

江苏省无锡市梅村高中 2020—2021 学年第二学期第一次月考

高一数学试卷

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共计 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，请把答案添涂在答题卡相应位置上）

1. 已知 $z = \frac{3-i}{1-2i}$ ，则 $\bar{z}$ 的虚部是（ ）

- A. i B. $-i$ C. 1 D. -1

2. 在 $\square ABC$ 中， E 为 AB 边的中点， D 为 AC 边上的点， BD ， CE 交于点 F . 若 $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{7}\overrightarrow{AC}$ ，则

$\frac{AC}{AD}$ 的值为（ ）

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

3. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A ， B ， C 所对的边分别为 a ， b ， c ，若 $B = \frac{\pi}{3}$ ， $b = 6$ ， $\sin A - 2\sin C = 0$ ，则

$a =$

- A. 3 B. $2\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. 12

4. 加强体育锻炼是青少年生活学习中非常重要的组成部分. 某学生做引体向上运动，处于如图所示的平衡状态时，若两只胳膊的夹角为 60° ，每只胳膊的拉力大小均为 $400N$ ，则该学生的体重（单位： kg ）约为（ ）

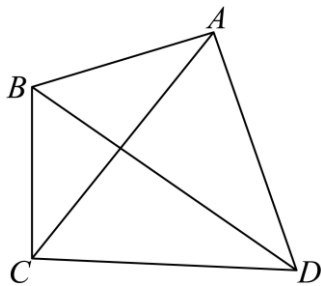


（参考数据：取重力加速度大小为 $g=10m/s^2$, $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）

- A. 63 B. 69 C. 75 D. 81

5. 如图所示，平面四边形 $ABCD$ 中， $\angle BCD = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 135^\circ$ ， $AB = 6$ ， $AC = 3\sqrt{10}$ ，

$CD=5\sqrt{2}$ ，则 $ABCD$ 的面积为（ ）



- A. 39
B. 36
C. 42
D. 48

6. 已知锐角 $\triangle ABC$ 三边长分别为 x ， $\sqrt{5}$ ， $x+1$ ，则实数 x 取值范围为（ ）

- A. $(1,2)$
B. $(2,3)$
C. $\left(\frac{2}{5}, 2\right)$
D. $(2,5)$

7. 点 M 是边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 内或边界上一动点，则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$ 的最大值与最小值之差为（ ）

- A. 2
B. 4
C. 6
D. 8

8. 设点 P 为 $\triangle ABC$ 内一点，且 $2\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \mathbf{0}$ ，则 $S_{\triangle ABP} : S_{\triangle ABC} =$ （ ）

- A. $\frac{1}{5}$
B. $\frac{2}{5}$
C. $\frac{1}{4}$
D. $\frac{1}{3}$

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分.在每小题给出的四个选项中，至少有两个是符合题目要求的，请把答案添涂在答题卡相应位置上）

9. 已知复数 $z_1 = 2 - 2i$ （ i 为虚数单位）在复平面内对应点为 P_1 ，复数 z_2 满足 $|z_2 - i| = 1$ ，则下列结论正确的是（ ）

- A. P_1 点的坐标为 $(2, -2)$
B. $\overline{z_1} = 2 + 2i$ （ $\overline{z_1}$ 为 z_1 的共轭复数）
C. $|z_2 - z_1|$ 的最大值为 $\sqrt{13} + 1$
D. $|z_2 - z_1|$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$

10. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A ， B ， C 的对边分别为 a ， b ， c ，则下列各组条件中使得 $\triangle ABC$ 有唯一解的是（ ）

- A. $a=3$ ， $c=2\sqrt{2}$ ， $\cos C = \frac{2}{3}$
B. $a=3$ ， $c=4$ ， $\cos C = \frac{1}{3}$

C. $a=1, b=4, \sin B=\frac{2}{3}$

D. $b=1, \sin B=\frac{1}{3}, C=\frac{\pi}{3}$

11. 若 $\triangle ABC$ 内接于以 O 为圆心, 1 为半径的圆, 且 $3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}+5\overrightarrow{OC}=\vec{0}$, 则下列结论不正确的是 ()

A. $\angle BOC=\frac{\pi}{2}$

B. $\angle AOB=\frac{\pi}{2}$

C. $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{CA}=-\frac{4}{5}$

D. $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{5}$

12. 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $c=6$. 记 S 为 $\triangle ABC$ 的面积, 下列命题正确的是 ()

A. 若 $C=\frac{\pi}{3}$, 则 S 有最大值 $9\sqrt{3}$

B. 若 $A=\frac{\pi}{6}, a=2\sqrt{3}$, 则 S 有最小值 $3\sqrt{3}$

C. 若 $a=2b$, 则 $\cos C$ 有最小值 0

D. 若 $a+b=10$, 则 $\sin C$ 有最大值 $\frac{24}{25}$

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共计 20 分. 请把答案填写在答题卡相应位置上)

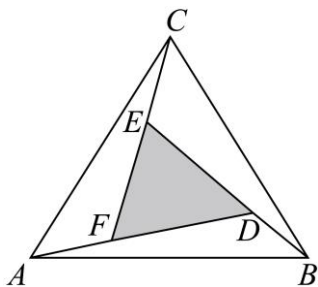
13. 已知复数 $z=2+4i$, 其中 i 是虚数单位, $\omega=\frac{(z-1)^2}{z+1}$, 则 $|\omega|$ = _____.

14. 若 $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2$, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 60° , 若 $(3\vec{a}+5\vec{b})\perp(m\vec{a}-\vec{b})$, 则 m 的值为_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $c\sin A+\sqrt{3}a\sin\left(C+\frac{\pi}{2}\right)=0$,

$c=\sqrt{3}b=6$, 且点 M 满足 $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, 则 CM 的长为_____.

16. 赵爽是我国古代数学家大约在公元 222 年, 他为《周髀算经》一书作序时, 介绍了“勾股圆方图”, 亦称“赵爽弦图” (以弦为边长得到的正方形由 4 个全等的直角三角形再加上中间的一个小正方形组成) 类比“赵爽弦图”, 可构造如图所示的图形, 它是由 3 个全等的三角形与中间一个小等边三角形拼成的一个较大的等边三角形, 设 $\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$, 若 $DF=2AF$, 则可以推出 $\lambda+\mu$ = _____.



四、解答题（本大题共 6 小题，共计 70 分.请在答题卡指定区域内作答.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 已知向量 $\vec{a} = (-3, 2)$, $\vec{b} = (2, 1)$, $\vec{c} = (3, -1)$, $t \in \mathbb{R}$.

(1) 求 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 的最小值及相应的 t 值;

(2) 若 $\vec{a} - t\vec{b}$ 与 $\vec{c}$ 共线, 求实数 t .

18. 已知复数 z 满足 $|3 + 4i| + z = 1 + 3i$.

(1) 求 $\bar{z}$;

(2) 求 $\frac{(1+i)^2(4+3i)}{2z}$ 的值.

19. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边, 且

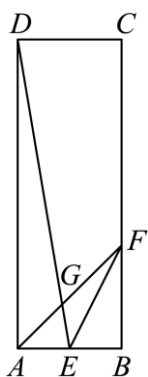
$$2a \sin A = (2b + c) \sin B + (2c + b) \sin C$$

(I) 求 A 的大小;

(II) 若 $\sin B + \sin C = 1$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

20. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $BC = 3AB = 6$, E 为 AB 的中点, F 是 BC 边上靠近点 B 的三等分点,

AF 与 DE 于点 G . 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.



(1) 求 $\angle EGF$ 的余弦值;

(2) 用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AG}$.

21. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, 点 D 在边 BC 上, 满足 $AB = \sqrt{3}BD$.

(1) 若 $\angle BAD = \frac{\pi}{6}$, 求 $\angle C$;

(2) 若 $CD = 2BD, AD = 4$, 求 $\triangle ABC$ 面积.

22. 在气象台 A 正西方向 300km 处有一台风中心, 它正向东北方向移动, 移动速度的大小为 40km/h, 距台风中心 250km 以内的地区都将受到影响, 若台风中心的这种移动趋势不变, 气象台所在地是否会受到台风的影响? 如果会, 大约多长时间后受到影响? 持续时间有多长 (精确到 1min)? (参考数据:

$\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{7} \approx 2.646$)

