

无锡市第一中学 2018-2019 学年度期初试卷 (2018.9)

高三数学 (文科)

一、填空题: (本大题共 14 小题, 每小题 5 分, 共 70 分. 请把答案填写在答题卡相应位置上)

1. 已知集合 $A = \{x | x - 1 \geq 0\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

2. 已知复数 $(z - 2)i = 2 - i$ (i 为虚数单位), 则复数 z 的模为 _____.

3. 一个布袋中, 有大小、质地相同的 4 个小球, 其中 2 个是红球, 2 个是白球, 若从中随机抽取 2 个球, 则所抽取的球中至少有一个红球的概率是 _____.

4. 已知数列 1, a_1 , a_2 , 4 是等差数列, 数列 1, b_1 , b_2 , b_3 , 4 成等比数列, 且 b_1 , b_2 , b_3 均为实数,

则 $\frac{a_1 + a_2}{b_2} =$ _____.

5. 运行如图所示 算法语句, 则输出的结果为 _____.

```
S ← 2
I ← 1
While S ≤ 200
    I ← I + 2
    S ← S × I
End While
Print I
```

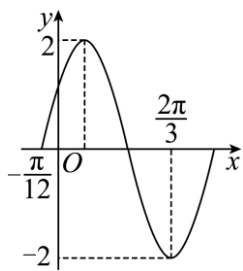
6. 已知向量 $\vec{a} = (-3, 2)$, $\vec{b} = (2, 1)$, $\vec{c} = (3, -1)$, 若向量 $\vec{c}$ 与向量 $\vec{a} + t\vec{b}$ 共线, 则实数 $t =$ _____.

7. 设 $a > 0, a \neq 1$, 函数 $f(x) = a^{x^2 + x + 1}$ 有最大值, 则不等式 $\log_a(x - 1) > 0$ 的解集为 _____.

8. 直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 是曲线 $y = \ln x, x > 0$ 的一条切线, 则实数 $b =$ _____.

9. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \frac{2}{3}$, 则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2\alpha\right) =$ _____.

10. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$) 的图象如图所示, 则该函数的解析式为 $y =$ _____.



11. 若函数 $f(x) = x^2 - 4|x| + a$ 有四个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

12. 已知 $f(x)$ 是 R 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = 2^x + \ln \frac{x}{4}$, 记 $a_n = f(n-3)$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 6 项的和为_____.

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = p - 2n$, 数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n = 2^{n-3}$. 设 $c_n = \begin{cases} a_n, & a_n \leq b_n, \\ b_n, & a_n > b_n, \end{cases}$ 若数列 $\{c_n\}$ 的最大项为 c_5 , 则实数 p 的取值范围是_____.

14. 设实数 x, y 满足 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$, 则 $3x^2 - 2xy$ 的最小值是_____.

二、解答题: (本大题共 6 小题, 共计 90 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^2 x - \frac{1}{2}$, $x \in R$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最大值和最小正周期;

(2) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别 a, b, c , 且 $c = 3$, $f(C) = 0$, 若 $\sin(A+C) = 2\sin A$, 求 a, b 值.

16. 设命题 p : 函数 $f(x) = \lg\left(ax^2 - x + \frac{1}{16}a\right)$ 定义域为 R ; 命题 q : 不等式 $3^x - 9^x < a$ 对一切正实数 x 均成立.

(1) 如果 p 是真命题, 求实数 a 的取值范围;

(2) 如果命题 “ $p \vee q$ ” 为真命题, 且 “ $p \wedge q$ ” 为假命题, 求实数 a 取值范围.

17. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 过定点 $P(3, 2)$, 且与 x 轴的正半轴交于点 M , 与 y 轴的正半轴交于点 N .

(1) 当 $PM \cdot PN$ 取得最小值时, 求直线 l 的方程;

(2) 求 $\triangle MON$ 面积的最小值.

18. 已知某企业生产某种产品的年固定成本为 200 万元, 且每生产 1 吨该产品需另投入 12 万元, 现假设该

企业在一年内共生产该产品 x 吨并全部销售完. 每吨的销售收入为 $R(x)$ 万元, 且

$$R(x) = \begin{cases} 112 - \frac{1}{3}x^2, & 0 < x \leq 15 \\ \frac{10800}{x+1} - \frac{9570}{x}, & x > 15 \end{cases}.$$

(1) 求该企业年总利润 y (万元) 关于年产量 x (吨) 的函数关系式;

(2) 当年产量为多少吨时, 该企业在这产品的生产中所获年总利润最大?

19. 已知 $f(x) = \ln x + \frac{a+e-2}{x}$ (其中 $a > 0$, e 是自然对数的底数).

(1) 当 $a=2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若不等式 $f(x) \geq a$ 对于 $x > 0$ 恒成立, 求实数 a 取值范围.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的奇数项是首项为 1 的等差数列, 偶数项是首项为 2 的等比数列. 数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 且满足 $S_3 = a_4$, $a_3 + a_5 = 2 + a_4$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 前 $2k$ 项和 S_{2k} ;

(3) 在数列 $\{a_n\}$ 中, 是否存在连续的三项 a_m , a_{m+1} , a_{m+2} , 按原来的顺序成等差数列? 若存在, 求出所有满足条件的正整数 m 的值; 若不存在, 说明理由.