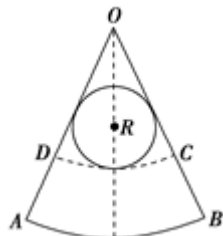


2017-2018 学年度下学期高一数学期末备考总动员

大题易丢分必修 2

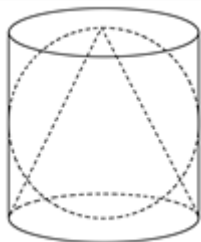
1. 如图所示，有一块扇形铁皮 OAB ， $\angle AOB=60^\circ$ ， $OA=72$ cm，要剪下来一个扇形环 $ABCD$ ，作圆台形容器的侧面，并且余下的扇形 OCD 内剪下一块与其相切的圆形使它恰好作圆台形容器的下底面(大底面)。



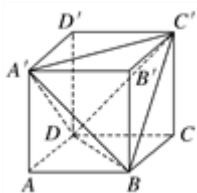
试求：(1) AD 的长；

(2) 容器的容积。

2. 据说伟大的阿基米德逝世后，敌军将领马塞拉斯给他建了一块墓碑，在墓碑上刻了一个如图所示的图案，图案中球的直径与圆柱底面的直径和圆柱的高相等，圆锥的顶点为圆柱上底面的圆心，圆锥的底面是圆柱的下底面。试计算出图案中圆锥、球、圆柱的体积比。



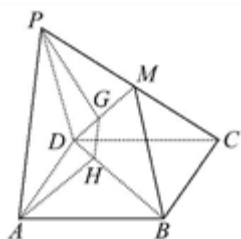
3. 如图，正方体 $ABCD - A'B'C'D'$ 的棱长为 a ，连接 $A'C'$ ， $A'D$ ， $A'B$ ， BD ， BC' ， $C'D$ ，得到一个三棱锥。求：



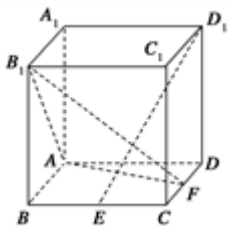
(1) 三棱锥 $A' - BC'D$ 的表面积与正方体表面积的值比；

(2) 三棱锥 $A' - BC'D$ 的体积。

4. $ABCD$ 是平行四边形，点 P 是平面 $ABCD$ 外一点， M 是 PC 的中点，在 DM 上取一点 G ，过 G 和 AP 作平面交平面 BDM 于 GH ，求证： $AP \parallel GH$ 。



5. 如图所示，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 是棱 BC 的中点，点 F 是棱 CD 上的动点．试确定点 F 的位置，使得 $DE \perp$ 平面 AB_1F ．

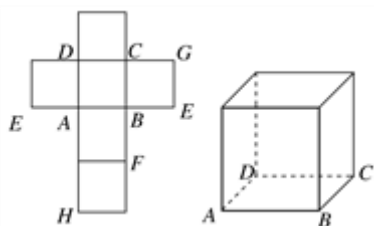


6. 一个正方体的平面展开图及该正方体的直观图的示意图如图所示．

(1) 请按字母 F 、 G 、 H 标记在正方体相应地顶点处(不需要说明理由)；

(2) 判断平面 BEG 与平面 ACH 的位置关系．并说明你的结论；

(3) 证明：直线 $DF \perp$ 平面 BEG ．



7. 已知，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E ， F 分别为 D_1C_1 ， C_1B_1 的中点，

$AC \cap BD = P$ ， $A_1C_1 \cap EF = Q$ ．求证：

(1) D ， B ， E ， F 四点共面．

(2) 若 A_1C 交平面 $BDEF$ 于点 R ，则 P ， Q ， R 三点共线．

8. 求满足下列条件的直线方程．

(1) 经过点 $A(-1, -3)$ ，且斜率等于直线 $3x+8y-1=0$ 斜率的 2 倍；

(2) 过点 $M(0, 4)$ ，且与两坐标轴围成三角形的周长为 12．

9. 已知直线 $l: 5ax-5y-a+3=0$ ．

(1) 求证：不论 a 为何值，直线 l 总经过第一象限；

(2) 为使直线 l 经过第一、三、四象限，求 a 的取值范围．

10. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知经过原点 O 的直线 l 与圆 $C: x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$ 交于 A, B 两点。

(1) 若直线 $m: ax - 2y + a + 2 = 0 (a > 0)$ 与圆 C 相切，切点为 B ，求直线 l 的方程；

(2) 若 $OB = 2OA$ ，求直线 l 的方程；

11. 已知直线 $l: x - 2y + 2m - 2 = 0$.

(1) 求过点 $(2, 3)$ 且与直线 l 垂直的直线的方程；

(2) 若直线 l 与两坐标轴所围成的三角形的面积大于 4，求实数 m 的取值范围.

12. 四边形 $OABC$ 的四个顶点坐标分别为 $O(0, 0)$ 、 $A(6, 2)$ 、 $B(4, 6)$ 、 $C(2, 6)$ ，直线 $y = kx (\frac{1}{3} < k < 3)$ 分四边形 $OABC$ 为两部分， S 表示靠近 x 轴一侧的那一部分的面积.

(1) 求 $S = f(k)$ 的函数表达式；

(2) 当 k 为何值时，直线 $y = kx$ 将四边形 $OABC$ 分为面积相等的两部分？

13. 如图所示是某圆拱桥的一孔圆拱的示意图. 该圆拱跨度 $AB = 20$ m，拱高 $OP = 4$ m，在建造时每隔 4 m 需用一个支柱，求支柱 CD 的长度. (精确到 0.01 m)



14. 已知圆 N 的标准方程为 $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = a^2 (a > 0)$.

(1) 若点 $M(6, 9)$ 在圆上，求 a 的值；

(2) 已知点 $P(3, 3)$ 和点 $Q(5, 3)$ ，线段 PQ (不含端点) 与圆 N 有且只有一个公共点，求 a 的取值范围.

15. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 9$ 上的点 P 关于点 $(\frac{1}{2}, -1)$ 的对称点为 Q ，记 Q 的轨迹为 C .

(1) 求 C 的轨迹方程；

(2) 设过点 $(-1, 0)$ 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点，试问：是否存在直线 l ，使以 AB 为直径的圆经过原点？若存在，求出直线 l 的方程；若不存在，请说明理由.

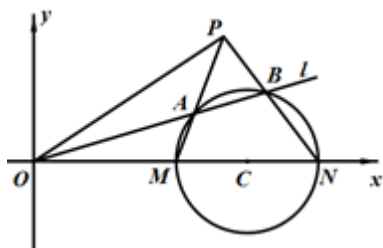
16. 已知圆 O_1 的方程为 $x^2 + (y + 1)^2 = 4$ ，圆 O_2 的圆心为 $O_2(2, 1)$.

(1) 若圆 O_1 与圆 O_2 外切，求圆 O_2 的方程；

(2) 若圆 O_1 与圆 O_2 交于 A, B 两点，且 $|AB| = 2\sqrt{2}$ ，求圆 O_2 的方程.

17. 求过两圆 $x^2 + y^2 + 6x - 4 = 0$ 和 $x^2 + y^2 + 6y - 28 = 0$ 的交点，且圆心在直线 $x - y - 4 = 0$ 上的圆的方程.

18. 在平面直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为 $(x - 4)^2 + y^2 = 1$ ，且圆 C 与 x 轴交于 M, N 两点，设直线 l 的方程为 $y = kx (k > 0)$.



(1) 当直线 l 与圆 C 相切时，求直线 l 的方程；

(2) 已知直线 l 与圆 C 相交于 A ， B 两点.

(i) 若 $AB \leq \frac{2\sqrt{17}}{17}$ ，求实数 k 的取值范围；

(ii) 直线 AM 与直线 BN 相交于点 P ，直线 AM ，直线 BN ，直线 OP 的斜率分别为 k_1 ， k_2 ， k_3 ，

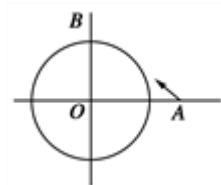
是否存在常数 a ，使得 $k_1 + k_2 = ak_3$ 恒成立？若存在，求出 a 的值；若不存在，说明理由.

19. 已知直线 $l: 4x + 3y + 10 = 0$ ，半径为 2 的圆 C 与 l 相切，圆心 C 在 x 轴上且在直线 l 的右上方.

(1) 求圆 C 的方程；

(2) 过点 $M(1, 0)$ 的直线与圆 C 交于 A ， B 两点 (A 在 x 轴上方)，问在 x 轴正半轴上是否存在定点 N ，使得 x 轴平分 $\angle ANB$ ？若存在，请求出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由.

20. 如图，已知一艘海监船 O 上配有雷达，其监测范围是半径为 25 km 的圆形区域，一艘外籍轮船从位于海监船正东 40 km 的 A 处出发，径直驶向位于海监船正北 30 km 的 B 处岛屿，速度为 28 km/h.



问：这艘外籍轮船能否被海监船监测到？若能，持续时间多长？(要求用坐标法)