

# 2021~2022 学年度第一学期 12 月份阶段性测试

## 高一数学

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。）

1. 设集合  $A = \{-1, 1, 2, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{R} | 1, x < 3\}$ , 则  $(A \cap C) \cup B =$

- A.  $\{2\}$                       B.  $\{2, 3\}$                       C.  $\{-1, 2, 3\}$                       D.  $\{1, 2, 3, 4\}$

2. 函数  $y = a^{x+3} + 4 (a > 0, a \neq 1)$  的图象恒过定点 ( )

- A.  $(-3, 4)$                       B.  $(-3, 5)$   
C.  $(-2, 4)$                       D.  $(-2, 5)$

3. 已知  $3^a = 2$ , 那么  $\log_3 8 - 2\log_3 6$  用  $a$  表示是 ( )

- A.  $a - 2$                       B.  $5a - 2$                       C.  $3a - (1 + a)^2$                       D.  $3a - a^2$

4. 已知角  $\theta$  的终边经过点  $P(-3, 4)$ , 那么  $2\sin \theta - \cos \theta =$  ( )

- A. -2                      B.  $-\frac{11}{5}$                       C.  $\frac{11}{5}$                       D. 2

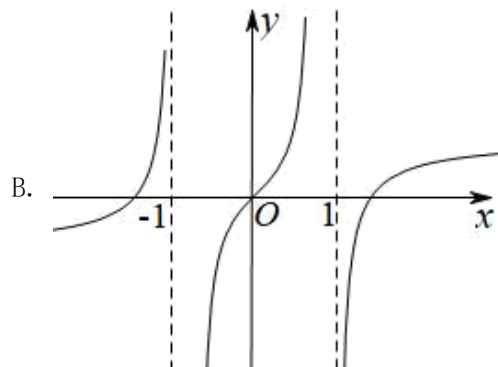
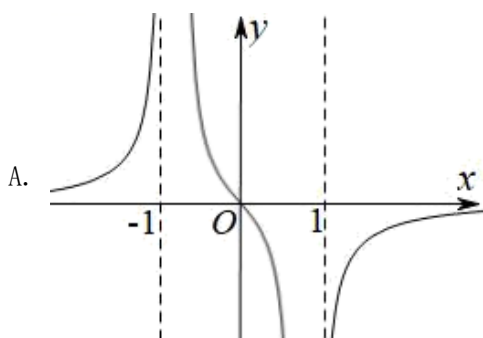
5. 已知  $a = \log_5 26$ ,  $b = \sqrt[5]{9}$ ,  $c = 0.6^{0.9}$ , 则 ( )

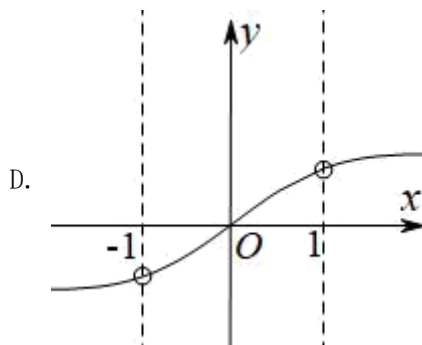
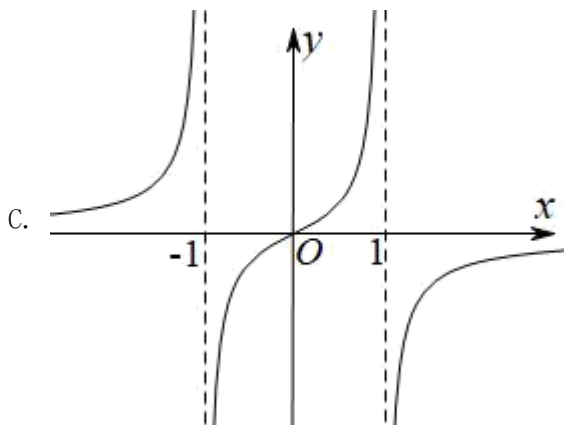
- A.  $a > b > c$                       B.  $a > c > b$                       C.  $b > a > c$                       D.  $b > c > a$

6. 已知  $a > 0$ ,  $b > 0$ , 若  $a + b = 4$ , 则

- A.  $a^2 + b^2$  有最小值                      B.  $\sqrt{ab}$  有最小值  
C.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  有最大值                      D.  $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$  有最大值

7. 函数  $f(x) = \frac{3x}{1-x^2}$  的图象大致是 ( )





8. 关于  $x$  的不等式  $x^2 + x^{-2} + a(x + x^{-1}) + a + 1 > 0$  对任意的  $x > 0$  恒成立, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a > -2$                       B.  $a > -1$                       C.  $a > 0$                       D.  $a > 1$

## 二、多项选择题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

9. 下列说法正确 有 ( )

A. 不等式  $\frac{2x-1}{3x+1} > 1$  的解集是  $\left(-2, -\frac{1}{3}\right)$

B. “ $a > 1, b > 1$ ”是“ $ab > 1$ ”成立的充分不必要条件

C. 命题  $P: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 0$ , 则  $\neg P: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 < 0$

D.  $\sqrt[4]{(2-\pi)^4} = 2-\pi$

10. 已知幂函数  $f(x)$  的图象经过点  $(3, \sqrt{3})$ . 则 ( )

A.  $f(x)$  的定义域为  $[0, +\infty)$

B.  $f(x)$  的值域为  $[0, +\infty)$

C.  $f(x)$  是偶函数

D.  $f(x)$  的单调增区间为  $[0, +\infty)$

11. 下列结论中正确的是 ( )

A. 终边经过点  $(m, m) (m > 0)$  的角的集合是  $\left\{\alpha \mid \alpha = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$ ;

B. 将表的分针拨慢 10 分钟, 则分针转过的角的弧度数是  $\frac{\pi}{3}$ ;

C. 若  $\alpha$  是第三象限角, 则  $\frac{\alpha}{2}$  是第二象限角,  $2\alpha$  为第一或第二象限角;

D.  $M = \{x \mid x = 45^\circ + k \cdot 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ,  $N = \{y \mid y = 90^\circ + k \cdot 45^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $M \subseteq N$

12. 高斯是德国著名的数学家, 近代数学奠基者之一, 享有“数学王子”的称号, 他和阿基米德、牛顿并列为世界三大数学家, 用其名字命名的“高斯函数”为: 设  $x \in \mathbf{R}$ , 用  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 则

$y=[x]$ 称为高斯函数,例如: $[-3.5]=-4$ ,  $[2.1]=2$ . 已知函数  $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}-\frac{1}{2}$ , 则关于函数

$g(x)=[f(x)]$ 的叙述中正确的是 ( )

- A.  $g(x)$  是偶函数  
B.  $f(x)$  是奇函数  
C.  $f(x)$  在  $R$  上是增函数  
D.  $g(x)$  的值域是  $\{-1,0,1\}$

### 三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 计算:  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 \frac{1}{3}} + (-27)^{\frac{2}{3}} - \log_{\sqrt{3}} 9 = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 若关于  $x$  的方程  $2x^2 - 8x + m + 3 = 0$  有两个实数根, 且一根大于 1, 另一根小于 1, 则实数  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

15. 已知  $\tan \alpha = -3$ , 则  $\frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{3 \cos \alpha - \sin \alpha} = \underline{\hspace{2cm}}; \sin \alpha \cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. 对于函数  $f(x)$ , 若在定义域内存在实数  $x_0$  满足  $f(-x_0) = -f(x_0)$ , 则称函数  $f(x)$  为“ $K$  函数”. 设

$f(x) = \begin{cases} \log_2(x^2 - 2mx + 1), & x \geq 2 \\ -3, & x < 2 \end{cases}$  为其定义域上 “ $K$  函数”, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 四、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分,)

17. 已知半径为 6 的圆  $O$  中, 弦  $AB$  的长为 6.

- (1) 求弦  $AB$  所对圆心角  $\alpha$  的大小;  
(2) 求圆心角  $\alpha$  所在的扇形的弧长  $l$  及弧所在的弓形的面积  $S$ .

18. 已知函数  $f(x) = \log_2(4-x) - \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$  的定义域为集合  $A$ , 集合  $B = \{x | 2m-1 \leq x < m+1\}$ .

- (1) 当  $m=0$  时, 求  $A \cup B$ ;  
(2) 若  $x \in A$  是  $x \in B$  的必要条件, 求实数  $m$  的取值范围.

19. 已知  $\sin \alpha < 0$ ,  $\tan \alpha < 0$ .

- (1) 求角  $\alpha$  的集合;  
(2) 求角  $\frac{\alpha}{2}$  的终边所在的象限;  
(3) 试判断  $\tan \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$  的符号.

20. 已知函数  $f(x)$  为偶函数,  $g(x)$  为奇函数, 且  $f(x) - g(x) = e^{-x}$ .

(1) 求函数  $f(x)$  和  $g(x)$  解析式;

(2) 若  $f(2x) > ag(x)$  在  $x \in (1, +\infty)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

21. 科技创新在经济发展中的作用日益凸显. 某科技公司为实现 9000 万元的投资收益目标, 准备制定一个激励研发人员的奖励方案: 当投资收益达到 3000 万元时, 按投资收益进行奖励, 要求奖金  $y$  (单位: 万元) 随投资收益  $x$  (单位: 万元) 的增加而增加, 奖金总数不低于 100 万元, 且奖金总数不超过投资收益的 20%.

(1) 现有三个奖励函数模型: ①  $f(x) = 0.03x + 8$ , ②  $f(x) = 0.8^x + 200$ , ③

$f(x) = 100 \log_{20} x + 50$ ,  $x \in [3000, 9000]$ . 试分析这三个函数模型是否符合公司要求?

(2) 根据 (1) 中符合公司要求的函数模型, 要使奖金额达到 350 万元, 公司的投资收益至少要达到多少万元?

22 已知函数  $f(x) = \log_a(x+1)$ ,  $g(x) = 2\log_a(2x+t)$  ( $t \in \mathbb{R}$ ),  $a > 0$  且  $a \neq 1$ .

(I) 若 1 是关于  $x$  的方程  $f(x) - g(x) = 0$  的一个解, 求  $t$  的值;

(II) 当  $0 < a < 1$  且  $t = -1$  时, 解不等式  $f(x) \leq g(x)$ ;

(III) 若函数  $F(x) = a^{f(x)} + tx^2 - 2t + 1$  在区间  $(-1, 2]$  上有零点, 求  $t$  的取值范围.