若要求水泵站 P 距离 A 村最近， 则 P 的坐标为____________；

（2）若从节约经费考虑， 水泵站 P 建在距离大桥 O 多远的地方可使所用输水管最短？

（3）若水泵站 P 建在距离大桥 O 多远的地方，可使它到甲乙两村的距离相等？



10．(2020·云南迪庆藏族自治州·八年级期末） 某工厂每天生产 A，B 两种产品共 600 件供应市场，每种产品每件的成本和售价如表所示， 设每天售出 A 种产品 x 件，每天共获利 y 元.

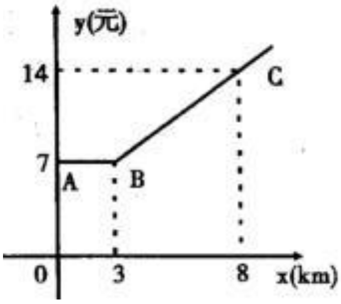
	A	B
成本（元）	50	35
售价（元）	70	50

（1）请求出 y 关于 x 的函数关系式；

（2）如果该工厂每天至少投入成本 25005 元， 且售出的 B 种产品的件数不少于全天销售总量的 55%，那么共有哪几种销售方案？

（3）在（2）的条件下，求出每天至少获利多少元？

11．(2020·云南迪庆藏族自治州·八年级期末）如图，折线ABC是在某县乘出租车所付车费y （元）与行车里程x（km）之间的函数关系图象.

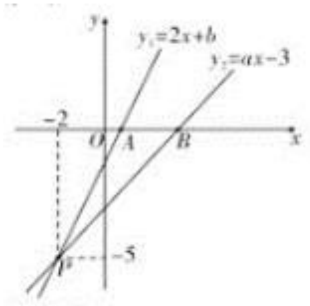


（1）某人乘坐 2km，应付多少钱？

（2）求出当$x\geq 3$时该图象的函数关系式；

（3）某人乘坐 10km，应付多少钱？

12．(2018·山西八年级期末）如图，已知函数$y_1=2x+b$和$y_2=ax-3$的图象交于点$P(-2,-5)$，这两个函数的图象与x轴分别交于点A、B.



(1)分别求出这两个函数的解析式；

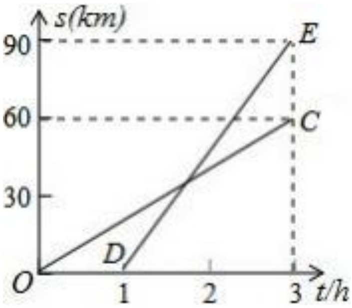
(2)求ΔABP的面积；

(3)根据图象直接写出$y_1<y_2$时，x的取值范围.

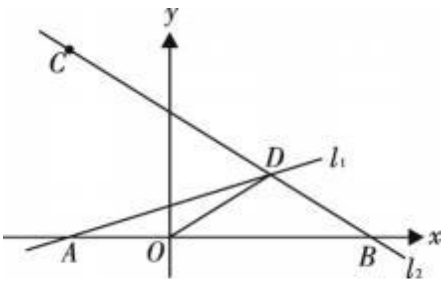
13．(2020·上海浦东新区·八年级期末）已知甲、乙两地相距 90km，*A*，*B* 两人沿同一公路从甲地出发到乙地，*A* 骑摩托车，*B* 骑电动车，图中 *DE*，*OC* 分别表示 *A*，*B* 离开甲地的路程 *s*（km）与时间 *t*（*h*）的函数关系的图象，根据图象解答下列问题.

（1）*A* 比 *B* 后出发几个小时？*B* 的速度是多少？

（2）在 *B* 出发后几小时，两人相遇？



14．(2019·山西八年级期末）综合与探究如图，直线l_1的解析式为$y=\frac{1}{3}x+1$，且l_1与x轴交于点A，直线l_2经过点$B(6,0)$和点$C(-3,6)$，直线l_1，l_2交于点D，连接OD.



（1）求直线l_2的解析式；

（2）求证：ΔODB是等腰三角形；

（3）求ΔABD的面积；

（4）探究在直线l_2上是否存在异于点D的另一点P，使得ΔABP与ΔABD的面积相等，若存在，请直接写出点P的坐标；若不存在，说明理由.

15．(2018·全国八年级期末）某公司专销产品A，第一批产品A上市40天内全部售完．该公司对第一批产品A上市后的市场销售情况进行了跟踪调查，调查结果如图所示，其中图1中的折线表示的是市场日销售量与上市时间的关系； 图2中的折线表示的是每件产品A的销售利润与上市时间的关系.

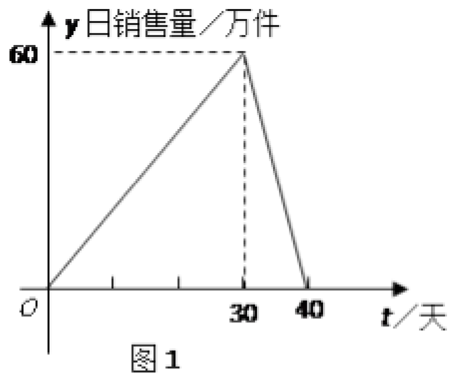


图1

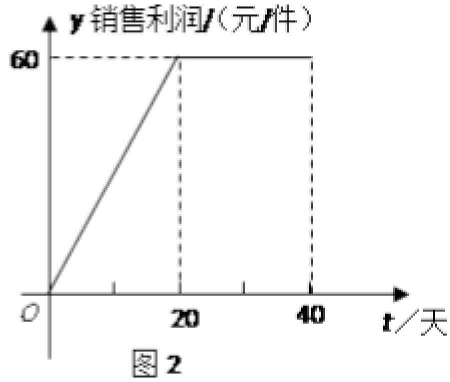


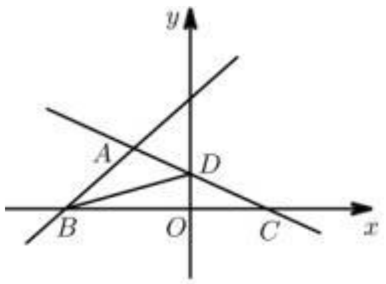
图2

（1）试写出第一批产品A的市场日销售量A与上市时间的关系式;

（2）第一批产品A上市后，哪一天这家公司市场日销售利润最大？最大利润是多少万元？（说明理由）

专练 09 一次函数大题（15 题）参考答案

1．(2020·深圳市福田区莲花中学八年级期末）如图，已知直线 $AB: y = x + 4$ 与直线 AC 交于点 A，与 x 轴交于点 B，且直线 AC 过点 $C(2, 0)$ 和点 $D(0, 1)$，连接 BD.



（1）求直线 AC 的解析式.

（2）求交点 A 的坐标，并求出 ΔABD 的面积.

（3）在 x 轴上是否存在一点 P，使得 ΔAPD 周长最小？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

【答案】（1）$y = -\frac{1}{2}x + 1$；（2）$A(-2, 2)$，$S_{\Delta ABD} = 3$；（3）存在点 P 使 ΔAPD 周长最小 $P\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$.

（1）设直线 AC 解析式 $y = kx + b$，

把 $C(2, 0)$，$D(0, 1)$ 代入 $y = kx + b$ 中，

得 $\begin{cases} 2k + b = 0 \\ b = 1 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$，

:直线 AC 解析式 $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

（2）联立 $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 1 \\ y = x + 4 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$.

:$A(-2, 2)$，把 $y = 0$ 代入 $y = x + 4$ 中，

得 $x = -4$，:$B(-4, 0)$，

: $C(2, 0)$，:$BC = 6$，

:$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot y_A = \frac{1}{2}$根 6 根 2 = 6，

$S_{\Delta DBC} = \frac{1}{2}BC \cdot y_D = \frac{1}{2}$根 6 根 1 = 3，

$\therefore S_{\Delta ABD} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta DBC} = 6 - 3 = 3$.

故答案为： $A(-2,2)$，$S_{\Delta ABD} = 3$.

（3）作 D、E 关于 x 轴对称， $\therefore PD = PE$，

$\therefore \Delta APD$ 周长 $= AP + PD + AD$，

$\because AD$ 是定值， $\therefore AP + PD$ 最小时， ΔAPD 周长最小，

$\because AP + PD = AP + PE \geq AE$，

$\therefore A$、P、B 共线时， $AP + PE$ 最小，即 $AP + PD$ 最小，

连接 AE 交 x 轴于点 P，点 P 即所求，

$\because D(0,1)$，D、E 关于 x 轴对称， $\therefore E(0,-1)$，

设直线 AE 解析式 $y = mx + n$，

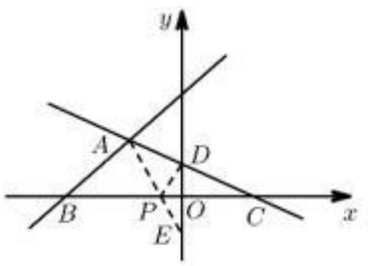
把 $A(-2,2)$，$E(0,-1)$ 代入 $y = mx + n$ 中，

$\begin{cases} -2m + n = 2 \\ n = -1 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} m = -\dfrac{3}{2} \\ n = -1 \end{cases}$，

$\therefore y = -\dfrac{3}{2}x - 1$，

令 $y = 0$ 得 $-\dfrac{3}{2}x - 1 = 0$，$x = -\dfrac{2}{3}$，

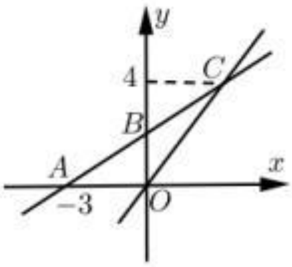
$\therefore P\left(-\dfrac{2}{3},0\right)$，即存在点 P 使 ΔAPD 周长最小 $P\left(-\dfrac{2}{3},0\right)$.



【点睛】

本题考查一次函数、二元一次方程组、轴对称最短路径问题、与 x 轴交点等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键.

2．（2020·深圳市福田区莲花中学八年级期末）如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = k_1x + b$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-3,0)$，与 y 轴交于点 B，且与正比例函数 $y = k_2x$ 的图象交点为 $C(3,4)$.



（1）求正比例函数与一次函数的关系式.

（2）若点 D 在第二象限，ΔDAB 是以 AB 为直角边的等腰直角三角形，请求出点 D 的坐标.

（3）在 y 轴上是否存在一点 P 使 ΔPOC 为等腰三角形，若存在，求出所有符合条件的点 P 的坐标.

【答案】（1）$y=\frac{4}{3}x$，$y=\frac{2}{3}x+2$；（2）点 D 的坐标为 $(-5,3)$ 或 $(-2,5)$；（3）$P(5,0)$ 或 $(-5,0)$ 或 $(6,0)$ 或 $P\left(\frac{17}{3},0\right)$.

解：（1）∵ 正比例函数 $y=kx$ 的图象经过点 $C(3,4)$，

∴ $4=3k$，∴ $k=\frac{4}{3}$，

∴ 正比例函数解析式为 $y=\frac{4}{3}x$，

∵ 一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象经过 $A(-3,0)$，$C(3,4)$，

∴ $\begin{cases}-3k+b=0\\3k+b=4\end{cases}$，∴ $\begin{cases}k=\frac{2}{3}\\b=2\end{cases}$，

∴ 一次函数为 $y=\frac{2}{3}x+2$.

（2）①当 $DA\perp AB$ 时，如图 1，

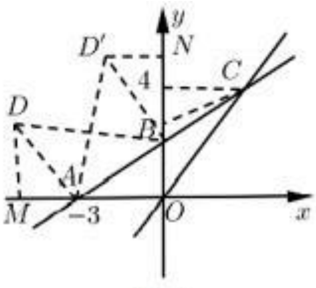


图 1

作 $DM\perp x$ 轴垂足为 M，

∴ $\angle DAM+\angle BAO=90^\circ$，∵ $\angle BAO+\angle ABO=90^\circ$，

∴ $\angle DAM=\angle ABO$，在 $\triangle DAM$ 与 ΔABO 中：

$\begin{cases} \angle DAM = \angle ABO \\ \angle DMA = \angle AOB \\ DA = AB \end{cases}$，∴$\triangle DAM \cong \triangle ABO$ (AAS)，

∴$DM = AO = 3$， $AM = BO = 2$，

∴$D(-5, 3)$.

②当$D_1B \perp AB$ 时，作$D_1N \perp y$ 轴垂足为 N，

同理得 $\triangle D_1BN \cong \triangle BAO$，

∴$D_1N = BO = 2$， $BN = AO = 3$，

∴$D_1(-2, 5)$， ∴D 点坐标为$(-5, 3)$ 或$(-2, 5)$.

（3）设点$P(m, 0)$，

∵ $C(3, 4)$，

∴$OP = |m|$， $OC = 5$， $CP = \sqrt{(m-3)^2 + 16}$，

当 $OP = OC$ 时， $|m| = OC = 5$，

∴$m = \pm 5$，

∴$P(5, 0)$ 或$(-5, 0)$，

当 $CP = CO$ 时， $OC = 5 = \sqrt{(m-3)^2 + 16}$，

∴$m = 6$ 或$m = 0$ （舍），

∴$P(6, 0)$，

当$PC = PO$ 时， $|m| = \sqrt{(m-3)^2 + 16}$，

∴$m = \frac{17}{3}$，

∴$P\left(\frac{17}{3}, 0\right)$，

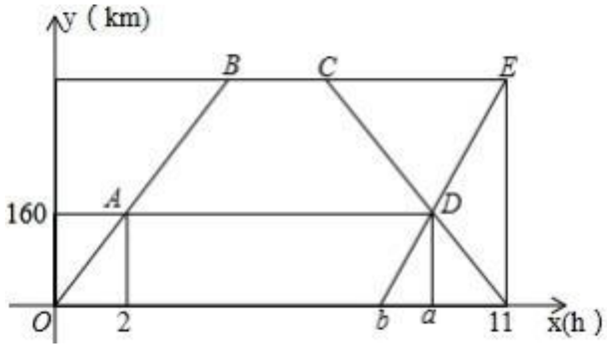
即： $P(5, 0)$ 或$(-5, 0)$ 或$(6, 0)$ 或$P\left(\frac{17}{3}, 0\right)$.

【点睛】

此题是一次函数综合题，主要考查待定系数法求一次函数、全等三角形的判定和性质、勾股定理等知识，学会分类讨论的数学思想是正确解题的关键.

3．（2020·江苏鼓楼区·八年级期末）一辆货车从甲地匀速驶往乙地，到达乙地停留一段时间后，沿原路以

原速返回甲地．货车出发一段时间后，一辆轿车以120km/h 的速度从甲地匀速驶往乙地．货车出发 a h 时，两车在距离甲地160km 处相遇，货车回到甲地的同时轿车也到达乙地．货车离甲地的距离 y_1（km）、轿车离甲地的距离y_2（km）分别与货车所用时间x（h）之间的函数图像如图所示.



（1）货车的速度是______km/h ，a 的值是______，甲、乙两地相距______km；

（2）图中D 点表示的实际意义是：______.

（3）求y_2 与x 的函数表达式，并求出b 的值；

（4）直接写出货车在乙地停留的时间.

【答案】（1） 80；9；400 ；（2）货车出发 9h 后，轿车与货车在距甲地160km 处相遇；（3）$y_2=120x-920$，$b=\frac{23}{3}$；（4）货车在乙地停留 1h .

（1）货车的速度为： 160÷2＝80（km/h），

a＝11－2＝9，

甲乙两地相距： 160＋120×（160÷80）＝160＋120×2＝160＋240＝400（km），

故答案为： 80，9，400；

（2）图中点 D 表示的实际意义是： 货车出发 9 小时时， 与轿车在距离甲地 160km 处相遇，

故答案为： 货车出发 9 小时时， 与轿车在距离甲地 160km 处相遇；

（3）设y_2 与 x 的函数关系式为y_2＝kx＋c，

∴ $\begin{cases}9k+c=160\\11k+c=400\end{cases}$，得 $\begin{cases}k=120\\c=-920\end{cases}$，

即y_2 与 x 的函数关系式为y_2＝120x－920，

当$y_2=0$时， $x=\frac{23}{3}$

∴$b=\frac{23}{3}$；

（4）货车在乙地停留的时间是： $11-\frac{400\text{根}2}{80}=11-10=1$（$h$），

答： 货车在乙地停留的时间是 1h.

【点睛】

本题考查了从函数图象中获取信息，一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质和数形结合的思想解答.

4．(2020·江苏鼓楼区·八年级期末）“双十一”活动期间，某淘宝店欲将一批水果从 A 市运往B 市，有火车和汽车两种运输方式，火车和汽车途中的平均速度分别为 100 千米/时和 80 米/时．其它主要参考数据如下：

运输工具	途中平均损耗费用 (元/时)	途中综合费用 (元/千米)	装卸费用 (元)
火车	200	15	2000
汽车	200	20	900

(1)①若 A 市与B 市之间的距离为 800 千米，则火车运输的总费用是______元；汽车运输的总费用是_______元；

②若 A 市与B 市之间的距离为x 千米，请直接写出火车运输的总费用 y_1 (元)、汽车运输的总费用y_2 (元)分别与x (千米)之间的函数表达式．(总费用＝途中损耗总费用＋途中综合总费用＋装卸费用)

(2)如果选择火车运输方式合算，那么x 的取值范围是多少？

【答案】（1）①15600，18900；②$y_1=17x+2000$，$y_2=22.5x+900$；（2）$x>200$ 时，选择火车运输方式合算.

（1）①由题意可得，

火车运输的总费用是： 200×（800÷100）＋800×15＋2000＝15600（元），

汽车运输的总费用是： 200×（800÷80）＋800×20＋900＝18900（元），

故答案为： 15600，18900；

②由题意可得，

火车运输的总费用y_1（元） 与 x （千米）之间的函数表达式是：

y_1＝200（x÷100）＋15x＋2000＝17x＋2000，

汽车运输的总费用y_2（元） 与 x （千米）之间的函数表达式是：

y_2＝200（x÷80）＋20x＋900＝22.5x＋900；

（2）令 17x＋2000＜22.5x＋900，

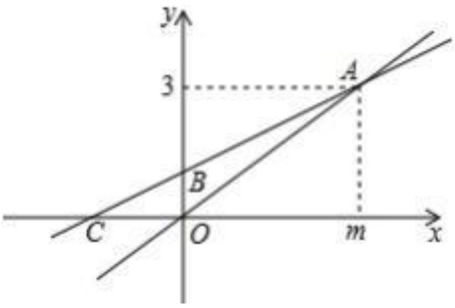
解得， $x>200$．

答：如果选择火车运输方式合算， 那么 x 的取值范围是 $x>200$．

【点睛】

本题考查了一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，列出相应的函数关系式，利用一次函数的性质解答．

5．(2020·江苏鼓楼区·八年级期末）如图，一次函数$y_1 = kx + b$ 的图像与y 轴交于点$B(0,1)$，与x 轴交于点 C，且与正比函数$y_2 = \frac{3}{4}x$ 的图像交于点 $A(m,3)$，结合图回答下列问题：



(1)求m 的值和一次函数 y_1 的表达式.

(2)求‘BOC 的面积；

(3)当x 为何值时，$y_1 . y_2 < 0$？请直接写出答案.

【答案】(1) $m = 4$，$y_1 = \frac{1}{2}x + 1$； (2) $S_{BOC} = 1$；(3) $-2 < x < 0$．

（1）∵一次函数$y_1 = kx+b$ 的图象与正比例函数$y_2 = \frac{3}{4}x$ 的图象交于点 A（m，3），

∴ $3 = \frac{3}{4}m$，

∴m =4,

∴A（4，3）；

把 A（4，3），B（0，1）代入 $y_1 = kx + b$ 得，

$\begin{cases} 3 = 4k + b \\ 1 = b \end{cases}$，解得 $\begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$，

∴一次函数y_1 的表达式为$y_1 = \frac{1}{2}x + 1$；

（2）当 $y_1 = 0$ 时， $x = -2$，

∴C（-2，0），

$\therefore OC=2$，

$\because B$（0，1），

$\therefore OB=1$，

$\therefore$△BOC 的面积$S_{\Delta BOC}=\frac{1}{2}OB.OC=1$；

（3）由图象知，当－2＜x＜0 时，则y_1 、y_2 异号，

$\therefore$当－2＜x＜0 时，$y_1.y_2<0$．

【点睛】

本题考查了两条直线相交或平行问题，待定系数法求函数的解析式，三角形面积的计算，正确的识别图象是解题的关键.

6．（2020·吉林临江市·八年级期末）为防夏季旱灾，甲地急需抗旱用水 15 万吨，乙地 13 万吨．现由 A、B 两水库各调出 14 万吨水支援甲、乙两地抗旱．从 A 地到甲地 50 千米，到乙地 30 千米；从 B 地到甲地 60 千米，到乙地 45 千米（每次调水量为整数万吨）．解答下列问题：

调入地 水量万/吨 调出地	甲	乙	总计
A	x		14
B			14
总计	15	13	28

（1）设从 A 水库调往甲地的水量为 x 万吨，完成下表：

（2）求调运总量y 与 x 之间的函数关系式，写出自变量取值范围.

（调运量＝调运水的重量×调运的距离，单位：万吨.千米）

（3）若使水的调运总量最小，应采取怎样的调运方案？

【答案】（1）A 到乙（14－x）万吨，　B 到甲（15－x）万吨，　B 到乙（x－1）万吨（2）y＝5x＋1275.（1≤x≤14）；（3）调运方案：　由 A 到甲 1 万吨，　到乙 13 万吨；　由 B 到甲 14 万吨.

（1）A 到乙（14－x）万吨，　B 到甲（15－x）万吨，　B 到乙（x－1）万吨.－

（2）y＝50x＋30（14－x）＋60（15－x）＋45（x－1），

即y＝5x＋1275.（1≤x≤14）

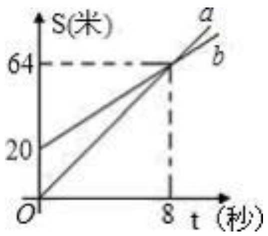
（3）∵y 随 x 的增大而增大.　∴当 x＝1 时，y 有最小值.

调运方案：　由 A 到甲 1 万吨，　到乙 13 万吨；　由 B 到甲 14 万吨.

【点睛】

本题主要考查一次函数的实际应用，根据题目所陈述意思列出相关函数关系式，并根据函数性质选择合适的方案是解题的关键

7．(2020·吉林临江市·八年级期末）甲乙两人进行百米赛跑，甲比乙跑的快，如果两人同时跑，甲肯定赢，现在甲让乙先跑若干米，图中的射线 a，b 分别表示两人跑的路程与甲追赶时间的关系，根据图象提供的信息，解答问题：



（1）甲让乙先跑了米；

（2）图中两条射线 a、b 的交点表示的实际意义是什么？

（3）分别求出表示甲、乙的路程与时间的函数关系式；

【答案】（1）20；（2）甲用时 8 秒追上乙，　距离出发点 64 米；（3）$S_{甲}=8t$；$S_{乙}=5.5t+20$.

解：（1）由图象可得，　**射线 a 是甲的函数图像，射线 b 是乙的图像，甲让 乙先跑了 20 米，**

故答案为：　20；

（2）图中两条射线 a、b 的交点表示的实际意义是：　甲用时 8 秒追上乙，　距离出发点 64 米；

（3）设甲跑的路程与时间之间的关系式为 $S_{甲}=kt$，

把（8，64）代入 $S_{甲}=kt$，得：　$k=8$，

所以，　$S_{甲}=8t$；

设乙跑的路程与时间之间的关系式为 $S_{乙}=mt+n$，

把（8，64），(0，20）代入 $S_{乙}=mt+n$，得：

$\begin{cases}8m+n=64\\n=20\end{cases}$，解得，　$\begin{cases}m=5.5\\n=20\end{cases}$

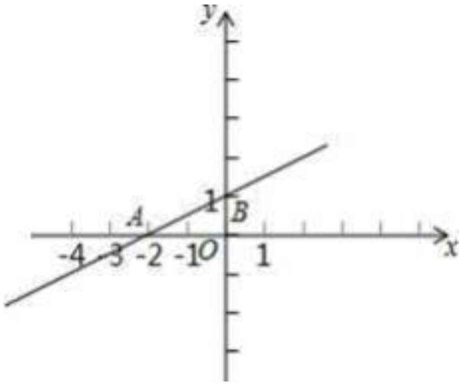
所以，　$S_{乙}=5.5t+20$.

【点睛】

本题考查了运用待定系数法求一次函数的解析式的运用，行程问题的数量关系：路程＝速度×时间的运用，解答时求出函数的解析式是关键.

8．(2020·内蒙古四子王旗·八年级期末）如图，已知直线 l：$y=\frac{1}{2}x+1$（$k\neq0$）的图象与 x 轴、y 轴交于

A、B 两点.



（1）直接写出 A、B 两点的坐标____；

（2）若 P 是 x 轴上的一个动点，求出当△PAB 是等腰三角形时 P 的坐标.

【答案】（1） $A(-2,0)$，$B(0,1)$；（2） $(2,0)$ 或 $(-2-\sqrt{5},0)$ 或 $(\sqrt{5}-2,0)$ 或 $\left(-\frac{3}{4},0\right)$

解：（1）令 $y=0$，则 $\frac{1}{2}x+1=0$，解得 $x=-2$，

$\therefore A(-2,0)$，

令 $x=0$，则 $y=1$，

$\therefore B(0,1)$，

故答案是： $A(-2,0)$，$B(0,1)$；

（2）①当 $AB=PB$ 时，

$\because OB\perp x$ 轴，

$\therefore O$ 是 AP 的中点，

$\therefore P(2,0)$；

②当 $AB=AP$ 时，

$\because AO=2$，$BO=1$，

$\therefore AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=\sqrt{5}$，

$\therefore AP=\sqrt{5}$，

$\therefore P(-2-\sqrt{5},0)$ 或 $(\sqrt{5}-2,0)$；

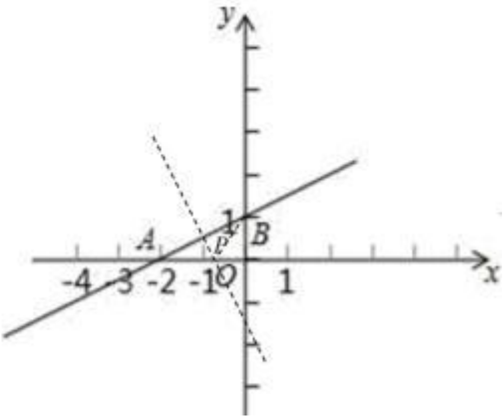
③当 $AP=BP$ 时，如图所示，

设 $AP=BP=x$，则 $PO=2-x$，

在Rt△BOP中，$PO^2+BO^2=BP^2$，则$(2-x)^2+1^2=x^2$，解得$x=\frac{5}{4}$，

$\therefore PO=2-\frac{5}{4}=\frac{3}{4}$，

$\therefore P\left(-\frac{3}{4},0\right)$；



综上：点P的坐标是$(2,0)$或$(-2-\sqrt{5},0)$或$(\sqrt{5}-2,0)$或$\left(-\frac{3}{4},0\right)$.

【点睛】

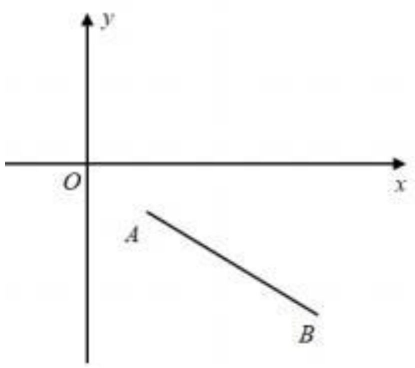
本题考查一次函数的图象　和性质，等腰三角形存在性问题，解题的关键是掌握求一次函数与坐标轴交点坐标的方法，以及用分类讨论的思想解决等腰三角形的存在性问题.

9．(2019·广东罗湖区·八年级期末）要在某河道建一座水泵站P，分别向河的同一侧甲村A和乙村B送水，经实地勘查后，工程人员设计图纸时，以河道上的大桥O为坐标原点，以河道所在的直线为x轴建立直角坐标系（如图），两村的坐标分别为A（1，−2），B（9，−6）.

（1）若要求水泵站P距离A村最近，则P的坐标为____________；

（2）若从节约经费考虑，水泵站P建在距离大桥O多远的地方可使所用输水管最短？

（3）若水泵站P建在距离大桥O多远的地方，可使它到甲乙两村的距离相等？



【答案】（1）(1，0)；(2）P点坐标为（3，0）即水泵站P建在距离大桥O3个单位长度的地方可使所用输水管最短；(3）P点坐标为（7，0）即水泵站P建在距离大桥O7个单位长度的地方可使它到甲乙两村

的距离相等

（1）依数学原理“点到直线的距离，垂线段最短”解题，

作 $AP\perp x$ 轴于点 P，即为所求，

∵A 点坐标为（1，－2），

∴P 点坐标为（1，0）；

（2）依数学原理“两点之间线段最短”解题，

由题可知，即求PA+PB最短，　作点 A 关于 x 轴的对称点 A'，连接 $A'B$ 交 x 轴于点 P，

此时PA+PB最短距离为 $A'B$ 的长度.

∵A（1，－2），

∴ A'（1，2），

设 $y_{A'B}=kx+b$，

代入 A'、B 两点坐标，

可得 $\begin{cases} k+b=2 \\ 9k+b=-6 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} k=-1 \\ b=3 \end{cases}$，

∴直线 $A'B$ 的表达式为 $y=-x+3$，

当 y＝0 时，x＝3，∴P 点坐标为（3，0）即水泵站 P 建在距离大桥 O3 个单位长度的地方可使所用输水管最短；

（3）依数学原理“垂直平分线的性质”解题.

作线段 AB 的垂直平分线，　交 x 轴于点 P，此时 PA＝PB.

依中点坐标公式可得线段 AB 的中点 G 的坐标为（5，－4），

由 A、B 两点坐标可得直线 AB 的表达式为 y＝－0.5x－1.5，

∵$PG\perp AB$，

∴设直线 PG 的表达式为 y＝2x＋b，

代入 G 点坐标，

可得 y＝2x－14，

当 y＝0 时 x＝7，∴P 点坐标为（7，0）即水泵站 P 建在距离大桥 O7 个单位长度的地方可使它到甲乙两村的距离相等.

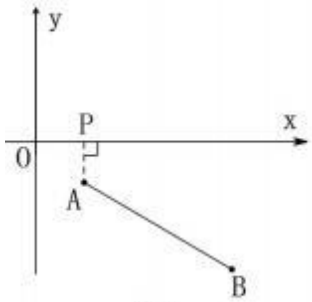


图1

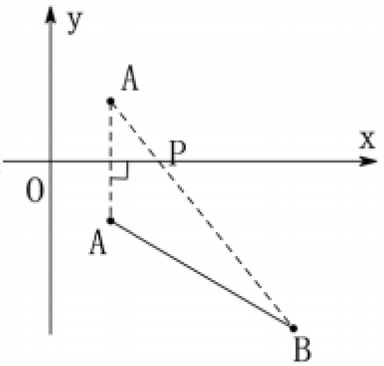


图2

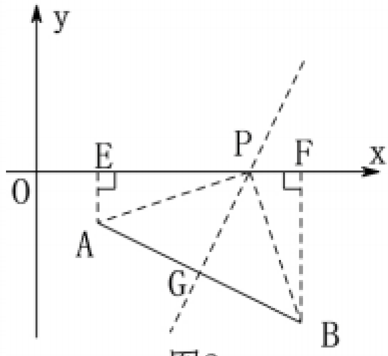


图3

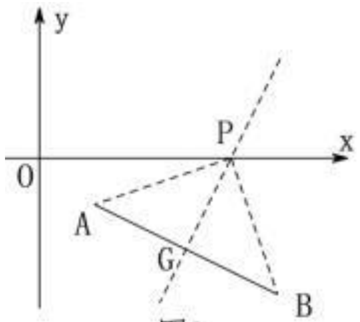


图3

【点睛】

本题主要考查最短路径问题， 涉及的知识点主要有：两点之间， 线段最短；点到直线的距离；垂直平分线的性质；解这类题型一定要熟练地掌握最短路径所涉及的相关知识点以及对应的运用.

10．(2020·云南迪庆藏族自治州·八年级期末）某工厂每天生产 A，B 两种产品共 600 件供应市场，每种产品每件的成本和售价如表所示，设每天售出 A 种产品 x 件，每天共获利 y 元.

	A	B
成本（元）	50	35
售价（元）	70	50

（1）请求出 y 关于 x 的函数关系式；

（2）如果该工厂每天至少投入成本 25005 元，且售出的 B 种产品的件数不少于全天销售总量的 55%，那么共有哪几种销售方案？

（3）在（2）的条件下，求出每天至少获利多少元？

【答案】（1）$y=5x+9000$；（2）该工厂共有 4 种生产方案：①生产 A 种产品 267 件， B 种产品 333 件；②生产 A 种产品 268 件， B 种产品 332 件；③生产 A 种产品 269 件， B 种产品 331 件；④生产 A 种产品 270 件， B 种产品 330 件；（3）每天至少获利 10335 元

解：（1）由题意， 每天生产 A 种产品 x 件， 则每天生产 B 种产品（$600-x$）件，

$y=(70-50)x+(50-35)(600-x)=5x+9000$，

∴y 关于x 的函数关系式是$y=5x+9000$；

（2）根据题意得：$\begin{cases}50x+35(600-x)之25005\\600-x之600根55\%\end{cases}$，

解得： $267\le x\le 270$，

∵ x 为整数，

∴ x 可取 267，268，269，270

该工厂共有 4 种生产方案：

①生产 A 种产品 267 件， B 种产品 333 件；

②生产 A 种产品 268 件， B 种产品 332 件；

③生产 A 种产品 269 件， B 种产品 331 件；

④生产 A 种产品 270 件， B 种产品 330 件；

（3） ∵每天获利$y=5x+9000$（$267\le x\le 270$），y 是关于x 的一次函数，且随x 的增大而增大.

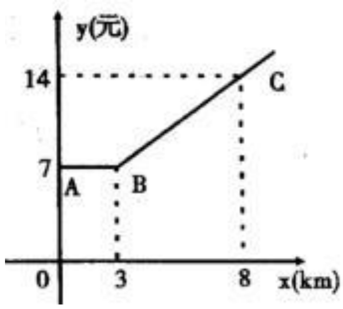
∴当$x=267$ 时， y 有最小值， $y_{最小}=5\times267+9000=10335$ 元，

答： 每天至少获利 10335 元.

【点睛】

本题综合考查了一次函数的应用， 一元一次不等式的实际应用，根据题意列出解析式是解题关键.

11．(2020·云南迪庆藏族自治州·八年级期末）如图，折线 ABC 是在某县乘出租车所付车费y（元）与行车里程x（km）之间的函数关系图象.



（1）某人乘坐 2km，应付多少钱？

（2）求出当x 之 3 时该图象的函数关系式；

（3）某人乘坐 10km，应付多少钱？

【答案】（1）乘坐 2km，应付 7 元；（2）$y=1.4x+2.8$；（3）乘坐 10km，应付 16.8 元

解:(1)由图象可得： 乘坐 2km，应付 7 元，

(2)当x之 3，直线经过点 B（3，7）和 C（8，14）两点，

设该图象的函数关系式为$y = kx + b(k$ 牛 $0)$

$\therefore \begin{cases} 3k+b=7 \\ 8k+b=14 \end{cases}$

解得$\begin{cases} k=1.4 \\ b=2.8 \end{cases}$

∴当x 之 3 时，该图象的函数关系式为$y = 1.4x + 2.8$，

（注：也可以写成 $y = \frac{7}{5}x + \frac{14}{5}$ ）；

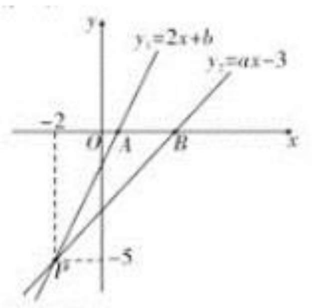
(3)当$x = 10$ 时， $y = 1.4$题$10 + 2.8 = 16.8$，

答： 乘坐 10km，应付 16.8 元.

【点睛】

本题主要考查的是一次函数的实际应用，正确的理解图象是解题的关键.

12．（2018·山西八年级期末）如图，已知函数$y_1 = 2x + b$ 和$y_2 = ax - 3$ 的图象交于点$P(-2,-5)$，这两个函数的图象与x 轴分别交于点 A 、B .



(1)分别求出这两个函数的解析式；

(2)求 ΔABP 的面积；

(3)根据图象直接写出$y_1 < y_2$ 时，x 的取值范围.

【答案】(1) $y_1 = 2x - 1$，$y_2 = x - 3$；(2)$S_{\triangle ABC} = \frac{25}{4}$；(3) $x < -2$ 时， $y_1 < y_2$.

(1)∵将点$P(-2,-5)$ 代入$y_1 = 2x + b$，得 $-5 = 2$题$(-2) + b$，解得 $b = -1$.

将点$P(-2,-5)$ 代入$y_2 = ax - 3$，得 $-5 = a$题$(-2) - 3$，解得 $a = 1$.

∴这两个函数的解析式分别为$y_1 = 2x - 1$和$y_2 = x - 3$.

(2)∵在$y_1 = 2x - 1$ 中，令$y_1 = 0$，得 $x = \frac{1}{2}$.

∴$A\left(\frac{1}{2},0\right)$.

∵在$y_2 = x - 3$ 中，令$y_2 = 0$，得 $x = 3$，

$\because B\left(3,0\right)$.

$\therefore S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\text{根}5=\frac{1}{2}\text{根}\frac{5}{2}\text{根}5=\frac{25}{4}$.

(3)由函数图象可知，当$x<—2$时，$y_1<y_2$.

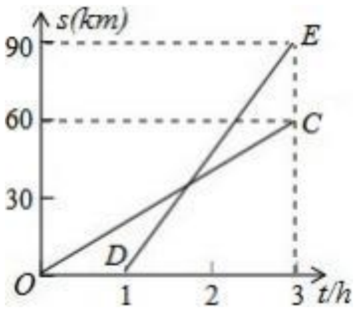
【点睛】

本题考查的是一次函数与一元一次不等式，能利用函数图象直接得出不等式的解集是解答此题的关键.

13．（2020·上海浦东新区·八年级期末）已知甲、乙两地相距 90km，A，B 两人沿同一公路从甲地出发到乙地，A 骑摩托车，B 骑电动车，图中 DE，OC 分别表示 A，B 离开甲地的路程 s（km）与时间 t（h）的函数关系的图象，根据图象解答下列问题.

（1）A 比 B 后出发几个小时？B 的速度是多少？

（2）在 B 出发后几小时，两人相遇？



【答案】（1）1，20 km/h；（2）$\frac{9}{5}$.

解：（1）由图可知，A 比 B 后出发 1 小时；

B 的速度：60÷3＝20（km/h）；

（2）由图可知点 D（1，0），C（3，60），E（3，90），

设 OC 的解析式为 $s=kt$，

则 $3k=60$，

解得 $k=20$，

所以，$s=20t$，

设 DE 的解析式为 $s=mt+n$，

则 $\begin{cases}m+n=0\\3m+n=90\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}m=45\\n=-45\end{cases}$，

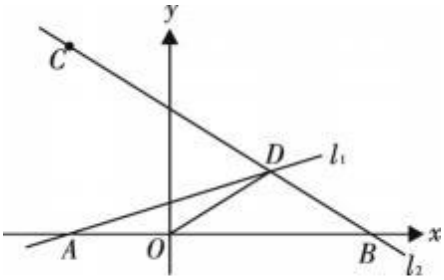
所以，$s=45t-45$，

由题意得 $\begin{cases} s=20t \\ s=45t-45 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} t=\dfrac{9}{5} \\ s=36 \end{cases}$，

所以，B 出发$\dfrac{9}{5}$小时后两人相遇.

14．(2019·山西八年级期末）综合与探究如图，直线l_1的解析式为$y=\dfrac{1}{3}x+1$，且l_1与x轴交于点A，直线l_2经过点$B(6,0)$和点$C(-3,6)$，直线l_1，l_2交于点D，连接OD．



（1）求直线l_2的解析式；

（2）求证：ΔODB是等腰三角形；

（3）求ΔABD的面积；

（4）探究在直线l_2上是否存在异于点D的另一点P，使得ΔABP与ΔABD的面积相等，若存在，请直接写出点P的坐标；若不存在，说明理由.

【答案】（1）$y=-\dfrac{2}{3}x+4$；（2）详见解析；（3）9；（4）点P的坐标是$(9,-2)$．

解：（1）设直线l_2的解析式为$y=kx+b$，

∵直线l_2经过点$B(6,0)$，和点$C(-3,6)$，

∴$\begin{cases} 6k+b=0 \\ -3k+b=6 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} k=-\dfrac{2}{3} \\ b=4 \end{cases}$，

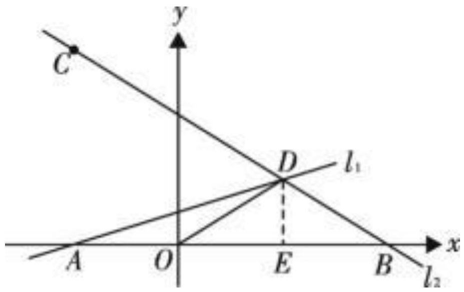
∴直线l_2的解析式为$y=-\dfrac{2}{3}x+4$；

（2）证明：联立方程组 $\begin{cases} y=\frac{1}{3}x+1 \\ y=-\frac{2}{3}x+4 \end{cases}$，

得 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$，

∴点D的坐标为$(3，2)$，

过点D作$DE\perp x$轴于点E，则$OE=3$，



∵点B的坐标为$(6，0)$，

∴$OB=6$，

∴$OE=BE$，

在ΔOED和ΔBED中$\begin{cases} OE=BE \\ \angle OED=\angle BED=90^\circ \\ DE=DE \end{cases}$，

∴$\Delta OED\cong\Delta BED$，

∴$OD=BD$，

∴ΔODB是等腰三角形；

（3）由$y=\frac{1}{3}x+1$，令$y=0$，解方程$\frac{1}{3}x+1=0$，得$x=-3$，

∴点A的坐标为$(-3，0)$，

∴$AB=9$，

∴$S_{\Delta ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot DE=\frac{1}{2}\times9\times2=9$；

（4）∵ΔABP与ΔABD的面积相等，由（3）可得$S_{\Delta ABD}=9$，$AB=9$，

∴点P的纵坐标为2或−2，

∵点D的坐标为$(3，2)$，

∴点P的纵坐标为−2，

将点 P 的纵坐标代入直线l_2 的解析式为$y=-\frac{2}{3}x+4$，

可得$-2=-\frac{2}{3}x+4$，

解答 $x=9$，

∴点P 的坐标是$(9，-2)$．

【点睛】

本题考查了全等三角形的判定和性质，一次函数，等腰三角形的判定，属于一次函数和几何综合的题目，用待定系数法求出一次函数解析式是解题关键.

15．(2018·全国八年级期末）某公司专销产品 A ，第一批产品 A 上市 40 天内全部售完．该公司对第一批产品 A 上市后的市场销售情况进行了跟踪调查，调查结果如图所示，其中图 1 中的折线表示的是市场日销售量与上市时间的关系；图 2 中的折线表示的是每件产品 A 的销售利润与上市时间的关系.

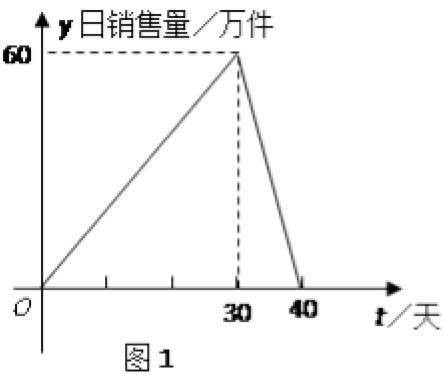


图 1

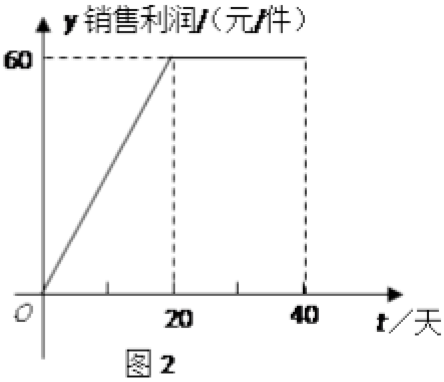


图 2

（1）试写出第一批产品 A 的市场日销售量 A 与上市时间的关系式；

（2）第一批产品 A 上市后，哪一天这家公司市场日销售利润最大？最大利润是多少万元？（说明理由）

【答案】（1）当 $0<t\leq30$ 时，$y=2t$，当 $30<t\leq40$ 时，$y=-6t+240$（2）当上市第 30 天时，日销售利润最大，最大利润为 3600 万元

（1）由图 10 可得，当 $0\leq t\leq30$ 时，设市场的日销售量$y=kt$.

∵点（30，60）在图象上，

∴$60=30k$，

∴$k=2$ 即$y=2t$.

当 $30\leq t\leq40$ 时，设市场的日销售量$y=k_1+t$.

∴点（30，60）和（40，0）在图象上，

∴ $\begin{cases}60=30k_1+b\\0=40k_1+b\end{cases}$ 解得 $k_1=-6$，$b=240$.

$\therefore y=-6t+240$.

综上可知，当 $0\le t\le 30$ 时，市场的日销售量 $y=2t$；

当 $30\le t\le 40$ 时，市场的日销售量 $y=-6t+240$.

（2）当 $0\le t\le 20$ 时，每件产品的日销售利润为 $y=3t$；当 $20\le t\le 40$ 时，每件产品的日销售利润为 $y=60$.

①当 $0\le t\le 20$ 时，产品的日销售利润 $y=3t\times 2t=6t^2$；

$\therefore$ 当 $t=20$ 时，产品的日销售利润 y 最大等于 2400 万元.

②当 $20\le t\le 30$ 时，产品的日销售利润 $y=60\times 2t=120t$.

$\therefore$ 当 $t=30$ 时，产品的日销售利润 y 最大等于 3600 万元；

③当 $30\le t\le 40$ 时，产品的日销售利润 $y=60\times(-6t+240)$；

$\therefore$ 当 $t=30$ 时，产品的日销售利润 y 最大等于 3600 万元.

综合①，②，③可知，当 $t=30$ 天时，这家公司市场的日销售利润最大为 3600 万元.