2021~2022 学年度第一学期 12 月份阶段性测试

高一数学

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.）

1. 设集合 $A=\{-1,1,2,3,5\}$， $B=\{2,3,4\}$ ， $C=\{x\in R|1\leqslant x<3\}$ ，则 $(A\cap C)\cup B=$

A. {2}　　B. {2，3}　　C. {-1，2，3}　　D. {1，2，3，4}

2. 函数 $y=a^{x+3}+4\left(a>0,a\neq 1\right)$ 的图象恒过定点（　　）

A. $\left(-3,4\right)$　　B. $\left(-3,5\right)$

C $\left(-2,4\right)$　　D. $\left(-2,5\right)$

3. 已知 $3^{a}=2$，那么 $\log_{3}8-2\log_{3}6$ 用 a 表示是（　　）

A. $a-2$　　B. $5a-2$　　C. $3a-(1+a)^{2}$　　D. $3a-a^{2}$

4. 已知角 θ 的终边经过点 $P\left(-3,4\right)$，那么 $2\sin\theta-\cos\theta=$（　　）

A. -2　　B. - $\dfrac{11}{5}$　　C. $\dfrac{11}{5}$　　D. 2

5. 已知 $a=\log_{5}26$， $b=\sqrt[5]{9}$， $c=0.6^{0.9}$，则（　　）

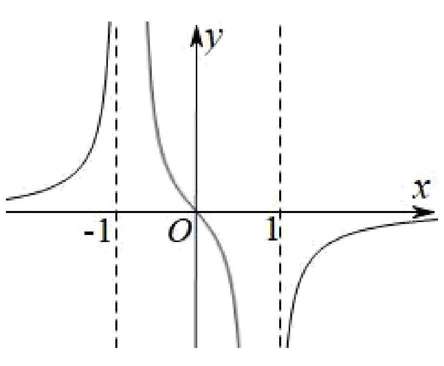
A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $b>c>a$

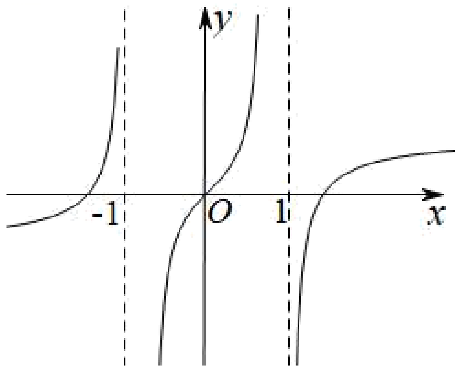
6. 已知 $a>0$， $b>0$，若 $a+b=4$，则

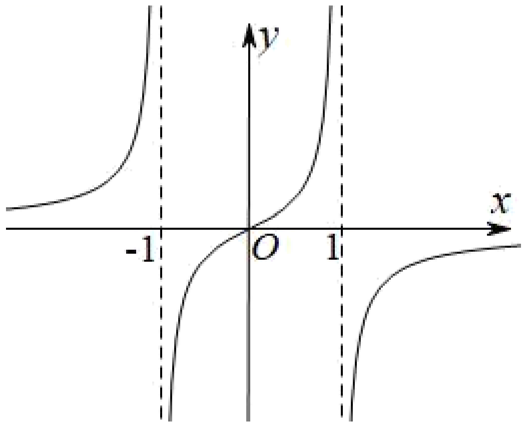
A. $a^{2}+b^{2}$ 有最小值　　B. $\sqrt{ab}$ 有最小值

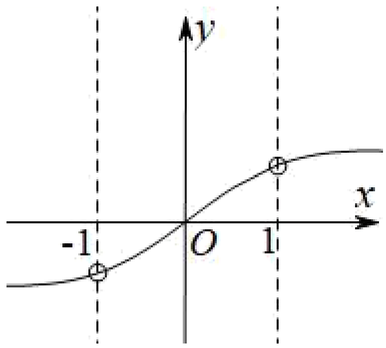
C. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 有最大值　　D. $\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ 有最大值

7. 函数 $f\left(x\right)=\dfrac{3x}{1-x^{2}}$ 的图象大致是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

8. 关于 x 的不等式 $x^2+x^{-2}+a\left(x+x^{-1}\right)+a+1>0$ 对任意的 $x>0$ 恒成立，则 a 的取值范围是（　　）

A. $a>-2$　　B. $a>-1$　　C. $a>0$　　D. $a>1$

二、多项选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

9. 下列说法正确的有（　　）

A. 不等式 $\dfrac{2x-1}{3x+1}>1$ 的解集是 $\left(-2,-\dfrac{1}{3}\right)$

B. “$a>1$，$b>1$”是“$ab>1$”成立的充分不必要条件

C. 命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2>0$，则 $\neg p$：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2<0$

D. $\sqrt[4]{(2-\pi)^4}=2-\pi$

10. 已知幂函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(3,\sqrt{3})$.则（　　）

A. $f(x)$ 的定义域为 $[0,+\infty)$　　B. $f(x)$ 的值域为 $[0,+\infty)$

C. $f(x)$ 是偶函数　　D. $f(x)$ 的单调增区间为 $[0,+\infty)$

11. 下列结论中正确的是（　　）

A. 终边经过点 $(m,m)(m>0)$ 的角的集合是 $\left\{\alpha\middle|\alpha=\dfrac{\pi}{4}+2k\pi,k\in Z\right\}$；

B. 将表的分针拨慢 10 分钟，则分针转过的角的弧度数是 $\dfrac{\pi}{3}$；

C. 若 α　第三象限角，则 $\dfrac{\alpha}{2}$ 是第二象限角，2α 为第一或第二象限角；

D. $M=\left\{x\middle|x=45^\circ+k\cdot 90^\circ,k\in Z\right\}$，$N=\left\{y\middle|y=90^\circ+k\cdot 45^\circ,k\in Z\right\}$，则 $M\subseteq N$

12. 高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，享有“数学王子”的称号，他和阿基米德、牛顿并列为世界三大数学家，用其名字命名的“高斯函数”为：设 $x\in\mathbf{R}$，用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则

$y=[x]$称为高斯函数，例如：$[-3.5]=-4$，$[2.1]=2$．已知函数$f(x)=\dfrac{e^x}{1+e^x}-\dfrac{1}{2}$，则关于函数$g(x)=[f(x)]$的叙述中正确的是（　　）

A. $g(x)$是偶函数　　　　B. $f(x)$是奇函数

C. $f(x)$在R上是增函数　　　　D. $g(x)$的值域是$\{-1,0,1\}$

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 计算：$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\log_2\frac{1}{3}}+(-27)^{\frac{2}{3}}-\log_{\sqrt{3}}9=$______.

14. 若关于x的方程$2x^2-8x+m+3=0$有两个实数根，且一根大于 1，另一根小于 1，则实数m的取值范围为__________.

15. 已知$\tan\alpha=-3$，则$\dfrac{\sin\alpha+2\cos\alpha}{3\cos\alpha-\sin\alpha}=$__________；$\sin\alpha\cos\alpha+2\cos^2\alpha=$__________.

16. 对于函数$f(x)$，若在定义域内存在实数x_0满足$f(-x_0)=-f(x_0)$，则称函数$f(x)$为“K函数”.设$f(x)=\begin{cases}\log_2(x^2-2mx+1),x\geq 2\\ -3,x<2\end{cases}$为其定义域上　“$K$函数”，则实数$m$的取值范围是__________.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分，）

17. 已知半径为 6 的圆O中，弦AB的长为 6.

（1）求弦AB所对圆心角α的大小；

（2）求圆心角α所在的扇形的弧长l及弧所在的弓形的面积S.

18. 已知函数$f(x)=\log_2(4-x)-\dfrac{1}{\sqrt{2x-1}}$的定义域为集合 A，集合$B=\{x|2m-1\leq x<m+1\}$.

（1）当$m=0$时，求$A\cup B$；

（2）若$x\in A$是$x\in B$的必要条件，求实数m的取值范围.

19. 已知$\sin\alpha<0$，$\tan\alpha<0$.

（1）求角α的集合：

（2）求角$\dfrac{\alpha}{2}$的终边所在的象限；

（3）试判断$\tan\dfrac{\alpha}{2}\cdot\sin\dfrac{\alpha}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha}{2}$的符号.

20. 已知函数$f(x)$为偶函数，$g(x)$为奇函数，且$f(x)-g(x)=\mathrm{e}^{-x}$.

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 和 $g\left(x\right)$ 的解析式；

（2）若 $f\left(2x\right)>ag\left(x\right)$ 在 $x\in\left(1,+\infty\right)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

21. 科技创新在经济发展中的作用日益凸显．某科技公司为实现 9000 万元的投资收益目标，准备制定一个激励研发人员的奖励方案：当投资收益达到 3000 万元时，按投资收益进行奖励，要求奖金 y（单位：万元）随投资收益 x（单位：万元）的增加而增加，奖金总数不低于 100 万元，且奖金总数不超过投资收益的 20%.

（1）现有三个奖励函数模型：① $f\left(x\right)=0.03x+8$，② $f\left(x\right)=0.8^{x}+200$，③ $f\left(x\right)=100\log_{20}x+50$， $x\in\left[3000,9000\right]$．试分析这三个函数模型是否符合公司要求？

（2）根据（1）中符合公司要求的函数模型，要使奖金额达到 350 万元，公司的投资收益至少要达到多少万元？

22. 已知函数 $f\left(x\right)=\log_{a}\left(x+1\right),g\left(x\right)=2\log_{a}\left(2x+t\right)\left(t\in R\right),a>0$ 且 $a\neq1$.

(I) 若 1 是关于 x 的方程 $f\left(x\right)-g\left(x\right)=0$ 的一个解，求 t 的值；

(II) 当 $0<a<1$ 且 $t=-1$ 时，解不等式 $f\left(x\right)\leq g\left(x\right)$；

(III)若函数 $F\left(x\right)=a^{f\left(x\right)}+tx^{2}-2t+1$ 在区间（-1,2]上有零点，求 t 的取值范围.

2021~2022 学年度第一学期 12 月份阶段性测试

高一数学

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.）

【1 题答案】

【答案】D

【2 题答案】

【答案】B

【3 题答案】

【答案】A

【4 题答案】

【答案】C

【5 题答案】

【答案】A

【6 题答案】

【答案】A

【7 题答案】

【答案】C

【8 题答案】

【答案】B

二、多项选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

【9 题答案】

【答案】AB

【10 题答案】

【答案】ABD

【11 题答案】

【答案】ABD

【12 题答案】

【答案】BC

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

【13 题答案】

【答案】8

【14 题答案】

【答案】$\left(-\infty,3\right)$

【15 题答案】

【答案】 ①. $-\frac{1}{6}$ ②. $-\frac{1}{10}$ ##-0.1

【16 题答案】

【答案】$\left[-\frac{3}{4},\frac{5}{4}\right)$

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分，）

【17~18 题答案】

【答案】（1）$\frac{\pi}{3}$

（2）$l=2\pi$，$S=6\pi-9\sqrt{3}$

【19 题答案】

【答案】（1）$A\cup B=x\left|-1\le x<4\right\}$；（2）$(\frac{3}{4}+\infty)$

【20~22 题答案】

【答案】（1）$\left\{\alpha|2k\pi+\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi\left(k+1\right),k\in Z\right\}$

（2）第二、四象限 （3）正号

【23~24 题答案】

【答案】（1）$f\left(x\right)=\frac{e^{x}+e^{-x}}{2},g\left(x\right)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}$；

（2）$(-\infty,\frac{e^{4}+1}{e\left(e^{2}-1\right)}]$

【25 题答案】

【答案】（1）见解析；（2）投资收益至少要达到8000 万元

【26 题答案】

【答案】(I) $t=\sqrt{2}-2$ (II) $\left\{x\,|\,\frac{1}{2}<x\le\frac{5}{4}\right\}$ (III) $t\le-2$ 或 $t\ge\frac{2+\sqrt{2}}{4}$